

Este Teste é sobre os axiomas de incidência e de ordem (“Axioms of Betweenness”) segundo o livro-texto [Ha] (Geometry: Euclid and Beyond, de R. Hartshorne), §6, e §7 até o enunciado do “Teorema da Barra” (“Crossbar theorem”, Proposição 7.3 de [Ha]), a Lista de Exercícios Pequena 3 e a Lista de Exercícios Grande 2: exercícios 1 a 3, 7, 9 a 11.

Aluno: _____ **RA:** _____

Questão 1. (a) (1,0 ponto) Enuncie o Axioma de Playfair.

(b) (2,0) Em um plano de incidência, suponha que por um ponto não podem passar 2 retas paralelas a uma terceira reta. Mostre que isto implica que paralelismo é uma relação transitiva no conjunto das retas, i.e. se 2 retas são paralelas a uma terceira então elas são paralelas entre si.

(c) (2,0) Dê um exemplo de um plano de incidência no qual existem 2 retas concorrentes (i.e., não paralelas) e paralelas a uma mesma reta.

Não se esqueça de justificar todas as suas afirmações. (Afirmações sem justificativas (demonstrações) não serão consideradas.)

2. (a) (1,0) Enuncie o Axioma de Pasch.

(b) (2,0) Em um plano de incidência com uma relação de ordem (entre os seus elementos, satisfazendo os axiomas B1 a B4 do livro-texto [Ha]), mostre que dados pontos A, B (quaisquer), $A \neq B$, existe C tal que $A * C * B$ (C está entre A e B).

(c) (2,0) Descreva em que parte da construção de Euclides (nos Elementos) do ponto médio de um segmento, você usaria o “Teorema da Barra”.