

Teste 1 - MA 141, turma ζ

17 de março de 2009.

É proibido usar calculadora. Respostas sem justificativas ou que não incluam os cálculos necessários não serão consideradas. Boa prova.

1. Considere o sistema abaixo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \xi \\ 1 & 1 & 0 \\ a & 1 & \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$$

Assinale as afirmações abaixo como verdadeiras ou falsas, justificando detalhadamente suas respostas. ($\xi = 1, -1, 2$, ou -2 , dependendo do seu teste. As respostas, porém, valem para todos os casos.)

- (a) (1 pt) Fixado $b = 0$, o sistema sempre possui solução (independentemente do valor de a).
Verdadeiro. Neste caso o sistema é homogêneo e possui, pelo menos, a solução trivial $x = y = z = 0$.
- (b) (1 pt) Fixado $b \neq 0$, o sistema nunca possui solução (independentemente do valor de a).
Falso. Para $a \neq 2$, o sistema sempre tem solução (única) para qualquer valor de b .
- (c) (1 pt) Fixado um valor de b , o sistema sempre admite solução (qualquer que seja o valor de a).
Falso. Se $b \neq 0$, o sistema não tem solução se $a = 2$. (Notem que, para este valor de a , a última linha da primeira matriz é a soma das duas primeiras.)
- (d) (1 pt) O sistema nunca admite solução única (independentemente dos valores de a e b).
Falso, veja item b.
- (e) (1 pt) O sistema pode admitir infinitas soluções (dependendo dos valores de a e b).
Verdadeiro. Este é o caso de $b = 0$ e $a = 2$. A solução é a reta $(\lambda, -\lambda, -\lambda/\xi)$, confirmam!
2. (5 pts) Quais são as possíveis intersecções entre dois planos (i.e., espaços com 2 geradores) em \mathbb{R}^5 ? Justifique sua resposta analiticamente.
Um plano em \mathbb{R}^5 corresponde a solução de um sistema com 3 equações L.I. com 5 incógnitas. A intersecção de dois planos em \mathbb{R}^5 corresponde, portanto, a um sistema de 6 equações lineares com 5 incógnitas. As possíveis intersecções correspondem às possíveis soluções deste sistema, a saber:

(a) \emptyset , caso o sistema não tenha soluções. Exemplo: os planos

$$\pi_1 : \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi_2 : \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

(b) Um ponto. Exemplo: os planos

$$\pi_1 : \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi_2 : \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0 \end{cases}$$

têm como única intersecção a origem $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$.

(c) Uma reta. Exemplo: os planos

$$\pi_1 : \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi_2 : \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

têm como intersecção o eixo x_5 .

(d) Um plano, caso os dois planos sejam coincidentes, e NADA mais. A solução não pode ter dimensão maior que 2, já que se trata da intersecção de espaços com 2 geradores.