DM-IMECC-UNICAMP – MA520/521-Geometria Plana
Exame (Prova final) 12/12/2017 Prof. Marcelo Santos

Este exame é sobre a geometria euclidiana e a axiomatização de Hilbert: capítulo 1 e parte do 2, e, capítulo 2, respectivamente, dos livros-texto Os Elementos, de Euclides, e, *Geometry: Euclid and Beyond*, de R. Hartshorne, e, *listas de exercícios 1 e 2.* Cada questão vale 2,5 pontos.

Questão 1. a) (1,5) Dados uma reta r e um ponto $A \notin r$, descreva como construir, usando (somente) a régua e o compasso, uma reta s passando por A paralela à (que não intersecta) r.

b) (1,0) Justifiqe que a reta s que você construiu no item **a)** é de fato paralela à reta r.

2. O Teorema (A Proposição) I.30 dos Elementos diz que

Retas paralelas a uma mesma reta são também paralelas entre si.

e o 5o postulado de Euclides diz que

Se uma reta intersectando duas retas faz ângulos interiores do mesmo lado menores do que dois ângulos retos, então as duas retas, se prolongadas indefinidamente, intersectam-se no lado em que estão os dois ângulos menores do que dois retos.

Mostre (demonstre) que o Teorema I.30 implica o 5o postulado (ou seja, assumindo o teorema I.30 como verdadeiro (como postulado) demonstre o 5o. postulado).

3. Em um plano de Hilbert,

a) (1,0) Defina segmento de reta e ponto médio de um segmento de reta (qualquer).

b) (1,5) Mostre (demonstre) a existência do ponto médio de um segmento de reta qualquer. *Não esqueça de justificar todos os passos, usando as "ferramentas de Hilbert"* (os axiomas I1-I3, B1-B4, C1-C6 em [Hartshorne]) e/ou suas consequências - teoremas (proposições, corolários) derivados dos mesmos.

4. Em um plano de Hilbert, mostre (demonstre) que os ângulos internos da base de um triângulo isósceles (qualquer) são iguais. *Não esqueça de justificar todos os passos, usando as "ferramentas de Hilbert"* (os axiomas I1-I3, B1-B4, C1-C6 em [Hartshorne]) e/ou suas consequências - teoremas (proposições, corolários) derivados dos mesmos.