

MS211 - Cálculo Numérico - Projeto 1 (v1.0)
Entrega: 25/09/2018, em horário de aula (prova)

(O trabalho poderá ser feito em grupos de até três alunos)

Questão 1

Fazer o Projeto 1: “Precisão de Máquina”, da página 24 do livro *Cálculo Numérico*, Ruggiero-Lopes, 2a. Edição.

Questão 2

Uma raiz α de $f(x) = 0$ é dita múltipla de multiplicidade p se $0 \neq |g(\alpha)| < \infty$, $f(x) = (x - \alpha)^p g(x)$. Assim, se α é de multiplicidade p então

$$f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \dots = f^{(p-1)}(\alpha) = 0 \quad \text{e} \quad f^{(p)}(\alpha) \neq 0.$$

Vimos que se α é uma raiz múltipla então o método de Newton não converge quadraticamente, mas sim linearmente com constante assintótica do erro (taxa de convergência) igual a $(1 - 1/p)$.

- Mostre, com o devido desenvolvimento, uma forma de recuperar a convergência quadrática do método de Newton.
- Defina um problema com raiz múltipla, implemente o Método da Bisseção, o Método da Secante, o método de Newton original e a sua modificação discutida na letra a) e os utilize para calcular a raiz, mostrando numericamente a taxa e a ordem de convergência obtidas para cada método.

Questão 3

Sejam $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma matriz inversível, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ um vetor dado e o problema: encontrar $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ tal que

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}. \tag{1}$$

- Utilizando como base algum dos diversos algoritmos encontrados nas referências bibliográficas, escreva um programa para realizar a fatoração $A = LU$ e, utilizando esta fatoração, resolver o problema (1). Discuta sua complexidade computacional.
- Com base no algoritmo da letra a), desenvolva um programa especializado para o caso em que a matriz A é tridiagonal, ou seja $A = (a_{ij})$ com $a_{ij} = 0$ para $|i - j| > 1$, discutindo sua complexidade computacional.
- Utilizando os programas das letras a) e b), resolva o sistema dado por:

$$-x_{k-1} + 2x_k - x_{k+1} = \frac{8}{(n+1)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

com $x_0 = x_{n+1} = 0$, para vários valores de n e compare sua solução com a solução analítica:

$$x_k = 4 \left[\frac{k}{n+1} - \left(\frac{k}{n+1} \right)^2 \right].$$

Discuta o comportamento dos programas para o caso em que n é grande.

Bom trabalho!