

Neste Teste está implícito um plano de incidência com uma relação de ordem e com a relação de congruência de segmentos, segundo o nosso livro-texto [Ha] (*Geometry: Euclid and Beyond*, de R. Hartshorne).

1. (a) (3,0 pontos) O primeiro axioma de congruência de segmentos (segundo o nosso livro-texto [Ha]) diz que dados um segmento AB e uma semireta r com origem em um ponto C , existe um único ponto D em r tal que $AB \cong CD$. Mostre (dando um exemplo) que este axioma não é satisfeito no plano $\mathcal{P} = \mathbb{Q}^2$ (\mathbb{Q} é o conjunto dos números racionais) com o conjunto de retas $\mathcal{R} = \{ax + by + c = 0; (x, y) \in \mathbb{Q}^2, \text{ sendo } a \text{ ou } b \neq 0, a, b, c \in \mathbb{Q}\}$ e com as relações de ordem e de “congruência” como em \mathbb{R}^2 .

(b) (2,0) Enuncie os outros dois axiomas de congruência de segmentos.

2. (a) (2,0) Defina interior de um ângulo.

(b) (3,0) Dados um ângulo $B\hat{A}C$ e D um ponto no seu interior, mostre que todos os pontos da semireta \overrightarrow{AD} , menos o ponto A , e o ponto C estão em um mesmo lado da (determinado pela) reta \overleftrightarrow{AB} . *Dica:* este resultado é usado da demonstração do “Teorema da Barra” (“Crossbar theorem”).