

Programação Linear

Prof. Moretti

Método Simplex Revisado (MSR)

A vantagem de se trabalhar com o MSR é que trabalhamos apenas com as informações necessárias para se resolver o problema. Ao invés de estarmos trabalhando com

$$\left. \begin{aligned} x_B &= \bar{b} - \sum_{j \in I(N)} y_j x_j \\ z &= \bar{z} - \sum_{j \in I(N)} (z_j - c_j) x_j \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Neste caso, estamos calculando } (z_j - c_j) \text{'s} \\ &\text{e } y_j \text{'s de todas as VNB.} \end{aligned}$$

no MSR temos

w	$c_B B^{-1} b$
B^{-1}	$\bar{b}$

onde $w = c_B B^{-1}$.

Em cada iteração do método, calculamos a variável que entra na base usando apenas as informações do quadro do MSR.

Para cada VNB temos:

$$z_j - c_j = c_B B^{-1} a_j - c_j = w a_j - c_j$$

Uma vez definida a VNB que irá entrar na base, precisamos calcular quem sai da base. Assuma que x_k entra na base. Portanto, calcule $y_k = B^{-1} a^k$.

Para calcular quem sai da base, basta efetuar o teste da razão:

$$\frac{\bar{b}_r}{y_{rk}} = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\}$$

ou seja, a variável básica x_{B_r} sai da base.

Para atualizar o quadro simplex, faça o seguinte:

w	$c_B B^{-1}b$	$z_k - c_k$
B^{-1}	$\bar{b}_1$	y_{1k}
	$\vdots$	$\vdots$
	$\bar{b}_r$	y_{rk}
	$\vdots$	$\vdots$
	$\bar{b}_m$	y_{mk}

Agora, basta transformar y_{rk} em 1 e os demais componentes da coluna em zero.

Ao término desta operação, temos o novo quadro do SR.

Exemplo:

$$\text{Max } z = -2x_2 + x_3$$

sa

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq -4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 9$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Colocando o problema na forma padrão, temos:

$$\text{Max } z = -2x_2 + x_3$$

sa

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 9$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 + x_6 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Base inicial: $[a^4, a^5, a^6] = I_{3 \times 3}$

$$x_B = (x_4, x_5, x_6)$$

$$c_B = [c^4, c^5, c^6] = (0, 0, 0)$$

$$\bar{z} = c_B B^{-1}b = 0$$

$$w = c_B B^{-1} = 0$$

$$I(N) = (1, 2, 3)$$

$$I(B) = (4, 5, 6)$$

$$\bar{b} = B^{-1}b = b$$

Iteração 1

0	0	0	0
1	0	0	4
0	1	0	9
0	0	1	5

Cálculo de quem entra na base:

Para todo $j \in I(N)$

$$z_1 - c_1 = wa^1 - c_1 = 0$$

$$z_2 - c_2 = wa^2 - c_2 = 2$$

$$z_3 - c_3 = wa^3 - c_3 = -1 \Rightarrow x_3 \text{ é candidata a entrar na base.}$$

$$y_3 = B^{-1}a^3 = Ia^3 = (-1, 1, -1)^t$$

0	0	0	0
1	0	0	4
0	1	0	9
0	0	1	5

-1
-1
1
-1

T.R.
9/1

x_5 sai da base.

Transformar y_{23} em 1 e os demais em zeros.

0	1	0	9
1	1	0	13
0	1	0	9
0	1	1	14

0
0
1
0

Novo quadro simplex

Iteração 2

Cálculo dos $z_j - c_j$'s , $I(N) = \{1, 2, 5\}$

$$z_1 - c_1 = wa^1 - c_1 = (0, 1, 0) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 0 = 1$$

$$z_2 - c_2 = wa^2 - c_2 = (0, 1, 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 = 3$$

$$z_5 - c_5 = wa^5 - c_5 = (0, 1, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = 1$$

Como todos os custos reduzidos são ≥ 0 , estamos no ótimo.