DM-IMECC-UNICAMP – MA520/521-Geometria Plana
Prova 2 30/11/2017 Prof. Marcelo Santos

Esta prova é sobre a axiomatização de Hilbert: seções 6 a 10 do livro-texto [Hartshorne], e sobre a Lista de Exercícios 2.

Questão 1. (a) (0,8 pontos) Defina plano projetivo.

(b) (1,7) Dê um exemplo de um plano projetivo com 7 pontos. Descreva as retas e não esqueça de justificar que os axiomas que definem um plano projetivo são satisfeitos.

2. (a) (0,5 pontos) Defina plano de Hilbert (*não precisa enunciar os axiomas*).

(b) (2,0) Demonstre o seguinte teorema **em um plano de Hilbert**:

Em qualquer triângulo, qualquer ângulo exterior é maior do que qualquer um dos ângulos interiores opostos.

3. (2,5) Mostre a existência de um triângulo isósceles **em um plano de Hilbert**.

4. (2,5) **Em um plano de Hilbert**, demonstre o Teorema LLL sobre congruência de triângulos no seguinte caso particular: Sejam dois triângulos ABC, $A'B'C'$ com lados correspondente congruentes, digamos, $AB \cong A'B'$, $AC \cong A'C'$ e $BC \cong B'C'$, e B'' um ponto do lado oposto ao lado em que está B', em relação à reta $\overleftrightarrow{A'C'}$, tal que os ângulos $B\hat{A}C, C'\hat{A'}B''$ sejam congruentes e que os segmentos $AB, A'B''$ também sejam congruentes. Suponha que A', C' estejam em lados opostos da reta $\overleftrightarrow{B'B''}$. Demonstre que os triângulos ABC, $A'B'C'$ são congruentes (i.e. que os ângulos $A\hat{B}C, A'\hat{B'}C'$; $B\hat{C}A, B'\hat{C'}A'$; $B\hat{A}C, B'\hat{A'}C'$; são congruentes).