DM-IMECC-UNICAMP – MA520/521-Geometria Plana

Teste 3 09/11/2016 Prof. Marcelo Santos

*Este Teste é sobre os axiomas de incidência e de ordem ("Axioms of Betweenness") segundo o livro-texto [Hartshorne] (*Geometry: Euclid and Beyond*, de R. Hartshorne), §6 e §7, e, a Lista de Exercícios 2 até o exercício 9.*

Aluno: _____ **RA:**_____

1. (a) **(1 ponto)** Enuncie os 4 axiomas de ordem ("Axioms of Betweenness") B1 a B4 do livro-texto [Hartshorne].

(b) **(4 pontos)** Mostre que a relação de ordem usual no plano cartesiano $\mathbb{R}^2$ satisfaz os axiomas de ordem $B1$ a $B4$ em [Hartshorne], sendo a *relação de ordem usual* a seguinte: $B = (b_1, b_2)$ está entre $A = (a_1, a_2)$ e $C = (c_1, c_2)$ quando A, B, C estão numa mesma reta (reta usual do plano cartesiano) e $a_1 * b_1 * c_1$ ou $a_2 * b_2 * c_2$, onde $a * b * c$, para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{R}$, quer dizer $a < b < c$ ou $c < b < a$.

2. Justifique que a afirmação abaixo é falsa ou que é verdadeira. (*Respostas sem justificativas ("matemáticas") não serão consideradas.*)

(a) O *Axioma de Playfair* (também conhecido como *Axioma das Paralelas*) que diz que *por um ponto fora de uma reta passa <u>no máximo</u> outra reta paralela à (que não intersecta a) primeira* não é válido em um plano projetivo e é válido em um plano afim.

(b) Existe um *plano afim* com somente 3 pontos.

(c) O *Axioma de Playfair* é independente dos três axiomas de incidência.

(d) Em um plano de incidência com uma relação de ordem satisfazendo os axiomas B1 a B4 em [Hartshorne], todo segmento AB contém infinitos pontos.

(e) Em um plano de incidência com uma relação de ordem satisfazendo os axiomas B1 a B3 em [Hartshorne], o Axioma de Pasch é equivalente ao Teorema de Separação do Plano (*toda reta separa o plano em dois subconjuntos disjuntos e não vazios*).