DM-IMECC-UNICAMP
EDP I 2018s2 Prof. Marcelo Santos

3a. Lista de Exercícios

01. Seja $\varphi(t) = \int_{t_0}^{t} f(s,t)ds$, definida para t variando em um intervalo I em $\mathbb{R}$, onde t_0 é um ponto fixo em I, e f é uma função de $I \times I$ em $\mathbb{R}$ tal que, para cada $t_1 \in I$,

(i) f é derivável em relação a t em todo ponto de $I \times I$ e f e f_t são integráveis em relação a s no intervalo com extremidades t_0 e t_1;

(ii) $f(s,t_1)$ é contínua em $s = t_1$ e;

(iii) existe uma função ψ integrável em I tal que $|f_t(s,t)| \leq \psi(s)$ para todo t numa vizinhança de t_1.

Mostre que φ é derivável e $\varphi'(t) = \int_0^t f_t(s,t)ds + f(t,t)$, para todo $t \in I$.

02. Sejam μ uma medida em um aberto Ω do $\mathbb{R}^n$, f uma função contínua em Ω e A um subconjunto de Ω mensurável tal que $\mu(A \cap B) > 0$ para toda bola aberta B contida em Ω. Mostre que se $f \leq M$ em A e ${}_A f d\mu = M$ (${}_A = \frac{1}{\mu(A)} \int$) então $f \equiv M$ em A.

03. (V. livro-texto.) Usando extensão ímpar e a fórmula de D'Alembert, deduza formalmente uma fórmula para a solução do problema

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & \text{em } \mathbb{R}_+ \times (0,\infty) \quad (\mathbb{R}_+ = (0,\infty)) \\ u = g, \ u_t = h & \text{em } \mathbb{R}_+ \times \{t = 0\} \\ u = 0 & \text{em } \{x = 0\} \times (0,\infty), \end{cases}$$

$g(0) = h(0) = 0$, e enuncie e demonstre um teorema similar ao Teorema 2.4.1 do livro-texto ([Evans]).

04 a 16: Exercícios 12 a 24 do Capítulo 2 do [Evans].

17. Estude e demonstre o item *(i)* do Teorema 5.1 do [Salsa].

18 a 20: Exercícios 5.2, 6.5 e 6.10 do [Salsa].