Segunda Chamada de Provas de MA311

06 de junho de 2007

Nome: **RA:** **Turma:**

Questão 1: Ache a solução de cada um dos problemas seguintes:

(a) (1 ponto) $\dfrac{dy}{dt} = \left(\dfrac{2}{x}\right) y + x$, $x > 0$, tal que $y(1) = 2$.

(b) (1 ponto) $(x^3 + sen\, y)dx + x cos\, y dy = 0$, tal que $y(1) = \pi/2$

Questão 2: Considere o sistema não linear

$$\frac{dx}{dt} = -(x-1)[1+(x-1)^2+y^2]$$
$$\frac{dy}{dt} = y[1+(x-1)^2+y^2]$$

(a) (0,5 ponto) Ache os pontos críticos do sistema.

(b) (1 ponto) Classifique cada um dos pontos críticos e diga qual é a sua estabilidade.

(c) (1 ponto) Desenhe o plano de fases do sistema.

Questão 3: (1 ponto) Utilizando transformada de Laplace, ache a solução $y(t)$ de $y'' - 5y' + 4y = 4\delta(t-2)$ tal que $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

Questão 4: (1 ponto) Ache a solução na forma de série de potências de x do problema $(1-x)y' + y = 1 + x$ tal que $y(0) = 0$.

Questão 5: Dizer se cada uma das séries numéricas seguintes é ou não convergente e, em caso afirmativo, se a convergência é absoluta

(a) (1 ponto) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt[2]{n}}$.

(b) (1 ponto) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{(n^2+n)/2} \frac{n}{2^n}$.

Questão 6:

(a) (1 ponto) Desenvolva em série de Fourier a função tal que $f(x) = (\pi + x)/2$ para $-\pi < x < 0$, $f(x) = (\pi - x)/2$ para $0 < x < \pi$ e $f(x + 2\pi) = f(x)$ para todo $x \in R$.

(b) (0,5 ponto) Utilizando o desenvolvimento do ítem anterior, mostre que $\pi^2 = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{8}{(2k+1)^2}$.