

Nome: \_\_\_\_\_

RA: \_\_\_\_\_

Métodos Matemáticos I (F520/MS550) - Teste 4

12 de maio de 2010

1. (5 pontos) Determine quais das equações abaixo possuem soluções oscilatórias (isto é, com um número infinito de zeros) no intervalo  $(0, \infty)$ . Justifique detalhadamente suas respostas.
  - (a) (1 ponto)  $y'' + (\cos x + 2)y = 0$ .
  - (b) (1 ponto)  $y'' - e^{-x}y = 0$ .
  - (c) (3 pontos)  $y'' + \frac{1}{x}y = 0$ .
2. (5 pontos) Considere a equação diferencial  $x^2u'' + \lambda u = 0$  no intervalo  $[1, e]$ .
  - (a) (3.5 pontos) Determine os autovalores e autofunções correspondentes para o problema de Sturm-Liouville associado à EDO acima sujeita às condições de contorno  $u(1) = u(e) = 0$ .
  - (b) (1.5 pontos) Escreva a condição de ortogonalidade entre essas autofunções e a verifique explicitamente (fazendo um cálculo independente da teoria de Sturm-Liouville).