

1. (2.0 pontos) Encontre a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$x^2 y' + xy = x \cos x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

2. (2.0 pontos) Dado o problema de valor inicial

$$(x^2 + 3xy + y^2) dx - x^2 dy = 0, \quad x > 0, \quad y(1) = 0.$$

(a) (0.5) Mostre que a equação é homogênea e diga qual a substituição (i.e. mudança de variável) utilizada que torna a equação separável.

(b) (1.5) Resolva o problema de valor inicial

3. (2.0 pontos) Considere a equação diferencial

$$x^2 y'' - 6y = 0, \quad x > 0.$$

Dado que  $y_1(x) = x^3$  é uma solução da equação, use o método de **redução de ordem** para determinar uma segunda solução da forma  $y_2(x) = v(x)y_1(x)$ .

4. (2.0 pontos) Usando o método dos coeficientes indeterminados encontrar a solução geral da equação

$$4y'' - 4y' + y = 16e^{\frac{x}{2}}.$$

5. (2.0 pontos) Dado que  $y_1 = x$ ,  $y_2 = x^2$  e  $y_3 = x^{-1}$  são soluções linearmente independentes da equação homogênea associada a:

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = 2x^4, \quad x > 0.$$

determine uma solução particular usando o método de **variação dos parâmetros**.