

### Exercícios sobre as funções logarítmica e exponencial

Cf. E.L. Lima, *Análise Real*, v.1, cap.11.

1. Mostre que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x = 0$ .
2. Mostre que, para todo  $x \in \mathbb{R}$ , tem-se que  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{n})^n = e^x$ .
3. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua, não identicamente nula, tal que  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  para quaisquer  $x, y \in \mathbb{R}$ . Mostre que existe  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = e^{ax}$  para qualquer  $x \in \mathbb{R}$ .