

Este Teste é sobre os axiomas de incidência e de ordem (“Axioms of Betweenness”) segundo o livro-texto [Ha] (Geometry: Euclid and Beyond, de R. Hartshorne), §6, e §7 até o Teorema de Separação da Reta (Proposição 7.2 de [Ha]) e, a Lista de Exercícios 2: exercícios 1 ao 7, 12, 14 e 20.

Questão 1. (a) (3,0 pontos) Dê um exemplo (explícito) de um plano de incidência em que quaisquer duas retas se intersectam em pelo menos um ponto e qualquer reta contém pelo menos três pontos (ou seja, de um *plano projetivo*).

(b) (1,0) Dê um exemplo de um plano de incidência em que quaisquer duas retas se intersectam em pelo menos um ponto e com pelo menos uma reta contendo só dois pontos.

(c) (1,0) Dê um exemplo de um plano de incidência com pelo menos duas retas paralelas entre si (que não se intersectam) e em que qualquer reta contém pelo menos três pontos.

Não se esqueça de justificar todas as suas afirmações. (Afirmações sem justificativas (demonstrações) não serão consideradas.)

2. (a) (2,0) Enuncie o Teorema de Separação do Plano.

(b) (1,0) Em um plano de incidência com uma relação de ordem (entre os seus elementos, satisfazendo os axiomas B1 a B4 do livro-texto [Ha]), use o Teorema de Separação do Plano para mostrar (demonstrar) que dados uma reta l e três pontos A, B, C **colineares** e não pertencentes a l ($A \notin l, B \notin l$ e $C \notin l$), se os segmentos AB e BC não intersectam l então AC também não intersecta l .

(c) (2,0) Mostre o que está pedido no item **(b)** sem usar o Teorema de Separação do Plano (usando somente os axiomas de incidência e de ordem). Dica: lembre que este fato é usado para mostrar o Teorema de Separação do Plano.

*Adiado para 24/10 a pedido dos alunos.