

DM-IMECC-UNICAMP – Geometria Analítica e Vetores - MA141 - T. Z
Prof. Marcelo M. Santos – **Exame, 12/07/2010**

Aluno: _____ **RA:** _____

Assinatura (idêntica à do RG): _____

Observações: ***Justifique sucintamente todas as suas afirmações. É proibido o uso de qualquer equipamento eletrônico; em particular do celular ou calculadora. Desligar o celular! Não destaque o grampo da prova. Cada questão vale 2,5 pontos.***

Questão 1. Seja A a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & k \end{bmatrix}$$

a) (1,0 ponto) Mostre que a matriz ampliada

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & a \\ 1 & -1 & 1 & b \\ 1 & -1 & k & c \end{array} \right]$$

é linha-equivalente (equivalente por operações elementares sobre as linhas) à matriz

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & (a+b)/2 \\ 0 & 1 & -1 & (a-b)/2 \\ 0 & 0 & k-1 & c-b \end{array} \right]$$

para $k, a, b, c \in \mathbb{R}$ arbitrários (não tomar valores particulares neste item).

b) (0,5 pontos) Usando a sua resolução do item a), dê o determinante da matriz A (com k arbitrário).

c) (0,5 pontos) Usando o resultado do item a) (pode usar sem resolver o item a)) dê o conjunto solução do sistema $AX = B$, quando $k = 1$ e $B^t = [1\ 0\ 0]$. (Tome $k = 1$, $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$ no item a), e use o resultado dado no item a).)

d) (0,5 pontos) Calcule a inversa da matriz A quando $k \neq 1$, usando as soluções dos sistemas $AX = B$, para $B^t = [1\ 0\ 0]$, $B^t = [0\ 1\ 0]$ e $B^t = [0\ 0\ 1]$. Use o resultado dado no item a). (Lembre-se que as colunas da matriz inversa são dadas pelas soluções destes sistemas.)

2. Sejam U e V vetores arbitrários (não especificar), sendo $V \neq 0$.

a) (1,5 pontos) Determine o número α , tal que $U - \alpha V$ seja ortogonal a V . Qual é a relação deste vetor com o vetor projeção ortogonal $\text{Proj}_V U$?

b) (1,0 ponto) Usando propriedades do produto vetorial, mostre que $(U + V) \times (U - V) = 2V \times U$.

3. Dê a posição relativa dos planos (são paralelos, coincidentes ou se interceptam; não se esqueça de justificar) $4x - 8y - z = 9$ e $2x - 4y - \frac{1}{2}z = 5$, e calcule a distância entre os mesmos.

4. a) (0,5 pontos) Sem usar o item b), identifique a cônica $5x^2 + 12xy = 36$ (diga se é uma elipse, hipérbole, parábola ou degenerada).

b) (1,5 pontos) Escreva a equação em um novo sistema de coordenadas cartesianas $x'y'$ em que não apareça o termo $bx'y'$.

c) (0,5 pontos) Escreva a equação em coordenadas polares numa das formas canônicas $r = \frac{de}{1 \pm e \cos \theta}$, $r = \frac{de}{1 \pm e \sin \theta}$. *Dica:* Escolha o polo e o eixo polar de forma conveniente. Pode ser resolvido após o item b) (usando a resolução do item b)) ou não.

Não se esqueça de justificar todas as suas afirmações.

Boa prova!