

3,5

MA602/Análise 2. 1a. prova. 08/04/2015

Aluno: 

2,4

1. (2,5 pontos) Seja  $f$  uma função contínua e limitada no intervalo  $(a, b]$   $(-\infty < a < b < \infty)$ . Mostre que  $f$  é integrável no intervalo  $[a, b]$ . Conclua que a função  $f(x) = \sin(1/x)$  se  $x \neq 0$ ,  $f(0) = 0$ , é integrável no intervalo  $[0, 1]$ .

0

2. (2,5) A seguinte afirmação é falsa ou verdadeira? (Justifique: dê um contra-exemplo se for falsa; demonstre se for verdadeira.)

*Sejam  $f, g$  funções contínuas em um intervalo  $[a, b]$ . Então existe um ponto  $c \in [a, b]$  tal que  $\int_a^b fg = f(a) \int_a^c g + f(b) \int_c^b g$ .*

0,3

3. a) (0,5) Enuncie a fórmula de integração por partes.

b) (2,0) Enuncie e demonstre a fórmula de Taylor com resto integral.

0,7

4. (2,5) Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função limitada. Demonstre a seguinte afirmação do Teorema de Du Bois-Reymond:

*Se  $E_\alpha = \{x \in [a, b]; \omega(f; x) \geq \alpha\}$  tem conteúdo nulo, para qualquer  $\alpha > 0$ , então  $f$  é integrável.*