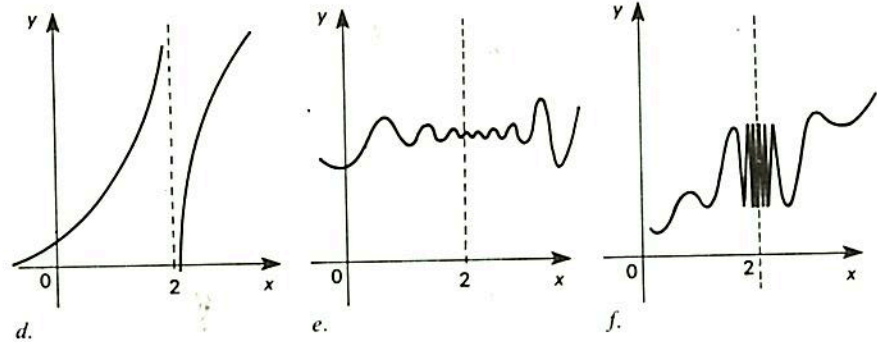
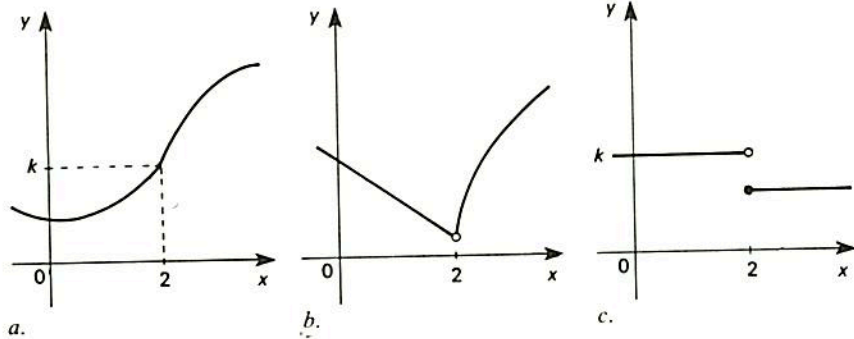


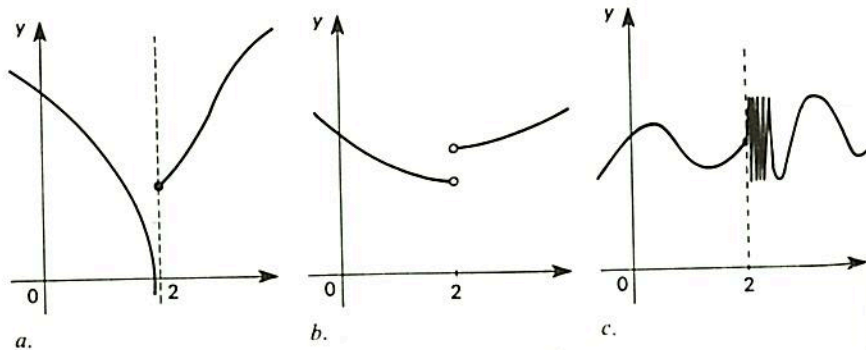
*14. Nos exercícios (a) a (f), encontre os pontos onde $f(x)$ não é contínua. Justifique, em cada caso, a sua resposta.



15. Esboce o gráfico de uma função contínua, onde sua derivada $f'(x)$ deixa de existir somente nos pontos $x = 2, 5, 8$ e 9 . O domínio da função deve ser todos os números reais.

16. Nos gráficos (a), (b) e (c), verifique se existe um número a tal que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = a.$$



17. Se $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ e $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5$, calcule:

- $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$;
- $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)g(x)]$;
- $\lim_{x \rightarrow 2} [5f(x)/(8g(x))]$;
- $\lim_{x \rightarrow 2} [-2f(x)7g(x)]$;
- $\lim_{x \rightarrow 2} [6f(x)/9g(x)]$.

18. Obtenha dy/dx pelo método da derivação implícita, se:

- $y^3 = 4kx$
- $y^3 - 3x + 2y = xy + a^2b^2$
- $x - \sqrt{y} = 10$
- $x^3y^2 + \sqrt{y^3} = k$

19. Determine a derivada das seguintes funções:

- $[x^3 + 1][x^{-1} + 7] = y$
- $[x^{-5} + 3][3x^{-1} + x] = y$
- $\frac{3x^2 - 8x + 1}{x^3 + 5x + 20} = y$
- $\frac{x^3 - 2x^2 + 4x - 4}{x^2 - 7x} = y$
- $\frac{x - 3x^2 + 7x - 6}{x^3 - 6} = y$
- $\frac{x^{-7} + 3x + 8x}{(x^2 + 4)^3} = y$
- $\frac{(\sqrt{x} - 1)(x^2 + 2x - 5)(2x)}{(x^2 + 3)(8x - 14)} = y$
- $\frac{(x^{-4} + 1)(x^2 - 7x + 6)}{(x - 1)(x - 3)(x - 9)} = y$
- $\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x + 2} = y$
- $(a + x)(\sqrt{a - x}) = y$

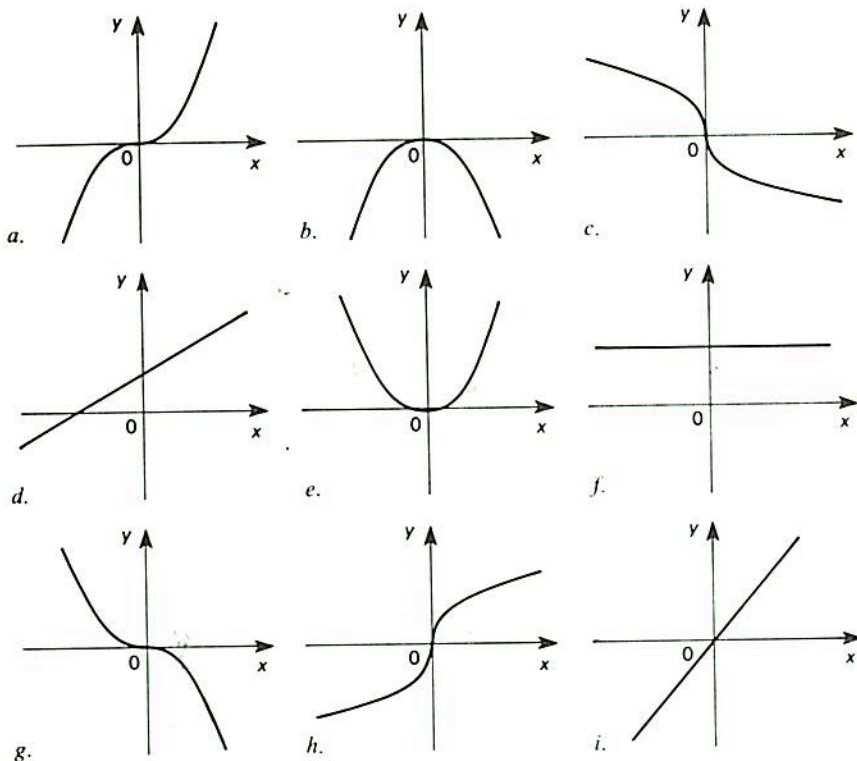
Para que valores de x as funções dadas em (d) e (h) deixam de possuir derivada?

20. Considere as funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = 7x^3 + k$, onde a, b e k são constantes reais. Seja $y_1 = f(2)$ e $y_2 = g(-1)$. Sem explicitar as funções inversas dessas funções, calcule suas derivadas nos pontos 2 e -1, respectivamente.

21. Calcule as derivadas das seguintes funções:

- $f(x) = [x^3 - 2x + 7]^{111}$
- $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$
- $f(x) = [ax + bx - c]^p$
- $f(x) = \sqrt{3x^2 + 15ax}$

22. Nas figuras (a) a (i), emparelhe os gráficos de funções com os de suas derivadas. O leitor não precisa se preocupar com as fórmulas analíticas que essas funções possam ter. Para responder à solicitação do problema é suficiente a forma geométrica assumida pelo gráfico.



23. Se $f(x) = x^{5/3}$, será verdade que f admite derivada em $x = 0$? Justifique sua resposta.
24. Um sistema adiabático consistindo em um gás diatômico está se expandindo à razão de $60 \text{ cm}^3/\text{min}$. Se a pressão P , dada em torr, e o volume V do gás, em cm^3 , estão relacionados pela equação

$$P = \frac{8,7}{V^{1,5}} 10^5$$

exprima a taxa de variação da pressão no tempo, como função do volume.

25. Determine como varia a área de superfície corporal de um ser humano em função de seu peso. Faz sentido essa taxa de variação quando o peso for nulo? Por quê?
26. A taxa de variação do batimento cardíaco de um mamífero é inversamente proporcional ao seu peso corporal p , em quilogramas. Se B denota o número de batimentos por minuto, então B e p estão relacionados pela fórmula

$$B(p) = 240p^{-0,25}$$

Faça um esboço da curva expressa pela equação anterior e determine sua tangente quando $p = 100 \text{ kg}$. Para um homem pesando 80 kg , tal função aproxima o batimento cardíaco médio esperado?

- **27. Vamos supor que N represente certa população em função do tempo t . Se

$$N(t) = a2^{-bt^{-1}}$$

onde a e b são constantes positivas, determine a taxa de crescimento dessa população. Que acontece com a taxa de crescimento para valores grandes de t ? (Esta curva é conhecida como a *curva de Gompertz* e é utilizada para descrever o crescimento livre de certos tumores sólidos malignos.)

28. No decorrer de uma experiência em um laboratório, derrama-se um líquido sobre uma superfície plana de vidro; verifica-se que o líquido vertido recobre uma região circular. Se o raio da região recoberta pelo líquido aumenta a uma taxa constante de $1,5 \text{ cm/s}$, qual será a taxa de crescimento da área ocupada pelo líquido em cm^2/s , quando o raio for igual a 5 cm ?
29. Suponhamos que uma proteína de massa m se decomponha em aminoácidos segundo a fórmula $m(t) = 25/(t+3)$, onde t representa o tempo medido em horas. Determine a taxa média de variação para os seguintes intervalos:
- $[0, 2]$;
 - $[0, 1]$;
 - $[0, 1, 4]$.

Qual a taxa de variação (instantânea) para $t = 1/4, 1$ e 2 ?

30. A massa de uma cultura de bactérias viáveis tem seu crescimento representado pela função $M(t) = p_0 + 60t - 2,5t^2$ (t medido em h e M em cm^3), sendo p_0 uma constante positiva. Calcule a velocidade de crescimento dessa cultura quando $t = 6 \text{ h}$. O que representa o ponto onde $M'(t) = 0$? E para os valores de t onde $M'(t) < 0$ e $M(t) > 0$, o que estaria sucedendo com essa massa bacteriana? (Sugestão: esboce o gráfico de $M(t)$, incluindo algumas tangentes à curva dentro das condições acima.)

31. Alguns venenos químicos ao serem ingeridos pelo homem só apresentam seus efeitos maléficos decorrido um certo intervalo de tempo. Inicialmente, devem acumular-se no corpo até atingir determinado patamar para, então, surgirem os primeiros sintomas. Vamos supor que certo indivíduo ingira, diariamente, uma quantidade constante x de um desses venenos e que consiga também eliminar diariamente de seu corpo uma porcentagem constante da quantidade acumulada x no organismo.

- Determine a quantidade de veneno acumulada no corpo decorridos n dias, contados a partir do início da contaminação.
- A quantidade acumulada tenderia a atingir um certo valor limite, decorrido um grande número de dias?
- Construa o gráfico deste modelo em um sistema de coordenadas onde o eixo das abscissas representa o tempo e o das ordenadas a quantidade acumulada do veneno.

32. O número de trinado emitidos por um grilo à noite, a cada 20 s , adicionados a 5 , é proporcional à temperatura ambiente em $^\circ\text{C}$, entre 15 e 35 graus. A faixa de variação do número de trinado entre as temperaturas máxima e mínima é igual a 100 . Calcule quantos trinado são emitidos, a cada 20 s , quando a temperatura é de 21° .

- *33. Duas espécies animais convivem em um nicho, onde uma delas tem na outra sua única fonte de alimentos. Sejam x e y o número de elementos de cada uma das duas famílias. Dados experimentais confirmam que elas estão relacionadas entre si através da equação

$$x^{-a}e^{bx} = y^c e^{-ky}$$

onde a , b , c e k são constantes positivas. Calcule a derivada de y em relação a x , isto é, dy/dx , sabendo que a função $f(x) = e^x$ é tal que $f'(x) = e^x$.

- *34. Muitas vezes, ao registrar-se o comportamento de um fenômeno, obtém-se uma tabela de dados sobre sua evolução e não uma função contínua para descrevê-lo. Contudo, é quase sempre possível, com ajuda de técnicas de cálculo numérico, obter uma função derivável que aproxima os dados obtidos experimentalmente. Em geral, exige-se que tal função, além de contínua, seja derivável.

Na hipótese de não se conhecer a função f , é possível estimar-se sua derivada em um ponto x , mediante a fórmula

$$f'(x) \cong \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

onde a precisão irá depender, entre outros fatores, da proximidade dos valores observados (na tabela) e daqueles determinados pela função f , bem como do incremento h etc.

Vamos supor que exista uma função $H = H(t)$ aproximando os valores encontrados na tabela abaixo, onde a variável t representa o tempo medido em anos e H é a altura de um indivíduo do sexo masculino, estimada em metros.

Crescimento de um indivíduo do sexo masculino em uma determinada população humana.

t : idade em anos	H : em metros	t : idade em anos	H : em metros
1,0	0,60	11,0	1,19
1,5	0,64	11,5	1,22
2,0	0,68	12,0	1,26
2,5	0,70	12,5	1,30
3,0	0,72	13,0	1,34
3,5	0,74	13,5	1,39
4,0	0,79	14,0	1,45
4,5	0,84	14,5	1,49
5,0	0,92	15,0	1,53
5,5	0,97	15,5	1,57
6,0	1,01	16,0	1,61
6,5	1,04	16,5	1,66
7,0	1,06	17,0	1,68
7,5	1,09	17,5	1,71
8,0	1,10	18,0	1,72
8,5	1,11	18,5	1,73
9,0	1,12	19,0	1,74
9,5	1,13	19,5	1,75
10,0	1,15	20,0	1,75
10,5	1,17		

Para facilitar, vamos chamar o indivíduo cujos dados estão na tabela anterior de João. Pela tabela, quando João tinha 1 ano de idade, media 0,60 m e aos 20 anos, 1,75 m.

- Suponha que o crescimento de João tenha se processado de modo linear. A partir destes dados, qual seria a altura prevista de João aos 10 anos de idade?
 - Aos 10 anos, sua altura era de 1,15 m. Qual foi o erro cometido na previsão feita no item (a)?
 - Entre 10 e 15 anos, pode-se dizer que a taxa média de crescimento de João foi de 0,076 m/ano?
 - Entre 5-8 e 13-17 anos, incluindo os extremos, em qual desses dois períodos João cresceu mais rapidamente? Justifique sua resposta.
 - Qual foi o período em que João apresentou a maior taxa de crescimento?
35. Se $f(x) = x^2$, estime pela fórmula dada no Exercício 34 deste capítulo a derivada de f em $x = 5$, para $h = 1$, $h = 0,5$, $h = 0,1$, $h = 0,01$ e $h = 0,001$. Expresse, percentualmente, o erro cometido em relação ao valor exato da derivada, isto é, $f'(5) = 2 \cdot 5 = 10$, para os vários h dados acima.
36. Repita o exercício anterior, agora para a função $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$, $x = 1$, $h = 0,1$ e $h = 0,01$.

- **37. Mostre que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$$

38. *Contração muscular.* Vimos no Exercício 50 do Capítulo 1 que a energia E envolvida na contração isotônica de músculos estriados é expressa por $E = Px + ax = (P+a)x$, onde Px representa o trabalho realizado e ax é o calor produzido pelo encurtamento x .

- a. Mostre que

$$\frac{dE}{dt} = v(P+a)$$

onde v é a velocidade de contração.

- b. A.V. Hill observou que a taxa de variação instantânea de energia depende linearmente da força de tensão exercida, isto é

$$\frac{dE}{dt} = b(P_0 - P)$$

onde P_0 representa a tensão máxima, ocorrente em estado tetânico. Mostre que

$$(P+a)(v+b) = (P_0+a)b = k \text{ (constante)}$$

Reveja o Exemplo 1.10.

- *39. *O brilho subjetivo da luz.* Suponhamos que o brilho de uma fonte luminosa percebido por um observador seja dado por:

$$B(l) = kl^b$$

onde b e k são constantes positivas e l mede o brilho emitido pela fonte luminosa em lumens/m². As constantes b e k podem variar segundo as condições experimentais.