

Exercícios adicionais sobre exponenciais e logaritmos

1. (*Exercício de avaliação da teoria apresentada em aula./Um exemplo de um exercício cuja solução usa a teoria/argumentos de demonstrações. É apenas um exemplo. Podemos pensar/elaborar/pesquisar vários outros tipos em cujas soluções podemos usar a teoria explicitamente.*)

Seja Q uma função real tal que $Q(t+h) = Q(t)Q(h)$, para quaisquer t, h em \mathbb{R} , e $Q(0) = 1$. Mostre que $Q(-t)^2 = Q(t)^{-2}$.

2. (*Exercício a nível de ES.*) Calcule $\lim x_k^{y_k}$ (quando k tende a infinito) para

a) $x_k = e^{-k}$ e $y_k = 1/k$;

b) $x_k = e^{-k}$ e $y_k = 1/\ln k$.

(Observe que estes limites são do tipo 0^0 .)

3. a) Podemos definir $0 \log 0$ como sendo 0 ?

b) Explique porque não se define 0^0 .

(*Sugestão para o item b):* busque “Zero to the Zero Power” no site *Mudd Math Fun Facts*.)

4. a) Temos abaixo uma demonstração de que $a^0 = 1$?

$$1 = \frac{a^b}{a^b} = a^{b-b} = a^0.$$

b) Mostre (demonstre) que $\frac{a^b}{a^b} = a^{b-b}$.