<u>Prova de 2a. Chamada</u> - MA-311 - 04/07/07.
Turmas #, A, C, D, E, F e G

NOME: ____ RA: __________________

Tempo de prova: 110min.
<u>Ponha suas resoluções nas folhas em branco na seguinte ordem:</u>
– Folha 1 (frente e verso): Questão 1;
– Folha 2 (frente e verso): Questão 2;
– Folha 3 (frente e verso): Questão 3;
– Folha 4 (frente e verso): Questão 4;
– Folha 5 (frente e verso): Questão 5.

Questão 1. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & 2 < x \leq 3\,. \end{cases}$

a) (1,5 pontos) Encontre a série de Fourier em cosenos com período 6 de f.
b) (0,5 pontos) Mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{2n\pi}{3} \cos \frac{2n\pi}{3} = -\frac{\pi}{12}$.

Questão 2.
a) (1,0 ponto) Ache um fator integrante da equação e resolva o problema de valor inicial

$$y' + 2y = t\,\mathrm{e}^{-2t}, \quad y(1) = 0.$$

b) (1,0 ponto) Mostre que a equação é exata e resolva a mesma (ache a solução geral)

$$(y/x + 6x)dx + (\ln x - 2)dy = 0, \quad x > 0\,.$$

Questão 3 (2,0 pontos). Verifique que as funções $y_1(x) = \mathrm{e}^x$ e $y_2(x) = x$ são soluções da equação homogênea associada à equação

$$(1-x)y'' + xy' - y = g(x), \quad 0 < x < 1\,,$$

e ache a expressão de uma solução particular (da equação não homogênea) em termos da função g, onde g é uma funçao contínua qualquer definida no intervalo $[0,1]$. (*<u>Lembrete</u>: Use o método de variação dos parâmetros.*)

Questão 4 (2,0 pontos). Encontre a solução geral do sistema $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$, onde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Questão 5 (2,0 pontos). Substitua a série de Frobenius $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}$ na equaçao de Bessel de ordem zero $x^2\,y'' + x\,y' + x^2\,y = 0$ e obtenha a relação de recorrência para $n \geq 2$, mostrando todos os passos de suas contas em detalhes.

BOA PROVA!