

## Lista de Exercícios 3

1. Prove que na definição de conjunto de medida nula (Seção 11 do Munkres) podemos substituir “retângulos” por “abertos retificáveis”.

2. Prove que, se  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  é transformação linear injetora, um conjunto  $S \subset \mathbb{R}^n$  tem medida nula  $\iff T(S)$  tem medida nula.

3. Sejam  $S = \{(x, y) | x = 1, y \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}\}$ ,  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $T(x, y) = (y, -x)$  e  $1_S$  a função indicadora de  $S$ .

a) Calcule  $v(S)$ .

b) Calcule  $\int_{y \in [0, 1]} \int_{x \in [0, 1]} 1_S$ .

c) Mostre que não existe  $\int_{y \in [0, 1]} \int_{x \in [0, 1]} 1_{T(S)}$ . Calcule  $v(T(S))$ .