2º caso: $\lambda = 0$

0,1 Segue $\varphi''(x) - \lambda\varphi(x) = 0 \Rightarrow \varphi''(x) = 0 \Rightarrow \varphi(x) = Ax + B$. Como $0 = \varphi(0) = B$, temos $\varphi(x) = Ax$. Mas $0 = \varphi(5) = 5A$ obriga $A = 0$. E nos deparamos novamente com a solução trivial $u \equiv 0$.

3º caso: $\lambda < 0$

0,1 Se $\lambda = -\mu^2$ com $\mu > 0$, obtemos raízes complexas conjugadas $h_1 = i\mu$ e $h_2 = -i\mu$. Portanto, $\varphi(x) = A\cos\mu x + B\,\text{sen}\,\mu x$, onde A e B são constantes, é a solução geral. Temos $0 = \varphi(0) = A$, donde $\varphi(x) = B\,\text{sen}\,\mu x$. Além disso, vale $0 = \varphi(5) = B\,\text{sen}\,5\mu$, de modo que $B = 0$ ou $\text{sen}\,5\mu = 0$. Para $B = 0$ resulta claramente a solução trivial $u \equiv 0$. Consideremos

0,2 portanto $\text{sen}\,5\mu = 0$ com $\mu > 0$. Concluímos que

$$\mu = \frac{n\pi}{5}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

0,2 Obtemos então

$$\varphi_n(x) = B_n\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{5}x, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$