DM-IMECC-UNICAMP
EDP I 2018 Prof. Marcelo Santos

2a. Lista de Exercícios

Para os exercícios 1 a 3, sejam $u_1, u_2 \in L^\infty(\mathbb{R}^2_+)$ satisfazendo a condição de entropia $u_i(x+z,t) - u_i(x,t) \leq C(1+1/t)z$, $i = 1,2$, para quaisquer $x \in \mathbb{R}, z > 0, t > 0$, q.t.p., u_i^ε as suas regularizações, f uma função convexa ($f'' \geq 0$) de classe C^2 em $\mathbb{R}$, $b^\varepsilon = \int_0^1 f''(ru_1^\varepsilon + (1-r)u_2^\varepsilon)dr$, $\psi \in C_0^1(\mathbb{R}^2_+)$ ($\mathbb{R}^2_+ = \mathbb{R} \times (0,\infty)$), $0 < \tau < T$ tais que spt$\psi \subset \mathbb{R} \times (\tau, T)$ e v^ε a solução do problema $v_t^\varepsilon + b^\varepsilon v_x^\varepsilon = \psi$, $\psi|_{t=T} = 0$.

01. a) A solução v^ε do problema acima é única em $C^1(\mathbb{R}^2)$.
b) $v^\varepsilon(x,t) = \int_t^T \psi(x^\varepsilon(s), s)ds$, onde $\dot{x^\varepsilon} = b^\varepsilon(x^\varepsilon)$, $x^\varepsilon(t) = x$.
c) Se $\psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^2)$ então $v^\varepsilon \in C_0^\infty(\mathbb{R}^2)$.

02. A família $\{v_x^\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ é (uniformemente, em relação a ε) limitada em $\mathbb{R} \times (\tau, \infty)$.

03. $\sup_{t\in[0,\tau],\varepsilon>0} \int_{-\infty}^\infty |v_x^\varepsilon(x,t)|dx < \infty$.

04 a 15: Exercícios 1 a 12 do Capítulo 2 do [Evans].

16. Mostre as (três) identidades de Green ("Green's formulas"; cf. [Evans, p. 712]).

17 a 20: Exercícios 4.8, 4.9, 4.10 e 4.13 do Capítulo 4 do [Salsa].