DM-IMECC-UNICAMP – MA520/521-Geometria Plana

Prova 2 21/12/2016 Prof. Marcelo Santos

Esta prova é sobre a axiomatização de Hilbert da geometria euclidiana: capítulo 2 do livro-texto [Ha] (*Geometry: Euclid and Beyond*, de R. Hartshorne) e *Lista de Exercícios 2.*

Cada questão vale 2,5 pontos.

Aluno: _____ **RA:**_____

Questão 1. **(a)** Enuncie o Axioma de Pasch.

(b) Mostre (demonstre) que se uma reta contém um ponto no interior de um triângulo então ela intersecta um dos lados do triângulo.

2. **(a)** Mostre que qualquer um dos 3 ângulos exteriores de um triângulo é maior do que qualquer um dos 2 ângulos internos opostos.

(b) Mostre que se uma reta intersectando duas retas faz ângulos alternos iguais (congruentes) então as duas retas são paralelas (não se intersectam). *Sugestão*: use o item **(a)**.

3. Escolha uma (e somente uma) das seguintes questões:

3A. **(a)** Enuncie o *axioma extra (E)*.

(b) Descreva como contruir, só usando segmentos de retas e círculos, um triângulo equilátero com uma dada base, em um plano de Hilbert com o axioma extra (E).

(c) Mostre (demonstre) a existência de um triângulo equilátero com uma dada base, em um plano de Hilbert com o axioma extra (E) (ou seja, justifique *logicamente*, em um plano de Hilbert com o axioma extra (E), todos os passos que você descreveu no item **(a)**).

3B. Demonstre o *3o. teorema de congruência de triângulos* (teorema (LLL)) em um plano de Hilbert.

---

4. Considere o plano $\mathbb{Q}^2$ com as retas e as noções de ordem ("betweenness") e congruência "usuais".

(a) Mostre que o *axioma extra (E)* não é satisfeito em $\mathbb{Q}^2$ (dando um exemplo de dois círculos, em $\mathbb{Q}^2$, que satisfazem a "hipótese" do mesmo mas não a "tese").

(b) Mostre que o *axioma de Playfair* é satisfeito em $\mathbb{Q}^2$.