9,0 Muito bom

ALESSANDRO R. A. JUNIOR
DANIELA MIDORI KAMIOKA
FÁBIO CUNHA FERNANDES
GIOVANI LUCAS C. PEREIRA

8º ANO

MATEMÁTICA PARA TODOS

COMPONENTE CURRICULAR:
Matemática

ENSINO FUNDAMENTAL:
Anos finais

Editora
INICIANTE

Bom trabalho.
Alguns pequenos deslizes de diagramação.
Algumas contextualizações duvidosas.

Esse template foi feito por
Fernanda Alves de Oliveira Gonçalves
Marina Luccas Castro

Esse template foi adaptado por
Alessandro Roberto Assumpção Junior
Daniela Midori Kamioka
Fábio Cunha Fernandes
Giovani Lucas Campos Pereira

GRUPO G

Conteúdo:
Alessandro Roberto Assumpção Junior
Daniela Midori Kamioka

Diagramação:
Fábio Cunha Fernandes
Giovani Lucas Campos Pereira

Imagens:
Alessandro Roberto Assumpção Junior
Giovani Lucas Campos Pereira
Fábio Cunha Fernandes

Revisão do Conteúdo:
Fábio Cunha Fernandes

Revisão do Latex:
Giovani Lucas Campos Pereira
Fábio Cunha Fernandes
Daniela Midori Kamioka

Sumário

Nota dos autores

Nosso livro se preocupou em não só cumprir as exigências da matriz processual do estado de São Paulo, mas também em apresentar um material bom no sentido de ser acessível e simples de se aprender por parte dos alunos, além de servir como um pequeno modelo planejador para os docentes que precisarem de um material sobre o assunto abordado para escrever e elaborar suas aulas. Por isso, deixamos alguns exercícios com espaço disponível para que o aluno use o material como um objeto de estudo completo, apesar de sabermos dos obstáculos que a rede pública oferece para o uso destes recursos.

Julgamos ser importante deixar o livro inteiramente compreensível a partir do tópico *Conhecendo seu livro*, da forma com que o conteúdo foi apresentado e da progressão feita durante o capítulo inteiro. Todos os exercícios foram elaborados pelos autores e pensados de forma a otimizar o aprendizado do aluno e também a relacionar com seu cotidiano.

Acreditamos que os recursos apresentados no livro, desde as notas de margem até as tecnologias e desafios sugeridos, sejam instrumentos de grande importância no enriquecimento do material e que suas utilidades evidenciam o nosso grau de preocupação em entregar um material de qualidade.

Conhecendo seu livro

Neste livro você vai encontrar alguns recursos que vão ajudar na compreensão e aplicação dos conceitos apresentados. Conheça a seguir as funções de cada um destes recursos.

Lembrete:

Algumas lembranças sobre conceitos que já aprendeu em outros anos ou até mesmo nas páginas anteriores deste livro.

Dica:

Procedimentos para resolver ~~partes de~~ alguns exercícios.

Bom Saber!

Informações extras que vão enriquecer seu conhecimento, dentro e fora da matemática, para este ano letivo e para toda a vida.

Apresentaremos agora os ambientes para definição dos conceitos que serão apresentados ao longo do livro, para as listas de exercícios para casa e para os desafios que você vai encontrar no fim de cada seção.

~~Definições, que dão significado aos~~ novos conceitos que você encontrará nesta obra.

Exercícios propostos

DESAFIO! Presente ao final de cada uma das seções.

Exercícios resolvidos.

E por último:

Tecnologia

Sugestões de aplicativos, vídeos, podcasts e outros materiais que podem auxiliar no seu caminho pela matemática.

Capítulo 1

Sistemas de equações

Provavelmente o problema mais importante da matemática é o da resolução de um sistema de equações lineares. Mais de 75% de todos os problemas matemáticos encontrados em aplicações científicas e industriais, em algum estágio da resolução, envolvem um sistema linear. Usando métodos modernos da matemática, é frequentemente possível reduzir um problema sofisticado a um simples sistema de equações lineares. Os sistemas lineares aparecem em aplicações em áreas como negócios, economia, sociologia, ecologia, demografia, genética, eletrônica, engenharia e física. (LEON, 2011, p. 01)

Conta de energia, você sabe como economizar nos meses de pouca chuva? Disponível em: http://parecis.net/parecis/index.php/geral/a-partir-desta-quarta-contas-de-energia-podem-ficar-ate-20-mais-barata-saiba-como-aderir

Para que possamos compreender como utilizar esse rico método de resolução de problemas, precisamos começar dos exemplos mais simples. Neste capítulo você vai aprender a transformar alguns problemas em sistemas de equações lineares, também vai aprender a resolver estes sistemas.

O que você precisa saber antes de continuar...

Equações do 1º grau, plano cartesiano, operações com frações e operações com números decimais.

Objetivos

- ☐ Traduzir um problema para a linguagem algébrica na forma de um sistema;
- ☐ Resolver sistemas de equações pelo método da adição;
- ☐ Resolver sistemas de equações pelo método da substituição;
- ☐ Representar uma equação com duas incógnitas no plano cartesiano.
- ☐ Analisar e discutir as possíveis soluções de um sistema linear.
- ☐ Interpretar gráficamente a solução de um sistema.

1.1 Sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas

Você sabe como é calculado ~~o preço da~~ conta de energia elétrica da sua casa?

O principal fator de influência na forma como é cobrada a conta de consumo de energia elétrica em um determinado mês é a quantidade de água disponível nos reservatórios das hidrelétricas. Em épocas de pouca chuva, o custo de geração da energia aumenta, o que influencia na cobrança para o consumidor.

Por isso, vamos considerar dois cenários para calcular o preço a ser pago pelo consumo de energia elétrica de uma determinada cidade A:

Cenário 1 - Reservatórios das hidrelétricas bem abastecidos

Bom Saber
kWh é uma unidade de medida para energia. Em português, quilowatt-hora. Você sabe qual o consumo dos seus eletrodomésticos?

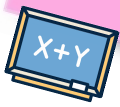
Quando os reservatórios estão bem abastecidos o preço do quilowatt-hora (kWh) é igual a R$ 0,30 (30 centavos). A distribuidora de energia também pode cobrar uma taxa fixa de manutenção mensal de R$ 35,00.

Indicaremos por
- x: consumo de energia, em kWh, da família Silva,
- y: valor a ser pago pelo consumo de energia.

A equação de 1º grau com duas incógnitas abaixo pode ser usada para calcular essa conta:

$$y = 0,3x + 35$$

Bom Saber
Poderíamos escolher c e v para representar consumo e valor, mas x e y são letras comuns em sistemas do 1º grau



Cenário 2 - Escassez de chuvas

Em épocas de seca e baixa umidade, o cálculo do valor da energia a ser repassada ao consumidor final pode sofrer um reajuste, em função das condições de geração de eletricidade. O preço do kWh passa a ser de R$ 0,40 (40 centavos), mas a taxa operacional fica em R$ 25,00. Portanto, o preço pago é:

por que a taxa fixa diminui?

$$y = 0,4x + 25,$$

onde x é o consumo de energia em kWh e y é o preço da conta em reais.

Veja que se a família Silva consumir 150 kWh em um determinado mês então o valor a ser

pago no
Cenário 1 será de:

$$y = 0,3 \cdot 150 + 35 = 80$$
$$y = R\$80,00$$

Já no **Cenário 2**, onde temos um mês de seca, o valor pago pelo consumo de energia será maior:

$$y = 0,4 \cdot 150 + 25 = 85$$
$$y = R\$85,00$$

Agora se a família reduzir bastante o seu consumo para 50 kWh no mês então o valor a ser pago no **Cenário 1** será de:

$$y = 0,3 \cdot 50 + 35 = 50$$
$$y = R\$50,00$$

Já no **Cenário 2**, o valor pago é menor pois,

$$y = 0,4 \cdot 50 + 25 = 45$$
$$y = R\$45,00$$

É possível manter o mesmo consumo de energia e o mesmo valor pago todo mês nas duas situações de cobrança citadas?

Observe que se a família consumir 100 kWh no mês então o valor da conta no **Cenário 1** será de:

$$y = 0,3 \cdot 100 + 35 = 65$$
$$y = R\$65,00$$

Note que no **Cenário 2** o valor pago é o mesmo:

$$y = 0,4 \cdot 100 + 25 = 65$$
$$y = R\$65,00$$

Logo, existe um consumo de kWh para o qual o valor a ser pago é o mesmo nos dois cenários, ou seja, x (consumo de energia em kWh) e y (valor da conta) têm os mesmos valores nas duas equações. Nesse caso, x e y satisfazem as duas equações simultaneamente. Logo, ~~as duas equações formam um~~ **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**, que é indicado da seguinte forma: (x,y) é solução de um...

$$\begin{cases} y = 0,3x + 35 \\ y = 0,4x + 25 \end{cases}$$

Reescrevendo:

$$\begin{cases} 0,3x - y = -35 \\ 0,4x - y = -25 \end{cases}$$

Observando que as soluções são escritas em pares ordenados da forma (x,y), temos que:

- $(150,80)$ é solução apenas da equação $-0,3x+y=35$,
- $(150,85)$ é solução apenas da equação $-0,4x+y=25$,
- $(50,50)$ é solução apenas da equação $-0,3x+y=35$,
- $(50,45)$ é solução apenas da equação $-0,4x+y=25$.

Já o par ordenado $(100,65)$ é solução, simultaneamente, das duas equações. Logo, é **solução do sistema**. Portanto, a família Silva deve consumir 100 kWh por mês para que o valor a ser pago na conta de energia seja de R$ 65,00 nas duas formas de cobrança de energia.

A **solução** de um sistema de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas é um par ordenado (x,y) que é solução de cada uma das equações simultaneamente.

1.2 Classificação dos sistemas através da representação gráfica

Considere o seguinte sistema de equações polinomiais do 1º grau:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$$

Podemos representar graficamente esse sistema. Para isso, é necessário traçar em um mesmo plano cartesiano as duas retas que representam as soluções de cada equação do sistema.

Lembrete: para traçar uma reta basta conhecer dois de seus pontos

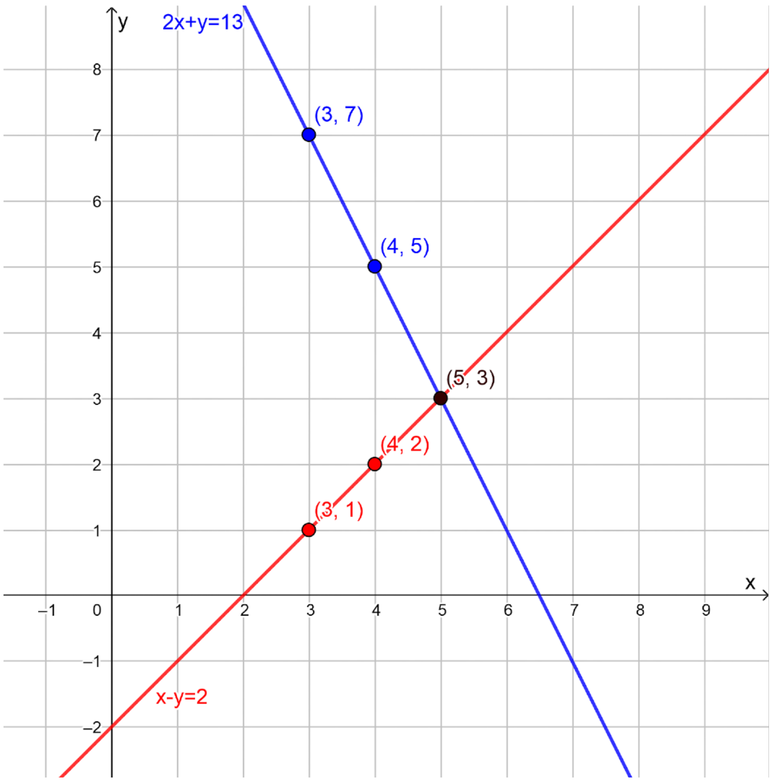
Para a equação $x - y = 2$, temos:

x	y	(x, y)
3	1	(3,1)
4	2	(4,2)

Para a equação $2x + y = 13$, temos:

x	y	(x, y)
3	7	(3,7)
4	5	(4,5)

Localizamos os dois pontos de cada reta do plano e traçamos as retas, conforme abaixo:



Em azul, a reta da equação $2x+y=13$. Em vermelho, a reta da equação $x-y=2$.

> *Lembrete:* duas retas são concorrentes quando se cruzam em um único ponto.

As retas que representam as soluções das equações são concorrentes e se encontram no ponto ordenado $(5,3)$. Assim o par ordenado $(5,3)$ é a solução do sistema.

Um sistema é **possível e determinado** quando tem **apenas uma solução**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema possível e determinado ~~e determinado~~ são concorrentes.

Agora vamos considerar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x+y=0 \end{cases}$$

Vamos atribuir valores a incógnita x e calcular o valor corresponde de y para cada uma das retas.

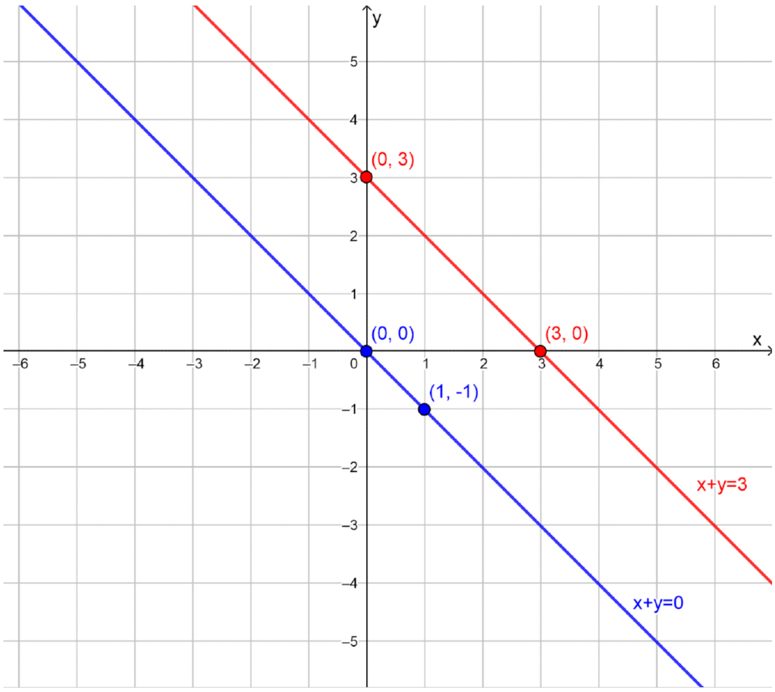
Para $x+y=3$, temos:

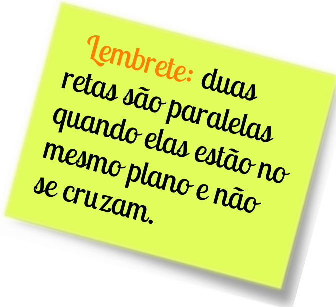
x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)

Para $x+y=0$, temos:

x	y	(x, y)
0	3	(0, 0)
3	0	(1, −1)

Em seguida, traçamos as retas de cada uma das equações no plano cartesiano abaixo:





Em azul, a reta da equação $x+y=0$. Em vermelho, a reta da equação $x+y=3$.

Como as retas são paralelas, não é possível atribuir valores a x e a y que satisfaçam simultaneamente as duas equações. Logo, o sistema não tem solução.

Um sistema é **impossível** quando **não tem solução**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema impossível são distintas e paralelas.

Por fim, vamos considerar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+4y=2 \end{cases}$$

Novamente, vamos escolher dois pares ordenados para cada uma das equações e anotá-los em uma tabela.

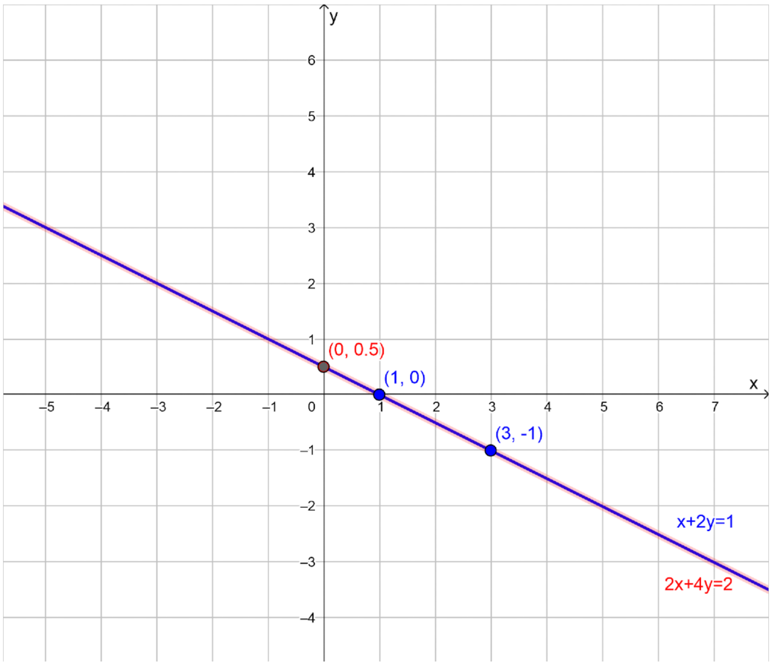
Para $x+2y=1$, temos:

x	y	(x,y)
0	$\frac{1}{2}$	$\left(0,\frac{1}{2}\right)$
1	0	$(1,0)$

Para $2x+4y=2$, temos:

x	y	(x,y)
3	-1	$(3,-1)$
1	0	$(1,0)$

Ao traçar as retas de cada uma das equações, elas ficam conforme mostra a figura a seguir:



Em azul, a reta da equação $x+2y=1$. Em vermelho, a reta da equação $2x+4y=2$.

Lembrete: duas retas são coincidentes quando elas estão sobrepostas, ou seja, têm infinitos pontos em comum.

Como as retas são coincidentes, então elas possuem todos os pontos em comum. Logo, o sistema tem infinitas soluções.

Um sistema é **possível e indeterminado** quando tem **infinitas soluções**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema possível e indeterminado são coincidentes.

Note que se multiplicar cada termo da primeira equação por 2, obtemos a segunda equação. Assim, as equações são equivalentes, isto é, têm as mesmas soluções.

Exercícios propostos

1- Mariana e Lucas possuem juntos 248 amigos em uma rede social, sendo que Mariana possui 14 amigos a mais que Lucas. Chamando de x a quantidade de amigos de Mariana e de y a quantidade de amigos de Lucas, escreva um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que possibilite determinar a quantidade de amigos de cada um deles.

2- Novas músicas são inseridas numa pasta criada pelo casal Rafaela e Júlio através de um aplicativo. Sabendo que a pasta tem 142 músicas no total e que a diferença entre a quantidade de músicas adicionadas por Júlio e o triplo da quantidade das músicas de Rafaela é 6, determine um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que permita encontrar a quantidade de músicas que Rafaela e Júlio inseriram na pasta.

3- Jonas recebeu R\$ 130,00 em cédulas de R\$ 10,00 e de R\$ 20,00, em um total de 9 cédulas. Escreva um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que descreva a quantidade de cédulas de R\$ 10,00 e de R\$ 20,00 que Jonas possui.

4- Verifique se o par ordenado $(-3,5)$ é a solução do sistema de equações $\begin{cases} 4x-3y=3 \\ 2x-5y=8 \end{cases}$. Caso não seja, encontre a solução do sistema de equações.

falso: por que um se compara ao triplo do outro?

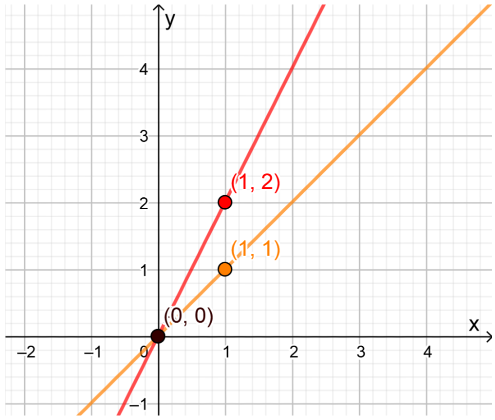
5- Utilizando papel quadriculado, represente graficamente as soluções de cada sistema abaixo utilizando o plano cartesiano. Em seguida, classifique cada um dos sistemas em possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

a) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-y=2 \\ x-y=-1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-y=0 \\ -x+y=-3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x-4y=10 \\ x-2y=5 \end{cases}$

6- Qual é o sistema correspondente a representação gráfica ao lado?



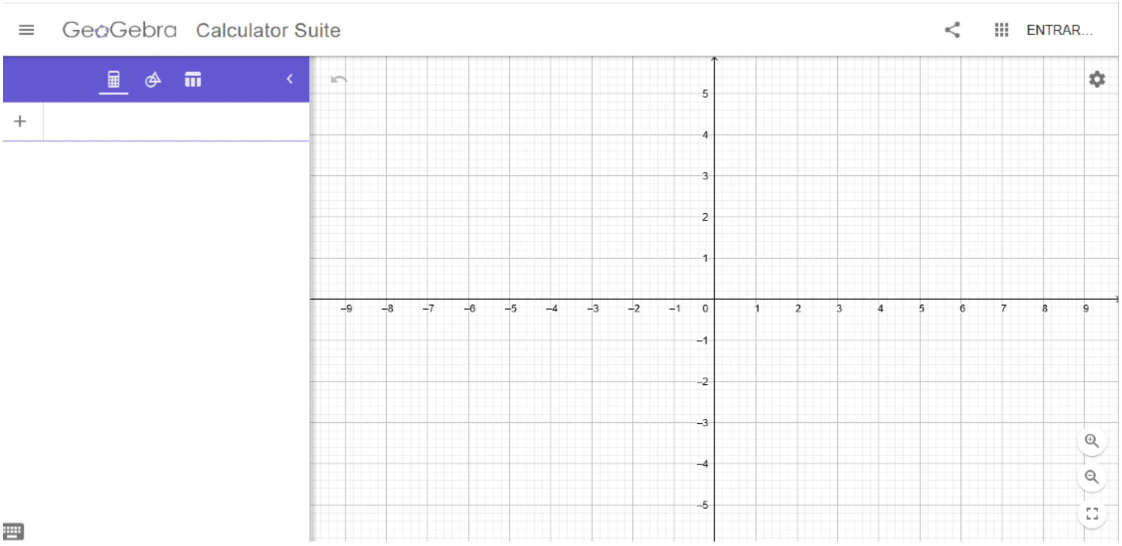
a) $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x+2y=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x-2y=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$

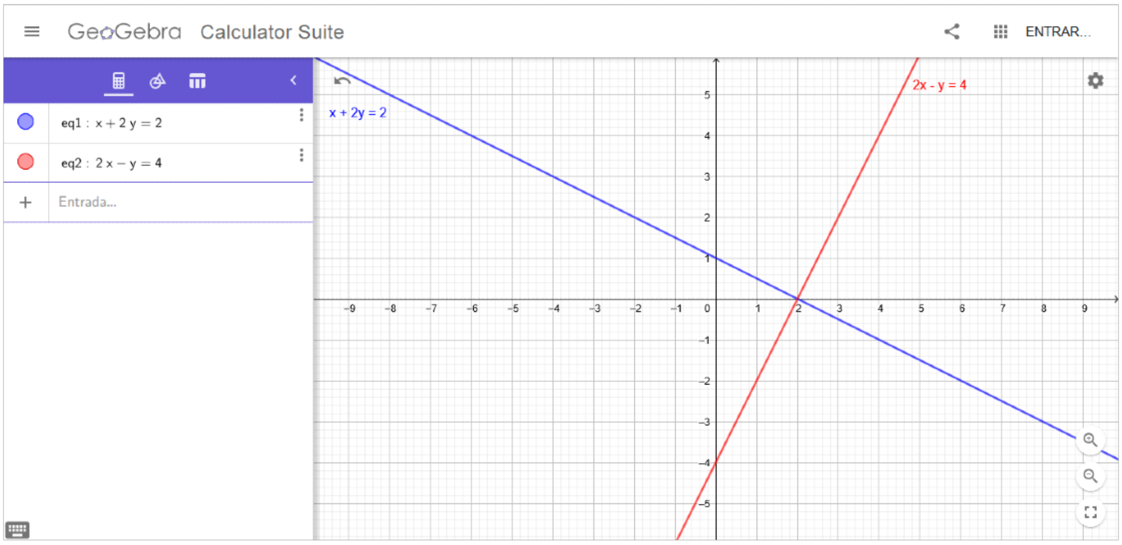
Tecnologia

Nesta seção você vai usar um *software* de construção de gráficos chamado *Geogebra*. Com ele, podemos representar graficamente as soluções de um sistema de equações e também verificar se um sistema apresenta nenhuma, uma ou infinitas soluções.

Esta é a tela inicial do *software GeoGebra*:



Para obter a representação gráfica das soluções do sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$, basta digitar as duas equações no campo apropriado:



A partir dessa representação gráfica, podemos dizer que o sistema é possível e determinado, pois as retas se cruzam em um único ponto. Ao clicar sobre esse ponto, descobrimos que suas coordenadas são $(2, 0)$. Portanto, é possível determinar que a solução do sistema é $x = 2$ e $y = 0$.

Agora é a sua vez. Construa as representações gráficas dos seguintes sistemas e classifique-os como possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível. Caso seja possível e determinado, apresente a sua solução:

a) $\begin{cases} 6x+10y=16 \\ 3x+5y=8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+y=10 \\ 10x+2y=112 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-3y=7 \\ 3x+4y=8 \end{cases}$

Desafio

Acompanhe a conversa de dois irmãos, Leo e Rui, ~~via Whatsapp~~ sobre uma quantia de dinheiro que ganharam de uma tia.

evite marcas

Para descobrir quantos reais cada irmão ganhou, responda às questões:

a) Qual dos sistemas a seguir traduz a situação apresentada?

i. $\begin{cases} \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=110 \\ x-y=10 \end{cases}$ ii. $\begin{cases} x+\dfrac{y}{3}=110 \\ y+\dfrac{x}{4}=110 \end{cases}$

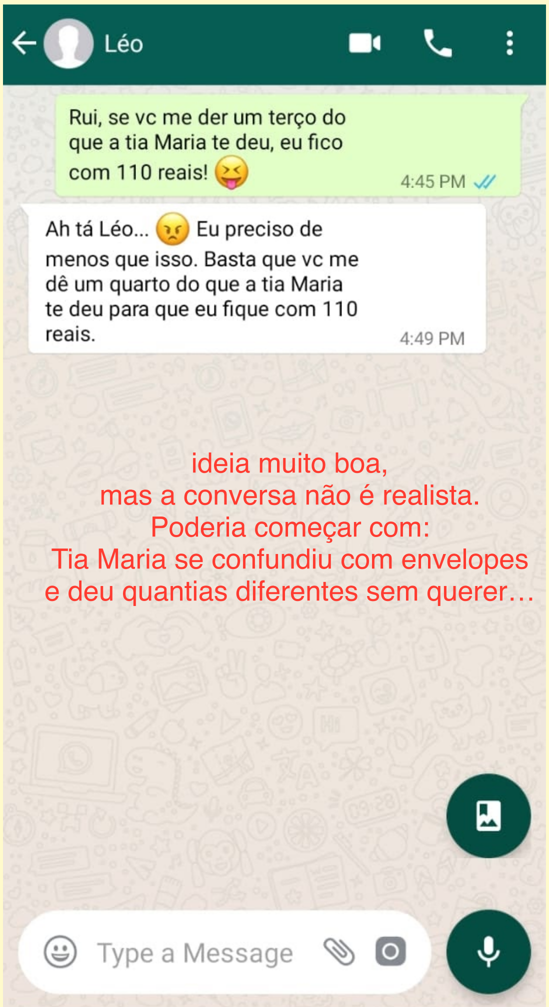
iii. $\begin{cases} x-\dfrac{y}{3}=110 \\ y-\dfrac{x}{4}=110 \end{cases}$

b) No sistema correto de equações, o que representa a incógnita x? E a incógnita y?

c) Verifique qual dos pares ordenados a seguir é solução do sistema de equações correto:

i. $(80, 90)$ ii. $(90, 80)$ iii. $(85, 95)$

d) Qual é a quantia que cada irmão ganhou?



ideia muito boa,
mas a conversa não é realista.
Poderia começar com:
Tia Maria se confundiu com envelopes
e deu quantias diferentes sem querer…

1.3 Resolução de sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas

Nessa seção aprenderemos dois dos possíveis métodos utilizados para solucionar os sistemas de equação de 1º grau com duas incógnitas: O **método de substituição**, e o **método de adição**.

Para começar discuta com seus colegas e escreva com suas palavras:
O que significa "solucionar um sistema de equações de 1° grau com duas incógnitas"?

De volta ao primeiro exemplo visto neste capítulo, temos que:

- **x** é o consumo de energia em kWh,
- **y** é o preço da conta em reais.

Lembrete: queremos encontrar um valor para x e um valor para y que satisfaçam as duas equações ao mesmo tempo!

Temos duas equações que representam os dois diferentes cenários da cobrança de energia, para descobrir qual o consumo (x) que faz com que o valor pago (y) seja sempre o mesmo, independente dos cenários, precisamos resolver o sistema:

$$\begin{cases} y = 0,3x+35 \\ y = 0,4x+25 \end{cases}$$

Vamos utilizar esse sistema para demonstrar os dois métodos.

1.3.1 Método de substituição

Para solucionar o sistema por método de substituição, é preciso seguir 3 passos.

- **1º Passo: Isolar umas das incógnitas em umas das equações.**

  Neste caso, escolhendo qualquer uma das equações, já temos y isolado de um lado da equação, então escolheremos a 1ª equação:

  $$y = 0,3x+35$$

  Importante notar que, excepcionalmente, o 1º Passo já está concluído nesse exercício. No entanto, trata-se de um passo importante na resolução pelo método de substituição e não deve ser ignorado.

Ao final do 1º passo, observe que temos uma equação em que o valor de y está relacionado ao valor de x e usaremos essa informação no próximo passo.

Bom Saber
Outra forma possível seria escolher a segunda equação ao invés da primeira ou isolar x ao invés de y.

- **2º Passo: Substituir o equivalente a essa incógnita na outra equação.**

Veja que sempre podemos trocar um valor por outro se eles forem iguais!
Um simples exemplo é dizer que tanto faz escrever o número 4 ou a fração $\frac{8}{2}$, pois $4 = \frac{8}{2}$.

Sabendo disso, podemos substituir na segunda equação y por $(0,3x+35)$, sempre que quisermos, pois $y = 0,3x+35$:

Dica:
Quando substituímos uma incógnita por uma sentença matemática como fizemos com

y por $(0,3x+35)$

usamos parênteses para indicar que a sentença TODA foi colocada no lugar da incógnita.

$$
\begin{aligned}
y &= 0,4x+25 \\
(0,3x+35) &= 0,4x+25 \\
35-25 &= 0,4x-0,3x \\
10 &= 0,1x \\
10/0,1 &= x \\
x &= 100
\end{aligned}
$$

Com esse passo, descobrimos o valor de x. Agora sabemos o número total de kWh gastos para que o valor da conta seja o mesmo nos dois cenários, isto é, x obtido satisfaz as duas equações do nosso sistema.

- **3º Passo: Substituir o valor de incógnita encontrado em uma das equações**

Agora que sabemos o valor de uma das incógnitas, é necessário apenas substituir o valor de x em uma das equações para descobrir o valor exato da outra (y). Vamos utilizar a primeira equação novamente:

$$
\begin{aligned}
y &= 0,3x+35 \\
y &= 0,3\cdot(100)+35 \\
y &= 30+35 \\
y &= 65
\end{aligned}
$$

Concluímos então, que este sistema é possível e determinado com solução (100,65). Portanto, o total de kWh gastos deve ser igual a 100 para que as contas sejam do mesmo valor, R$ 65,00.

Agora vamos treinar nosso método de substituição em um novo sistema:

$$\begin{cases} 6x+3y=48 \\ 12x+2y=48 \end{cases}$$

- **1º Passo: Isolar umas das incógnitas em umas das equações.**

  Desta vez, utilizaremos a primeira equação e isolaremos a incógnita y.

$$\begin{aligned} 6x+3y &= 48 \\ 3y &= 48-6x \\ 3(y) &= 3(16-2x) \\ y &= 16-2x \end{aligned}$$

- **2º Passo: Substituir o equivalente a essa incógnita na outra equação.**

  Substituindo na segunda equação.

$$\begin{aligned} 12x+2y &= 48 \\ 12x+2(16-2x) &= 48 \\ 12x+32-4x &= 48 \\ 8x &= 48-32 \\ 8x &= 16 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- **3º Passo: Substituir o valor de incógnita encontrado em uma das equações**

  Substituindo na segunda equação.

$$\begin{aligned} 12x+2y &= 48 \\ 12\cdot(2)+2y &= 48 \\ 24+2y &= 48 \\ 2y &= 48-24 \\ y &= 24 \\ y &= 12 \end{aligned}$$

  Sistema possível, determinado, com solução $(2,12)$.

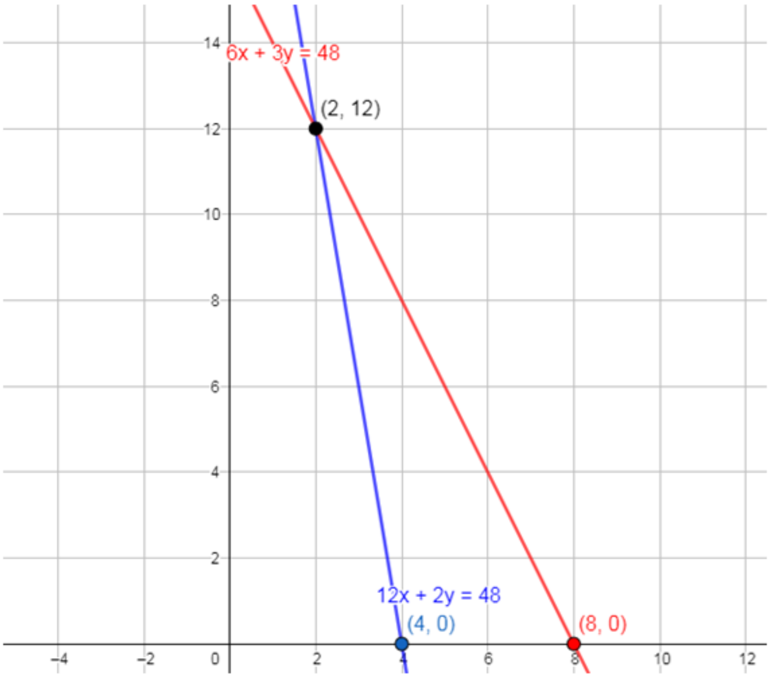
Para representação gráfica:

Pontos para a reta da equação $6x+3y=48$:

x	y	(x, y)
2	12	(2, 12)
8	0	(8, 0)

Pontos para a reta da equação $12x+2y=48$:

x	y	(x, y)
2	12	(2, 12)
4	0	(4, 0)



Em azul, a reta da equação $12x+2y=48$. Em vermelho, a reta da equação $6x+3y=48$.

1.3.2 Método de adição

Este método consiste em dois passos que veremos a seguir retomando o exemplo da conta de energia:

$$\begin{cases} y = 0,3x+35 \\ y = 0,4x+25 \end{cases}$$

- **1º Passo: Manipular as equações, de forma que seja possível eliminar uma das incógnitas**

  O objetivo desse passo, é manipular uma ou até mesmo as duas equações, de forma que somando-as, umas das incógnitas seja eliminada da equação resultante. Para isso é necessário que uma das equações tenha um termo oposto ao termo da outra equação.

  confuso

  Neste caso, manipularemos a primeira equação, multiplicando-a por (-1) pois nas duas equações a incógnita y já tem o coeficiente de mesmo valor 1, com a multiplicação por (-1) teremos $(-y)$ na primeira equação, e y na segunda.

$$\begin{cases} y = 0,3x+35 \quad \cdot(-1) \\ y = 0,4x+25 \end{cases} \quad \text{teremos um sistema equivalente} \quad \begin{cases} -y = -0,3x-35 \\ y = 0,4x+25 \end{cases}$$

  Daí então, faremos a soma das equações, termo a termo.

$$+\begin{cases} -y = -0,3x-35 \\ y = 0,4x+25 \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
y - y &= 0,4x - 0,3x + 25 - 35 \\
0 &= 0,1x - 10 \\
10 &= 0,1x \\
\frac{10}{0,1} &= x \\
x &= 100
\end{aligned}
$$

- **2º Passo: Substituir o valor de incógnita encontrado em uma das equações**
  Vamos substituir o valor encontrado de x na segunda equação.

$$
\begin{aligned}
y &= 0,4x + 25 \\
y &= 0,4(100) + 25 \\
y &= 40 + 25 \\
y &= 65
\end{aligned}
$$

Bom Saber
Este passo é igual ao 3º passo do método da substituição. Veja que ao encontrarmos o valor numérico de x, podemos substituir esta incógnita pelo valor encontrado.

Agora vamos treinar o método de adição em um diferente sistema:

$$
\begin{cases}
4x - 3y = 7 \\
5x - 2y = 35
\end{cases}
$$

- **1º Passo: Manipular as equações, de forma que seja possível eliminar uma das incógnitas.**

$$
\begin{cases}
4x - 3y = 7 & \cdot (2) \\
5x - 2y = 35 & \cdot (-3)
\end{cases}
\quad \text{teremos um sistema equivalente} \quad
\begin{cases}
8x - 6y = 14 \\
-15x + 6y = -105
\end{cases}
$$

Você também poderia ter multiplicado apenas a primeira equação por $-\frac{2}{3}$.
Como exercício, tente encontrar o sistema resultante desta multiplicação.

Daí então, faremos a soma das equações, termo a termo.

$$+\begin{cases} 8x - 6y = 14 \\ -15x + 6y = -105 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8x - 6y - 15x + 6y &= 14 - 105 \\ -7x &= -91 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

- **2º Passo: Substituir o valor de incógnita encontrado em uma das equações.**
  Vamos substituir o valor encontrado de x na primeira equação.

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 7 \\ 4 \cdot (13) - 3y &= 7 \\ 52 - 3y &= 7 \\ 52 - 7 &= 3y \\ 45 &= 3y \\ 15 &= y \end{aligned}$$

Sistema possível e determinado, com solução $(13, 15)$.

Para representação gráfica:

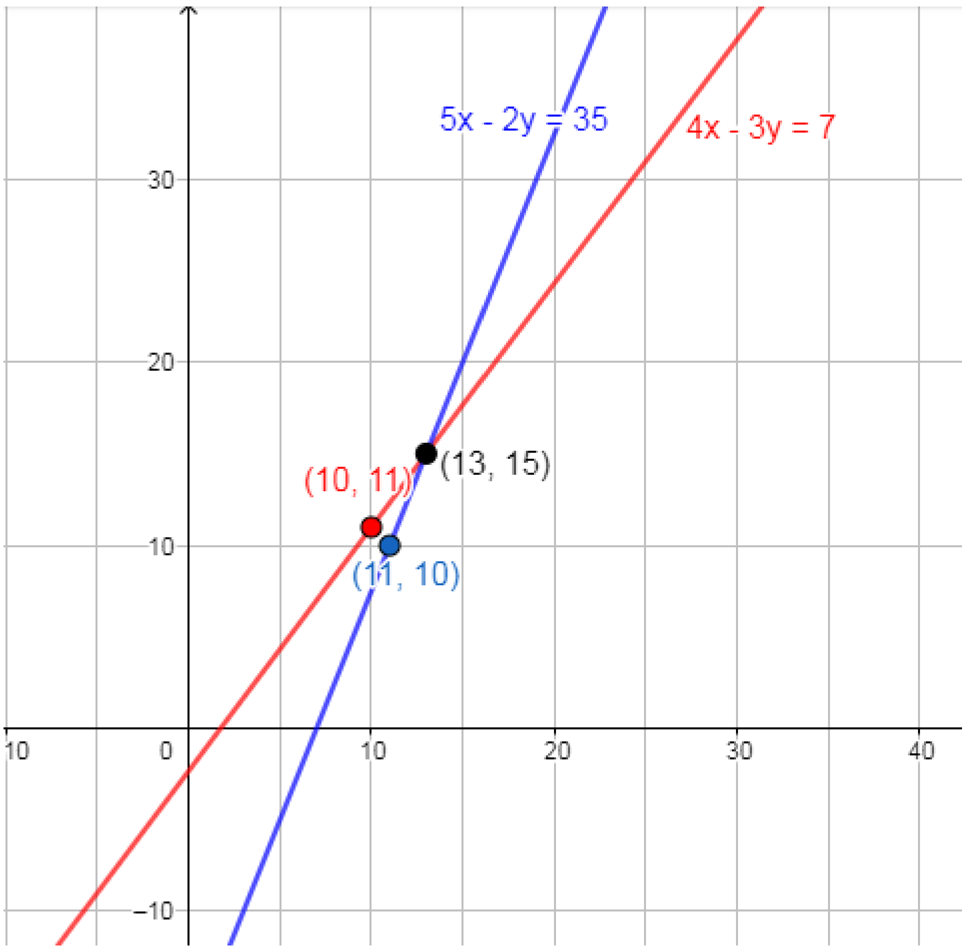
excesso de espaços em branco

Pontos para a reta da equação $4x - 3y = 7$:

x	y	(x, y)
13	15	(13, 15)
10	11	(10, 11)

Pontos para a reta da equação $5x - 2y = 35$:

x	y	(x, y)
13	15	(13, 15)
11	10	(11, 10)



Em azul, a reta da equação $4x - 3y = 7$. Em vermelho, a reta da equação $5x - 2y = 35$.

Exercícios propostos

1- Encontre os valores de x e y nos sistemas abaixo utilizando os dois métodos: Substituição e adição.

a) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

2- Miguel foi desafiado pelo seus amigos a converter 5 arremessos de 3 pontos em seu jogo favorito, basquete. Sabendo que no basquete os jogadores podem ganhar 2 ou 3 pontos dependendo da distância do arremesso, e que os registros do jogo mostram que Miguel converteu 18 arremessos e garantiu 42 pontos para seu time. Calcule o número de arremessos de 2 e 3 pontos, e se Miguel concluiu ou não seu desafio.

3- Gilmar quer contratar um fotógrafo para seu casamento, mas está com o orçamento apertado. O fotógrafo cobra 2 reais por cada foto escolhida pelo casal, ou 5 reais por fotos que eles queiram que seja editada. Gilmar quer ter de lembrança 100 fotos mas pode gastar apenas R$350,00, quantas fotos editadas e não editadas Gilmar deve pedir?

4-Um vendedor de uma famosa linha de roupas decide fazer uma promoção para aumentar sua popularidade, para cada 10 calças compradas, o cliente ganhará 2 jaquetas de brinde. Ao final do mês, o vendedor contabilizou 6000 peças no final da promoção. Calcule quantas calças foram vendidas e quantas jaquetas foram entregues pela promoção.

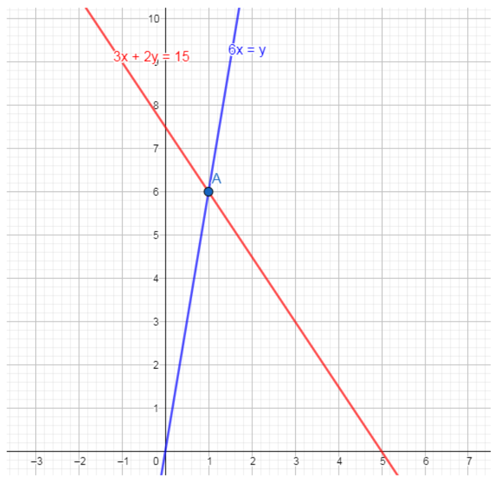
5-Pedro fez um concurso com 15 questões de matemática e 15 questões de português sendo que as questões de matemática valiam 2 pontos e português 1 ponto. Se Pedro teve como resultado 22 acertos e 32 pontos totais, quantas questões de cada categoria Pedro acertou?

6-Avalie qual o melhor método de resolução para os sistemas abaixo, resolva-os e depois explique o porquê de sua escolha:

a) $\begin{cases} x-\frac{1}{3}y=0 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{5}y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 12x-24y=540 \\ 0,2x+0,05y=2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 36x+4y=28 \\ 12x-4y=-12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 15x-17y=22 \\ 20x-34y=-22 \end{cases}$

7- Resolva o sistema definido pelas retas da figura, e avalie a solução encontrada com sua avaliação gráfica :



Desafio

Observe o enigma apresentado e monte o sistema que o represente.

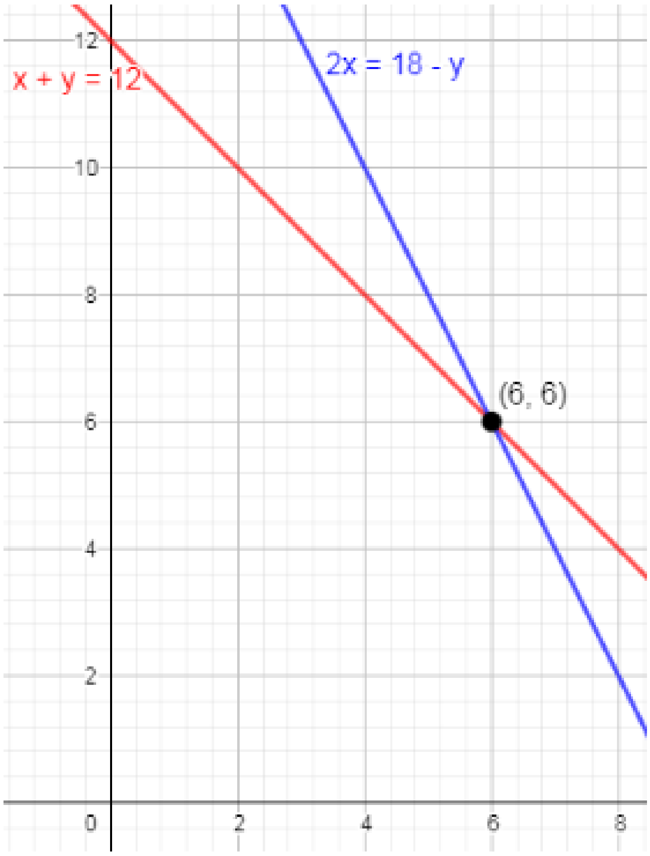
Se hoje Jéssica é 4 anos mais velha que Leila e há 2 anos Jéssica era 5 vezes mais velha que Leila, qual a idade das duas hoje?

Agora descubra qual o melhor método, e resolva o enigma:

1.4 O que você aprendeu neste capítulo?

- O que é um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas.

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 2x=18-y \end{cases}$$

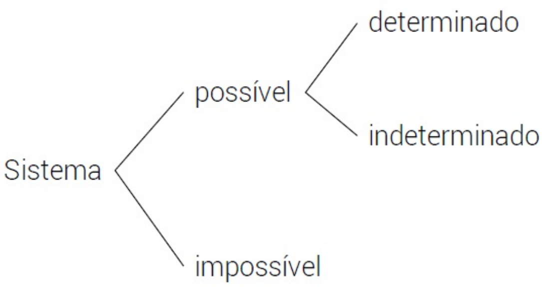


- Identificação e interpretação dos sistemas no plano cartesiano.
- Classificação e interpretação no plano cartesiano dos tipos de sistemas:

  Sistema possível e determinado tem uma única solução e representa retas concorrentes no plano cartesiano;

  Sistema possível e indeterminado representa duas retas coincidentes e tem infinitas soluções;

  Sistema impossível não tem solução, representa duas retas paralelas e distintas.



- Manipular e resolver sistemas pelo **método da substituição** nos sistemas de primeiro grau;

- Manipular e resolver sistemas pelo **método da adição** nos sistemas de primeiro grau.

Referências Bibliográficas

[1] Sampaio, Fausto Arnaud. Trilhas da matemática, 8º ano. 1ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2018.

[2] LEON, Steven J. Álgebra Linear com aplicações. 8ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 451p.