10
Excelente

MATEMÁTICA
7º ANO

EDUARDO A.
LUCAS P.
MATEUS A.
MAYSA
VALDINEY

MATEMÁTICA
7º ano

Docente Responsável
Henrique Nogueira de Sá Earp

PED Responsável
Beatriz Fernanda Litoldo

Grupo F
Valdiney Mauricio Batista - RA 120228
Lucas Dattoli de Pontes - RA 148757
Maysa Laurindo Javoski Gomes - RA 156767
Eduardo dos Anjos Costa - RA 166742
Mateus Althman - RA 203221

Universidade Estadual de Campinas

Trabalho elaborado para a disciplina Análise de Livros e Materiais Didáticos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Campinas.

Junho de 2020

O que encontraremos neste material

Definição

Aqui teremos conceitos que você não pode deixar de aprender.

Exemplo

Aqui veremos como os conceitos que você aprendeu são aplicados para resolver problemas

Fique atento! Aqui vão aparecer resultados importantes das nossas análises e observações.

Aqui você vai receber dicas e ficar sabendo de curiosidades do mundo matemático relacionadas com o nosso conteúdo.

Exercícios

Ao final de cada seção, teremos exercícios selecionados para te ajudar a fixar o conteúdo trabalhado.

Vamos Praticar

É hora de colocar em prática todos os conhecimentos obtidos! Ao final de cada capítulo você encontrará uma caixa como esta, com exercícios para você revisar, relacionar e testar todos os conteúdos do capítulo.

Aprenda Brincando

Nada melhor do que uma atividade para ajudar a fixar os conhecimentos obtidos, de maneira divertida e descontraída.

Prefácio

Este é um trabalho elaborado pelos alunos Eduardo, Maysa, Mateus, Lucas e Valdiney para disciplina MA 225 - Análise de Livros e Materiais Didáticos de Matemática, orientados pelo professor Henrique de Sá Earp e pela PED Beatriz Fernanda Litoldo, no ano 2020.

O tema abordado é exclusivamente o estudo de frações, aplicado ao 7º ano do ensino fundamental 2. Decidimos direcionar o trabalho para uma abordagem pedagógica baseada na compreensão do assunto antes do ensino das operações e manipulações. Agradecemos a Beatriz Litoldo, pela recomendação de seu artigo sobre o ensino de frações.

Inspirados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), escrevemos este trabalho buscando contemplar todas as habilidades lá recomendadas no contexto de frações. Além disso, encontrar um equilíbrio entre o rigor e uma linguagem adequada à maturidade dos alunos, através de enunciados, exemplos e exercícios claros.

No primeiro capítulo na Seção 1, introduzimos o estudo dos números racionais e buscamos mostrar ao aluno a relação entre os conjuntos numéricos já estudados e este novo conjunto ao qual pertencem as frações, aproveitando o recurso da reta numérica e construindo com o aluno as habilidades **(EF07MA10)***.

A Seção 2 no mesmo capítulo complementa a Seção 1 no entendimento do que é uma fração e quais podem ser os seus significados, trabalhando com os alunos as habilidades **(EF07MA09)*** e parte das habilidades **(EF07MA08)***.

O Capítulo 1 é finalizado na Seção 3. Nesta seção, com o conceito de frações equivalentes o aluno é capaz de comparar e ordenar frações, completando as habilidades **(EF07MA08)***.

Já no Capítulo 2 nas Seções 1 e 2, o aluno é convidado a operar com frações com a finalidade de resolver problemas, desenvolvendo as habilidades **(EF07MA05)***, **(EF07MA06)***, **(EF07MA11)*** e **(EF07MA12)*** previstas na BNCC.

A seguir, na seção 3, o aluno pode compreender a relação entre as frações e os números decimais, adquirindo mais recursos para comparar, ordenar e operar com números racionais e reforçando as habilidades **(EF07MA05)***, **(EF07MA06)***, **(EF07MA10)*** e **(EF07MA12)*** através desse novo enfoque.

Finalizamos o estudo de frações com o entendimento de porcentagem e convidamos o aluno a fazer o cálculo de porcentagens, decréscimos e acréscimos simples, contribuindo para o entendimento de situações cotidianas e para a sua educação financeira. Dessa forma, desenvolvemos no aluno as habilidades **(EF07MA02)*** e acrescentamos mais uma ferramenta para as habilidades **(EF07MA05)*** e **(EF07MA06)***.

*As habilidade mencionadas são as habilidades que devem ser desenvolvidas para este objeto de estudo de acordo com a BNCC e estão disponíveis no link a abaixo.
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/fundamental/matematica-no-ensino-fundamental-anos-finais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades

---

"A superação não se faz no ato de consumir ideias, mas no de produzi-las e de transformá-las na ação e na comunicação" - Paulo Freire, Pedagogia do Oprimido, 1968.

Excelente introdução

Sumário

CAPÍTULO 1

CONCEITOS DE FRAÇÃO

1. Números Racionais e Frações

1.1 Números Racionais

Em nosso dia a dia utilizamos os números em diversas situações que não se limitam somente à contagem. Utilizamos números para fazer medidas de temperatura, comprimento e massa e essas medidas nem sempre são expressas com números inteiros. A massa de uma pessoa, em quilos, por exemplo, pode ser maior que 39 e menor que 40.

A situação a seguir é um outro exemplo do cotidiano em que precisamos de um número que não é inteiro:

Exemplo

Cinco amigos saíram para jantar em um restaurante. No final, o valor da conta foi de R$ 72,00. Para verificar quanto cada um deveria pagar, dividiram o valor por 5.

$$72 \div 5 = \ ?$$

Nota-se que essa divisão não é exata, pois 72 dividido por 5 não é um valor inteiro. Podemos representar esta divisão através da notação de **fração**:

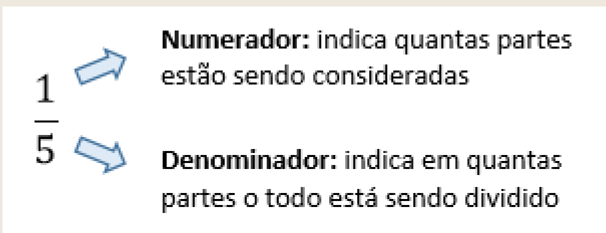
$$72 \div 5 = \frac{72}{5}$$

Ao efetuarmos essa divisão teremos:

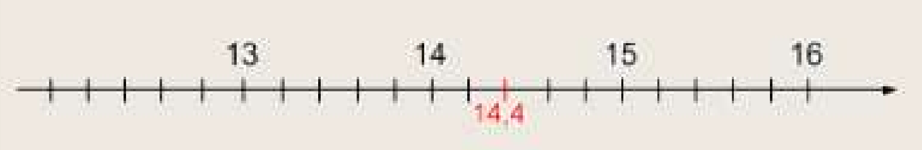
$$72 \div 5 = \frac{72}{5} = 14,4$$

Portanto, o valor que cada um deverá pagar é R$ 14,40.

Relembrando, a fração é uma forma de representar com números as partes iguais de um todo, como no exemplo acima em que dividimos 72 reais em 5 partes iguais. Uma fração pode ser escrita da seguinte forma:



O número 14,4 é maior que o inteiro 14 e menor que o inteiro 15. Vamos verificar a representação desse número na reta numérica.



Definição

Os **números racionais** são aqueles que podem ser escritos na forma de uma fração, com o numerador inteiro e o denominador inteiro e diferente de zero.

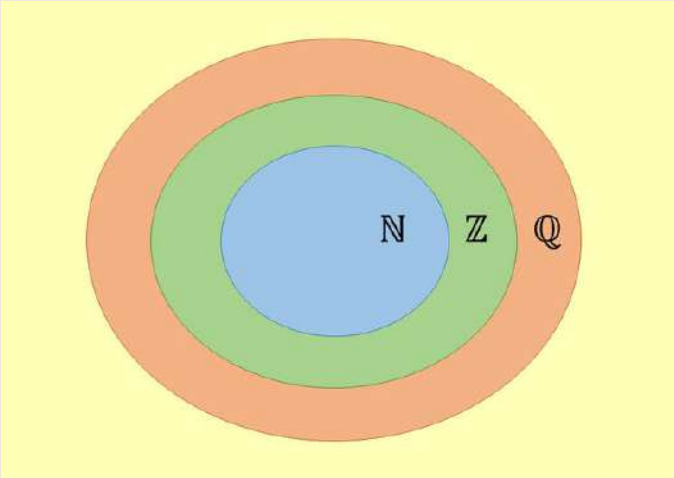
$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$$

$\mathbb{Q}$ representa o conjunto dos **números racionais**.

Anteriormente, estudamos o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) e o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$), e vimos que o conjunto dos números inteiros engloba o conjunto dos números naturais.

Os números inteiros também podem ser escritos na forma de uma fração! Por exemplo o número -2 pode ser escrito como $\frac{-2}{1}$, já que -2 dividido por 1 é igual a -2, e o número 8 pode ser escrito como $\frac{24}{3}$, já que 24 dividido por 3 é igual a 8.

Dessa forma, o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) engloba o conjunto dos números inteiros (e também o conjunto dos números naturais) além de incluir os números decimais como o 14,40 visto no exemplo anterior e as frações. Podemos visualizar isso num diagrama como o diagrama de Venn ao lado:



- A palavra racional vem de "razão" que quer dizer "comparar por meio da divisão";
- O símbolo $\mathbb{Q}$ vem da palavra "quociente";
- Existem números que não são racionais, ou seja, não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$:

$$\sqrt{3} = 1,7320508075\ldots$$

$$\sqrt{10} = 3,1622776601\ldots$$

$$\pi = 3,1415926535\ldots$$

$$-4,2334672195\ldots$$

1.2 Leitura de Frações

Para entender o que são os números racionais, já usamos como exemplos as frações $\frac{72}{5}$ e $\frac{24}{3}$. Mas como fazemos a leitura desses números na forma fracionária?

Na leitura de uma fração, lemos primeiro o numerador e depois o denominador da seguinte forma:

Denominador 2	Denominador 3	Denominador 4
Um meio = $\frac{1}{2}$ Três meios = $\frac{3}{2}$	Um terço = $\frac{1}{3}$ Dois terços = $\frac{2}{3}$	Um quarto = $\frac{1}{4}$ Sete quartos = $\frac{7}{4}$
Denominador 5	**Denominador 6**	**Denominador 7**
Um quinto = $\frac{1}{5}$ Dois quintos = $\frac{2}{5}$	Um sexto = $\frac{1}{6}$ Cinco sextos = $\frac{5}{6}$	Um sétimo = $\frac{1}{7}$ Quatro sétimos = $\frac{4}{7}$
Denominador 8	**Denominador 9**	**Denominador 10**
Um oitavo = $\frac{1}{8}$ Cinco oitavos = $\frac{5}{8}$	Um nono = $\frac{1}{9}$ Sete nonos = $\frac{7}{9}$	Um décimo = $\frac{1}{10}$ Seis décimos = $\frac{6}{10}$

Observe que os denominadores de 4 a 10 são lidos como números ordinais. Para denominadores maiores de 11, lemos o denominador como um número cardinal seguido da palavra "avos". Por exemplo:

$$\frac{1}{11} = \text{um onze avos} \qquad \frac{5}{12} = \text{cinco doze avos} \qquad \frac{22}{30} = \text{vinte e dois trinta avos}$$

Continuando nosso estudo sobre os números racionais, vamos agora classificar as frações em três grupos: frações próprias, frações impróprias e frações aparentes.

1.3 Frações Próprias

Definição

Frações próprias são aquelas que possuem um numerador menor que o denominador.

Dessa forma:

- $\frac{1}{2}$ é uma fração própria, pois 1 é menor que 2;
- $\frac{3}{8}$ é uma fração própria, pois 3 é menor que 8;
- $\frac{72}{5}$ não é uma fração própria, já que 72 é maior do que 5;
- $\frac{6}{6}$ não é uma fração própria, já que o numerador e denominador são iguais.

Pelos exemplos anteriores, vemos que as frações próprias representam quantidades que são menores que um inteiro.

1.4 Frações Impróprias e Números Mistos

Definição

Frações impróprias são aquelas que possuem um numerador maior que o denominador.

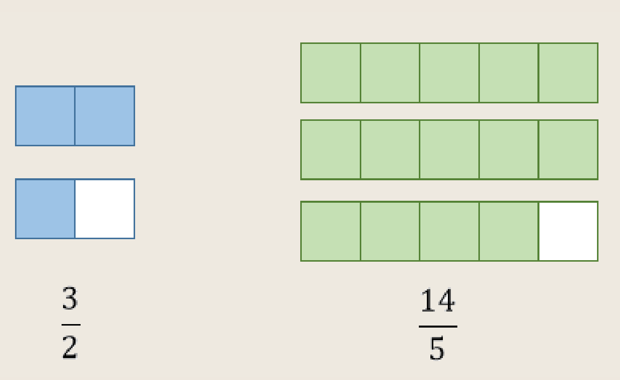
Então:

- $\frac{72}{5}$ é uma fração imprópria, pois 72 é maior que 5
- $\frac{3}{2}$ é uma fração imprópria, pois 3 é maior que 2
- $\frac{8}{8}$ não é uma fração imprópria, já que o numerador e denominador são iguais

Se efetuarmos a divisão do numerador pelo denominador, podemos verificar que as frações impróprias representam uma quantidade de partes maior que um inteiro.

Por exemplo:

- $\frac{3}{2}$ representa 1 unidade inteira mais $\frac{1}{2}$ de unidade e pode ser escrito como $1\frac{1}{2}$
- $\frac{14}{5}$ representa 2 unidades inteiras mais $\frac{4}{5}$ de unidade e pode ser escrito como $2\frac{4}{5}$

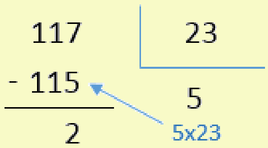


Essa representação de uma fração imprópria em sua parte inteira seguida da fração própria que sobra ao retirar as partes inteiras é chamada de **representação mista** ou **número misto**.

Para converter uma fração imprópria para um número misto, podemos fazer a divisão inteira do numerador pelo denominador. O quociente representa a quantidade de inteiros e o resto é o numerador da fração própria restante, conforme o exemplo a seguir:

Exemplo

Vamos converter a fração $\frac{117}{23}$ para um número misto:

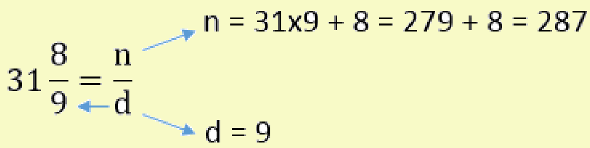


Dividindo 117 por 23, temos o quociente 5 e o resto 2. Assim $\frac{117}{23} = 5\frac{2}{23}$.

Já para transformar um número misto em uma única fração imprópria, fazemos o caminho inverso, conforme o exemplo:

Exemplo

Vamos converter o número 31 $\frac{8}{9}$ para uma fração imprópria:



Dessa forma temos que 31 $\frac{8}{9} = \frac{287}{9}$.

1.5 Frações Aparentes

Uma fração em que o numerador é igual ao denominador não pode ser classificada como própria nem como imprópria. No entanto, observe os exemplos a seguir:

$\frac{6}{6} = 1$, pois 6 dividido por 6 é igual a 1

$\frac{8}{8} = 1$, já que 8 dividido por 8 é igual a 1

$\frac{n}{n} = 1$ se n é diferente de zero, pois se dividirmos n objetos por n pessoas, teremos 1 objeto para cada pessoa.

Conforme os exemplos mostram, frações que possuem o numerador igual ao denominador representam um inteiro ou simplesmente a quantidade 1. Essas frações recebem o nome de **frações aparentes**.

Além das frações que possuem numerador igual denominador, as frações impróprias em que o numerador é um múltiplo do denominador também são chamadas frações aparentes, pois também representam quantidades inteiras. $\frac{24}{8}, \frac{30}{3}, \frac{26}{13}, \frac{0}{7}$ e $\frac{0}{101}$ também são exemplos de frações aparentes.

Exercícios

1. Classifique as sentenças abaixo em Verdadeiro (V) ou Falso (F):

( ) Uma fração pode ser escrita como a divisão do numerador pelo denominador.

( ) O conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$ engloba o conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z}$, mas não inclui o conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$.

( ) Toda fração própria possui o numerador maior que o denominador.

( ) Frações próprias também são frações aparentes.

( ) Um número natural pode ser representado por uma fração de denominador 1.

( ) As frações impróprias representam sempre uma quantia maior que um inteiro.

( ) Fração aparente é aquela em que o denominador é múltiplo do numerador.

2. João cresceu ouvindo seu pai falar que quando começasse a trabalhar deveria guardar todo mês um quinto do seu salário em uma poupança para eventuais emergências.

a) Escreva a fração um quinto usando números.

b) A fração do item (a) é própria ou imprópria?

c) Indique uma fração aparente que tenha o mesmo denominador que a fração do item (a).

3. Na capa deste capítulo, temos uma foto da plataforma de trem de número 9 $\frac{3}{4}$, popular entre os fãs dos livros e filmes do bruxo Harry Potter. Nas histórias, a plataforma $9\frac{3}{4}$ fica entre as plataformas 9 e 10 na estação de trem de King's Cross, na cidade de Londres.

Desenhe uma reta numérica que contenha os números 9 e 10 e divida o espaço entre o números 9 e 10 em quatro partes iguais. Agora imagine que o desenho que você fez é um esquema simplificado da estação de King's Cross. No seu desenho, onde deve estar a Plataforma $9\frac{3}{4}$?

4. Nesta seção aprendemos que frações aparentes são aquelas que representam uma quantidade inteira. Por outro lado, toda fração imprópria representa uma quantidade que é maior que um inteiro.

Por exemplo: $\frac{72}{5}$ é uma fração imprópria e ela é maior que $\frac{70}{5}$, que é uma fração aparente, pois ao efetuar a divisão temos $\frac{70}{5} = 14$.

a) Qual a representação mista de $\frac{450}{111}$?

b) Quais frações aparentes positivas de denominador igual a 111 são menores que $\frac{450}{111}$?

c) Qual a menor fração aparente, com denominador 111, que é maior que $\frac{450}{111}$?

2. Sentidos da Fração

Em diversos momentos do nosso dia-a-dia nos deparamos com frações ou precisamos de uma fração para transmitir uma idéia ou uma quantidade.

Tanto para quem emite a informação quanto para quem a recebe, ao usar uma fração é necessário entender o seu significado para conseguir se comunicar.

Nesta seção vamos estudar os cinco sentidos que a fração pode ter para poder entender o seu significado em cada contexto e para poder expressar diferentes informações usando frações.

2.1 Parte de um todo

Começaremos a pensar em frações como uma forma de representar uma porção de algo. Neste caso, o denominador indica em quantas partes iguais o todo foi dividido, enquanto o numerador diz respeito a quantas dessas partes do todo queremos representar.

Em cada contexto há um critério para o numerador, seja quantas partes do todo restam, sobram, faltam ou tem uma característica diferente das demais.

Exemplo

Observe as duas imagens da mesma pizza dividida em 8 pedaços iguais. Na primeira imagem ainda estão todos os pedaços então uma fração que representa quanto da pizza ainda temos é $\frac{8}{8}$. Após comer um pedaço obtemos a segunda imagem, na qual restam apenas 7 dos 8 pedaços da pizza, portanto a fração que representa quanto da pizza que ainda resta é $\frac{7}{8}$. Podemos pensar também na fração da pizza que já comemos, neste caso 1 pedaço, logo $\frac{1}{8}$.

Exemplo

Observe o calendário na próxima página. Ele apresenta um mês com sábados e domingos destacados. Este mês tem 31 dias, sendo 8 deles destacados. Portanto $\frac{8}{31}$ dias do mês em questão são sábados ou domingos. Da mesma forma podemos procurar a fração que corresponde aos dias úteis deste mês, obtendo $\frac{23}{31}$.

Exemplo - continuação

2.2 Fator multiplicativo

Também encontramos fração como um fator multiplicativo. Ao multiplicar uma quantia por este fator em forma de fração, o produto desta multiplicação pode ser menor, igual ou maior que a quantia que foi multiplicado pelo fator em questão. Se o número representado pela fração está entre 0 e 1, o produto será menor, se for igual a 1 o produto será igual, e se for maior que 1, o resultado será maior que a quantia multiplicada.

Exemplo

Receita de bolo de chocolate
Ingredientes: 2 xícaras de farinha de trigo
2 xícaras de açúcar
2 colheres de sobremesa de bicarbonato de sódio
1 xícara de manteiga (ou margarina)
$\frac{1}{3}$ de xícara de chocolate em pó
1 xícara de água
$\frac{1}{2}$ xícara creme de leite
2 ovos

Modo de preparo: Misture a farinha, açúcar e o bicarbonato em um recipiente. Em uma panela aqueça a manteiga, chocolate em pó e a água. Jogue por cima dos ingredientes secos e misture. Por último, acrescente o creme de leite e os ovos. Leve para assar em forno preaquecido a 180ºC por 50 minutos aproximadamente.

Observe que aparecem frações na receita em vários momentos, como nas medidas do chocolate em pó e do creme de leite. Neste caso a fração representa quanto de uma xícara precisamos para fazer a receita. Quando ele diz $\frac{1}{2}$ xícara de creme de leite entendemos que a receita pede que a xícara esteja até a metade cheia de creme de leite. Já com o chocolate em pó precisamos apenas da terça parte da xícara.

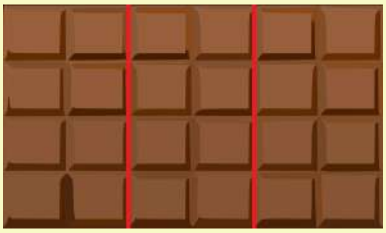
Por outro lado também podemos pensar nas duas xícaras de açúcar, sendo a xícara a unidade de medida. Não precisamos de uma fração da xícara com açúcar mas sim de duas delas.

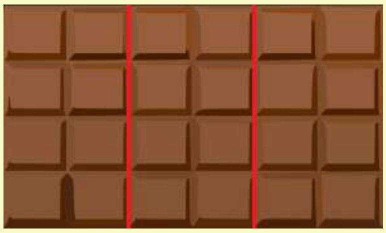
2.3 Partilha em partes iguais

Em outros momentos as frações aparecem no nosso cotidiano como forma de representar uma partilha de alguma coisa em partes iguais. Como quando temos uma quantidade a ser distribuída ou dividida igualmente. Como um saco de balas a ser divididos igualmente entre você e os seus irmão ou um bônus em dinheiro que será distribuído igualmente entre os funcionários de um setor que se destacou em uma empresa.

Exemplo

Carlos e mais 5 colegas se reuniram na casa dele para realizar o trabalho de matemática. Para se sentirem motivados, Carlos comprou 8 barras de chocolate e irá dividí-las igualmente entre todos, inclusive ele mesmo. Primeiro, entregou uma barra para cada pessoa e com isso foram consumidas 6 barras. Depois, dividiu igualmente pelas 6 pessoas presentes as 2 barras restantes. Logo, além da barra inteira, cada um recebeu mais $\frac{2}{6}$ das barras de chocolate.





Então a fração que expressa, em barras, quanto de chocolate cada um recebeu é 1 barra inteira mais $\frac{2}{6}$.

2.4 Proporção entre duas partes de um conjunto

As frações também ocorrem como forma de expressar a proporção entre entre duas partes de um conjunto, seja a proporção entre os que têm mais ou menos que 1,60m de altura na sua classe, os que gostam ou não de futebol ou quantos dias da semana você tem aula de matemática e quantos não.

Exemplo

Ana estuda em uma escola de período integral, passando 9 horas por dia na escola e as demais 15 horas fora. Logo, como podemos ilustrar com o gráfico, a proporção de horas que Ana passa na escola em relação às que passa fora durante a semana é $\frac{9}{15}$, pois para cada 9 horas na escola ela passar 15 fora.

Note a diferença entre este caso e o caso em que comparamos uma parte com o todo. Aqui não estamos comparando com o todo, mas sim com uma outra parte. Caso contrário, no exemplo anterior obteríamos $\frac{9}{24}$ e não $\frac{9}{15}$, e essa fração diria respeito a quantas horas Ana passa na escola em relação a quantas horas tem o dia.

2.5 Relação Entre Medidas Diferentes

O último sentido de fração que trabalharemos nesta seção é quando ela aparece como uma relação entre medidas diferentes de uma mesma coisa. Ou seja, como uma comparação de quantas vezes uma é maior que a outra, em outras palavras quantas da menor precisamos para obter a maior, ou ainda, que fração da maior a menor representa.

Exemplo

Imagine que você receberá seus colegas em casa, para o seu aniversário. Na mesa das bebidas você deixa os copos de suco já servidos. Ao começar a encher os copos nota que uma jarra contém suco suficiente para encher 9 copos. Portanto, um copo tem $\frac{1}{9}$ da capacidade da jarra, ou também, a jarra tem uma capacidade 9 vezes maior que a do copo, sendo necessários 9 copos para encher uma jarra.

Perceba que é nesse sentido que usamos frações quando convertemos as unidades usuais, como 1 metro ser equivalente a $\frac{1}{1000}$ quilômetros ou 1 grama ser equivalente a $\frac{1}{1000}$ quilogramas.

Exercícios

1. Associe as frases com a fração que melhor descreve a situação.

(a) Meio copo de água

(b) Quantos meses começam com a letra J

(c) Razão entre os números primos e não primos de 1 a 10

(d) Vinte bolinhos para três crianças

( ) $\frac{4}{6}$

( ) $6+\frac{2}{3}$

( ) $\frac{1}{2}$

( ) $\frac{3}{12}$

2. Considere os números de 1 a 100.

a) Que fração representa a proporção de múltiplos de 8 neste intervalo?

b) Que fração representa a proporção entre números que são múltiplos de 8 e os que não são?

Exercícios

3. Escreva as frações que representam:

a) A razão entre a área de um quadrado de lado 2 e um de lado 4.

b) A razão entre a área de um triângulo de base 2 e altura 2 e um de base 2 e altura 4.

4. Imagine que os alunos de uma escolas construíram uma miniatura do Cristo redentor de 75 cm. Sabendo que a altura real do monumento é de 30 metros, qual a razão entre as alturas das duas obras?

5.Descubra a proporção entre as pessoas que usam óculos e que não na sua sala. Escreva agora as frações que representam essas pessoas (com e sem óculos) em relação ao total de alunos da sala. Quais relações você percebe entre essas frações?

6. Escreva a fração que representa a porção do seu dia, em horas, que você gasta fazendo suas principais atividades (escola, dormir, hobbies e etc).

7. Escolha uma unidade de medida que tenha a disposição (palmos, canetas, cadernos, réguas), usando essa unidade de medida estime a razão entre sua altura e a distância entre a ponta dos seus dedos com os braços abertos.

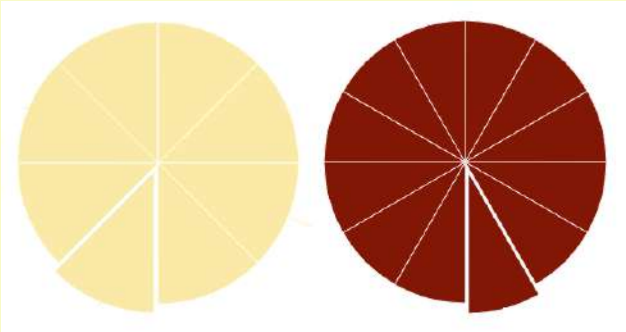
3. Frações Equivalentes e Simplificação de Frações

3.1 Frações Equivalentes

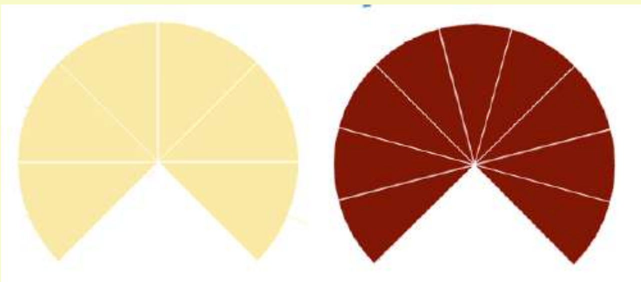
Considere a situação do exemplo a seguir:

Exemplo

Clara e Isabela são duas amigas que fazem aniversário no mesmo dia. Para comemorar, elas se reuniram na casa de Clara para fazer um bolo. Como não entraram em acordo sobre o sabor do bolo, cada uma fez um bolo de sabor diferente, ambos do mesmo tamanho.



Após os bolos ficarem prontos, Clara decidiu partir o bolo dela em 8 fatias iguais, comeu uma fatia e deu outra para a sua mãe. Isabela decidiu partir o seu bolo em 12 fatias iguais. Comeu duas fatias e também levou uma fatia para a mãe de Clara provar. A seguir, elas olharam para os bolos e se espantaram que mesmo tendo partido cada bolo em um número diferente de fatias , a quantidade restante do bolo de Clara $\left(\frac{6}{8} \text{ do bolo}\right)$ era igual a quantidade restante do bolo de Isabela $\left(\frac{9}{12} \text{ do bolo}\right)$.



Desse exemplo, podemos concluir que as frações $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$ representam a mesma parte do todo, mesmo sendo frações escritas com números diferentes. Essas frações são chamadas de frações equivalentes.

Definição

Duas frações são **equivalentes** quando representam a mesma parte do todo.

3.2 Obtenção de Frações Equivalentes

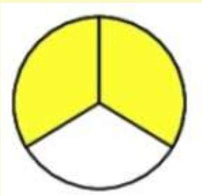
Uma forma de obter frações equivalentes de uma fração é: multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de 0 ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de 0.

Exemplo

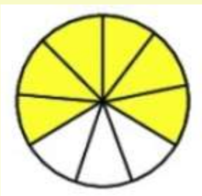
Seja a fração $\frac{2}{3}$. Ao multiplicarmos o numerador e denominador dessa fração por 3, temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{2x3}{3x3} = \frac{6}{9}$$

Observe agora a representação dessas duas frações:



Fração da figura que está pintada: $\frac{2}{3}$

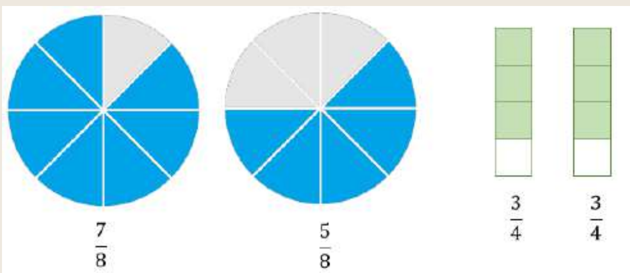


Fração da figura que está pintada: $\frac{6}{9}$

Podemos observar que as partes coloridas de cada figura representam a mesma parte do todo. Logo, podemos dizer que as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ são **frações equivalentes** e representam a mesma quantidade.

E como podemos fazer para verificar se duas frações são equivalentes?

Ao compararmos duas frações que possuem o mesmo denominador, é intuitivo dizer se elas representam a mesma parte do todo ou não. Por exemplo, se compararmos $\frac{7}{8}$ com $\frac{5}{8}$, notamos que a primeira fração representa uma parte maior do todo que a segunda. Já ao compararmos duas frações idênticas como $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{4}$ também é claro que elas representam a mesma parte do todo e são equivalentes.



Mas como comparar frações com denominadores diferentes, como $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$ do exemplo dos bolos, sem que seja necessário fazer um desenho?

Primeiramente, temos que achar um número para multiplicar (ou dividir) o numerador e denominador da fração $\frac{6}{8}$ e achar um outro número para multiplicar (ou dividir) o numerador e denominador da fração $\frac{9}{12}$.

Ao fazer isso, teremos que encontrar duas frações com denominadores iguais e assim verificar se elas são equivalentes. Podemos multiplicar o numerador e o denominador da fração $\frac{6}{8}$ por 3. A seguir, multiplicar o numerador e o denominador da fração $\frac{9}{12}$ por 2:

$$\frac{6 \times 3}{8 \times 3} = \frac{18}{24} \qquad \frac{9 \times 2}{12 \times 2} = \frac{18}{24}$$

Dessa forma percebemos que tanto a fração $\frac{6}{8}$ quanto a $\frac{9}{12}$ são equivalentes a $\frac{18}{24}$. Assim, podemos concluir que as duas são equivalentes.

Ao invés de multiplicarmos, poderíamos também ter dividido os numeradores e denominadores das frações para obter frações equivalentes.

Por exemplo, dividindo o numerador e denominador de $\frac{6}{8}$ por 2, e a seguir dividindo o numerador e denominador de $\frac{9}{12}$ por 3, obtemos:

$$\frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4} \qquad \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

Assim, tanto a fração $\frac{6}{8}$ quanto a $\frac{9}{12}$ são equivalentes a $\frac{3}{4}$ o que faz com que elas sejam equivalentes, como já sabíamos.

Então, para comparar duas frações de denominadores diferentes, obtemos primeiro frações equivalentes de mesmo denominador das frações que desejamos comparar.

Esse método de obter frações equivalentes de mesmo denominador serve também para comparar frações diferentes e ordená-las. Veja no exemplo a seguir!

Exemplo

Coloque as frações $\frac{19}{37}$, $\frac{12}{23}$ e $\frac{26}{51}$ em ordem crescente.

Primeiro, vamos obter frações equivalentes das três frações com denominador d = 37 x 23 x 51 = 43401.

$$\frac{19 \times 23 \times 51}{37 \times 23 \times 51} = \frac{22287}{43401} \qquad \frac{12 \times 37 \times 51}{23 \times 37 \times 51} = \frac{22644}{43401} \qquad \frac{26 \times 37 \times 23}{51 \times 37 \times 23} = \frac{22126}{43401}$$

Agora comparamos as frações de mesmo denominador. Como $22126 < 22287 < 22644$, podemos dizer que $\frac{22126}{43401} < \frac{22287}{43401} < \frac{22644}{43401}$. Assim, podemos concluir que $\frac{26}{51} < \frac{19}{37} < \frac{12}{23}$.

Nos exemplos anteriores, o número 43401 é o mínimo múltiplo comum (MMC) entre os números 37, 23 e 5, e o número 24 é o mínimo múltiplo comum (MMC) de 8 e 12.

Uma forma de comparar ou ordenar frações de denominadores diferentes é obtendo frações equivalentes a ela com o denominador igual ao MMC dos denominadores de cada fração!

3.3 Frações Irredutíveis

Quando dividimos o numerador e o denominador de uma fração inicial por um mesmo número diferente de 0 e diferente de 1, obtemos uma fração equivalente mais simples. Por exemplo, na seção anterior, quando dividimos o numerador e o denominador da fração $\frac{6}{8}$ por dois, obtemos a fração $\frac{3}{4}$. Já no caso da fração $\frac{3}{4}$, não existe nenhum número natural maior que 1 que divida ao mesmo o numerador e o denominador.

Definição

Se o numerador e o denominador de uma fração **não** são divisíveis por um mesmo número natural maior do que 1, dizemos que ela é uma **fração irredutível**, ou seja, não existe fração equivalente mais simples do que ela.

Exemplo

- A fração $\frac{131}{31}$ é irredutível, pois não há nenhum número natural maior que 1 que seja divisor de 131 e 31 ao mesmo tempo.
- A fração $\frac{15}{64}$ é irredutível, pois não há nenhum natural maior que 1 que seja divisor de 15 e de 64 ao mesmo tempo.
- A fração $\frac{15}{70}$ não é irredutível pois 15 e 70 são divisíveis pelo número 5.

Se o máximo divisor comum (MDC) entre o numerador e o denominador de uma fração for 1, essa fração é irredutível.

3.4 Simplificação de Frações

Como apontado no exemplo anterior, a fração $\frac{15}{70}$ não é irredutível pois podemos dividir o numerador e o denominador por 5. Ao fazer essa divisão, obtemos a fração equivalente $\frac{3}{14}$, que é irredutível. Essa divisão do numerador e do denominador por um mesmo número para obter uma fração equivalente irredutível é chamado de **simplificação da fração**.

Definição

Simplificar uma fração é o mesmo que obter a fração irredutível equivalente a ela por meio da divisão do numerador e do denominador por um mesmo número.

Exemplo

Simplificação de $\frac{20}{30}$:

Dividindo o numerador e denominador por 2, temos:

$$\frac{20}{30} = \frac{20 \div 2}{30 \div 2} = \frac{10}{15}$$

Exemplo - continuação

Note que $\frac{10}{15}$ ainda não é uma fração irredutível. Então, dividindo o numerador e denominador por 5, temos:

$$\frac{10}{15} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

Agora temos $\frac{2}{3}$ que é uma fração irredutível e equivale a fração $\frac{20}{30}$.

Ao fazer a simplificação de $\frac{20}{30}$ poderíamos ter dividido o numerador e denominador diretamente por 10 e já teríamos como resultado a fração irredutível $\frac{2}{3}$. Note que o máximo divisor comum (MDC) entre 20 e 30 é 10.

A forma mais rápida de simplificar uma fração é dividindo o numerador e o denominador pelo máximo divisor comum (MDC) desses dois números!

Exercícios

1. Determine duas frações equivalentes para cada uma das frações dadas abaixo:

a) $\frac{17}{20} =$

c) $\frac{35}{14} =$

b) $\frac{41}{41} =$

d) $\frac{10}{4} =$

2. Complete as frações abaixo, de modo que as frações dadas sejam equivalentes:

a) $\frac{13}{5} = \frac{?}{25}$

b) $\frac{?}{15} = \frac{21}{105}$

c) $\frac{4}{108} = \frac{16}{?}$

d) $\frac{840}{?} = \frac{40}{35}$

Exercícios

3. Simplifique as frações abaixo até obter uma fração irredutível:

a) $\frac{20}{24} =$

b) $\frac{72}{60} =$

c) $\frac{840}{1890} =$

d) $\frac{320}{890} =$

e) $\frac{207}{380} =$

f) $\frac{110}{660} =$

4. Pedro, seu irmão e seus pais resolveram pedir pizza para o jantar. Pediram então duas pizzas do mesmo tamanho, uma de mussarela e outra de calabresa. A pizza de Mussarela já foi entregue cortada em 8 fatias iguais, enquanto a pizza de calabresa veio sem nenhum corte. O pai de pedro dividiu, então, a pizza de calabresa em 4 fatias iguais, mas achou que cada fatia estava muito grande e partiu novamente cada uma das 4 fatias em 3 fatias iguais.

a) Faça um desenho que represente as duas pizzas fatiadas.

b) Descreva, para cada fatia de pizza de mussarela consumida, a fração das fatias de pizza de mussarela restantes.

c) Descreva, para cada fatia de pizza de calabresa consumida, a fração das fatias de pizza de calabresa restantes.

d) Existem frações do item (b) que são equivalentes a alguma fração do item (c)? Se sim, aponte os pares de frações equivalentes.

Vamos Praticar

1. O jornal O Globo publicou no dia 21/06/2020 em seu site uma reportagem com o título: **"Um terço dos brasileiros desconfia da ciência"**. Essa reportagem trazia os resultados de uma pesquisa feita em diversos países sobre a credibilidade da produção científica e dos institutos de pesquisa.

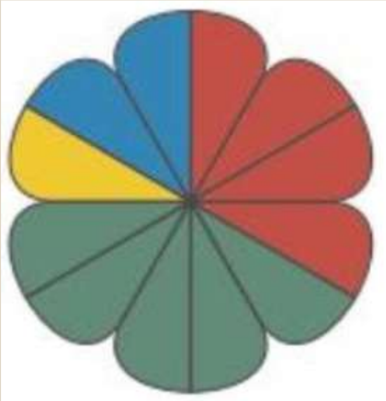
a) Escreva a fração um terço.

b) Um terço é mais ou menos que a metade dos brasileiros?

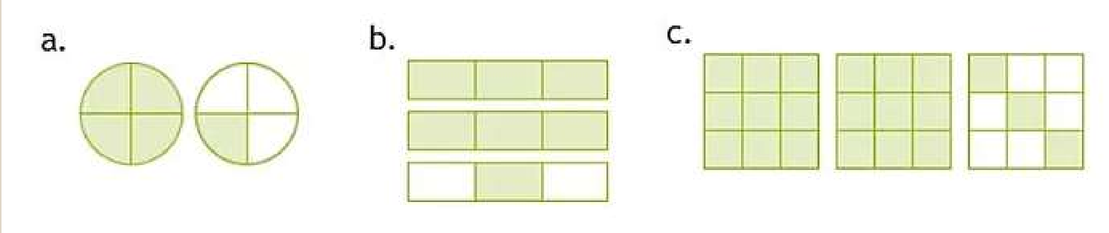
c) Se a população brasileira é de aproximadamente 210 milhões de habitantes, quantos milhões de brasileiros desconfiam da ciência de acordo com o título da notícia?

2. Pesquise a população dos estados brasileiros escrevendo a fração que representa a porção da população brasileira que está no estado mais populoso e a que representa a porção que está no estado menos populoso.

3. Dada a figura abaixo, dividida em partes iguais, escreva uma fração que representa cada uma das cores: verde, amarelo, azul e vermelho. A seguir, com auxílio da calculadora, Indique essas quatro frações em uma reta numérica.



4. Em cada item, indique qual fração imprópria representa a parte verde da figura e qual fração própria representa a parte branca da figura. A seguir, simplifique as frações:



5. Uma experiência de biologia simples para se fazer em casa é colocar um grão de feijão em um copo com algodão molhado e deixar em um local iluminado. Depois de três dias e meio, o pé de feijão começará a brotar.

a) Faça a representação de "três dias e meio"na forma de fração imprópria.

b) A fração do item (a) é uma fração aparente? Por que?

c) Obtenha uma fração equivalente à fração do item (a) com denominador igual a 24.

d) Se um dia tem 24 horas, quantas horas são necessárias para o pé de feijão brotar?

6. Um galão de água de 20 litros é capaz de abastecer quantos copos de 250 mililitros? Que fração representa a capacidade do copo em relação ao galão?

7. Durante a pandemia de COVID-19 em 2020, foi recomendado o uso de hipoclorito de sódio, popularmente conhecido como água sanitária para desinfetar o piso de casa. Antes de ser usado, ele deveria ser diluído obedecendo a proporção de 1 parte de água sanitária comprada em supermercados para cada 3 partes de água de torneira.

a) Qual fração representa a proporção entre água sanitária e a água de torneira?

b) Ao usar 250ml de água sanitária, quantos mililitros de água de torneira são necessários?

c) Qual fração representa a porção de água sanitária na mistura pronta para desinfecção de pisos?

8. Desenhe dois quadrados de forma que o lado do segundo quadrado meça o dobro do lado do primeiro quadrado. A seguir, responda:

a) Qual fração representa quantas vezes o menor quadrado cabe no maior?

b) Se a medida do lado do segundo quadrado fosse o triplo da medida do lado do primeiro quadrado, qual fração representaria quantas vezes o menor quadrado cabe no maior?

9. A chave de catraca é uma ferramenta muito útil, pois nela podem ser encaixadas várias terminações, conhecidas como soquetes, e por isso pode ser usada para manipular diversos tipos de parafusos e porcas. Na figura abaixo está um exemplo de conjunto de chave e soquetes.

Os soquetes são identificados pelo tamanho do seu diâmetro, mas medido em polegadas, ou frações da polegada. Uma polegada equivale a 25,4mm. Assim, um soquete com a inscrição $\frac{3}{8}$ tem diâmetro igual a $\frac{3}{8}$ da polegada $= \frac{3}{8}$ de 25,4mm $=$ 9,5 mm.

A capa deste capítulo traz uma foto com 6 desses soquetes, com as inscrições $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{32}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{19}{32}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{16}$.

a) Coloque as 6 frações acima em ordem crescente.

b) Um mecânico que possui os 6 soquetes da foto recebeu do seu chefe uma lista de outros soquetes que precisará para um trabalho: $\frac{12}{32}$ e $\frac{3}{4}$. Ele precisará comprar novos soquetes?

10. Classifique cada afirmação a seguir como verdadeira (V) ou falsa (F)

(___) O número zero não é racional.

(___) Uma fração possui infinitas frações equivalentes a ela.

(___) Uma fração própria pode ter uma fração equivalente imprópria.

(___) Uma fração aparente sempre é uma fração imprópria.

(___) Uma fração equivalente a uma fração aparente também é uma fração aparente.

(___) A fração $\frac{94}{105}$ é uma fração irredutível.

(___) As frações irredutíveis obtidas a partir de duas frações equivalentes são idênticas.

Aprenda Brincando

Dominó das Frações Equivalentes

Neste jogo o aluno irá explorar um pouco mais a representação fracionária, a leitura e escrita da mesma e compreender o conceito de frações equivalentes de uma forma lúdica através do raciocínio lógico matemático.

Como atividade de casa, peça aos alunos para recortarem as peças de dominó na parte serrilhada e colar em uma cartolina ou em papel cartão.

Objetivo do Jogo: Livrar-se das peças antes de seu(s) adversário(s)

Número de Jogadores: 2 a 5

Como jogar: Coloque as peças com a face virada para baixo e embaralhe.

2 ou 3 jogadores	**4 ou 5 jogadores**
Cada jogador pega 7 peças	Cada jogador pega 5 peças

As peças restantes ficam em um canto da mesa, pois podem ser utilizadas para "compra".

Uma pessoa sorteada inicia o jogo, revelando uma peça.

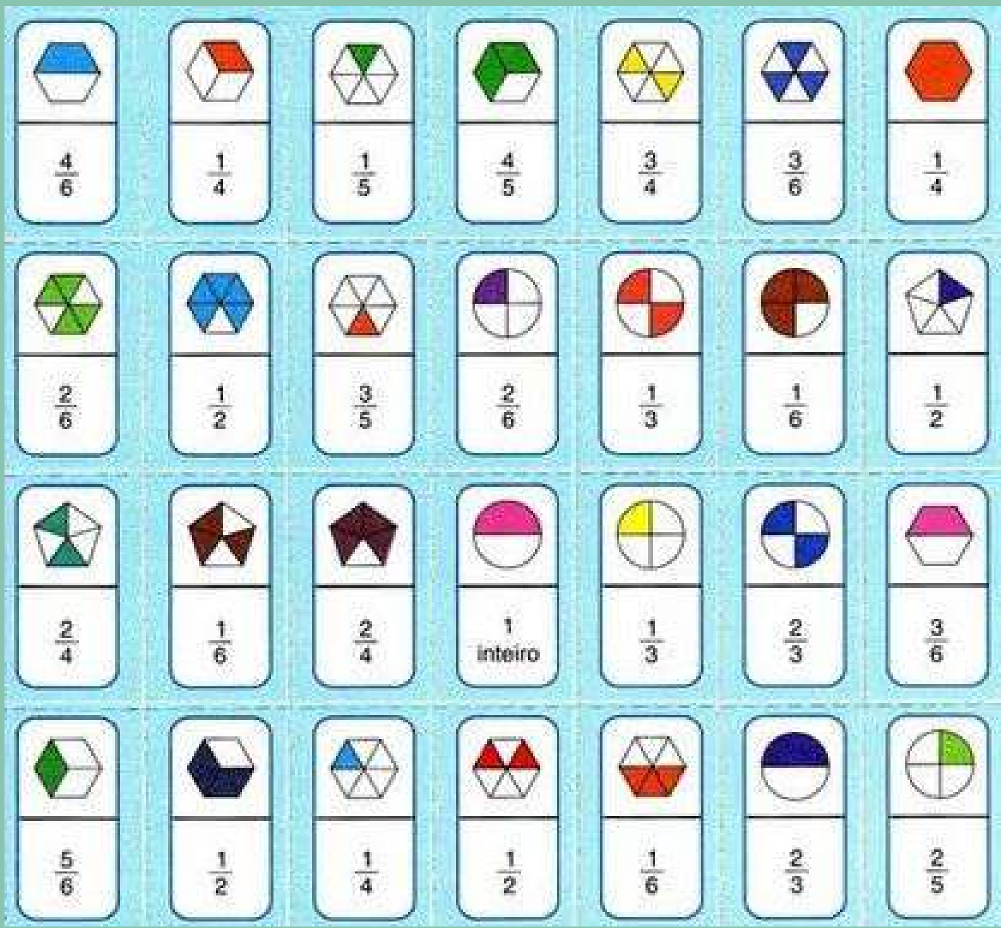
Cada jogador, na sua vez, coloca uma peça na mesa, de modo que as partes das peças que se encostam representem a mesma parte do todo considerado.

Caso o jogador não tenha peça para continuar o jogo, ele compra novas peças da mesa, até que possa jogar; caso não haja mais peças a serem compradas,o jogador passa a vez

Ganha o jogador que terminar com as peças da mão, antes do(s) adversário(s).

Caso o jogo "tranque", ou seja, se nenhum dos jogadores tiver uma peça que se encaixe em uma das pontas, é possível "abrir", retirando a peça de uma das pontas e colocando na outra até que um dos jogadores consiga continuar o jogo.

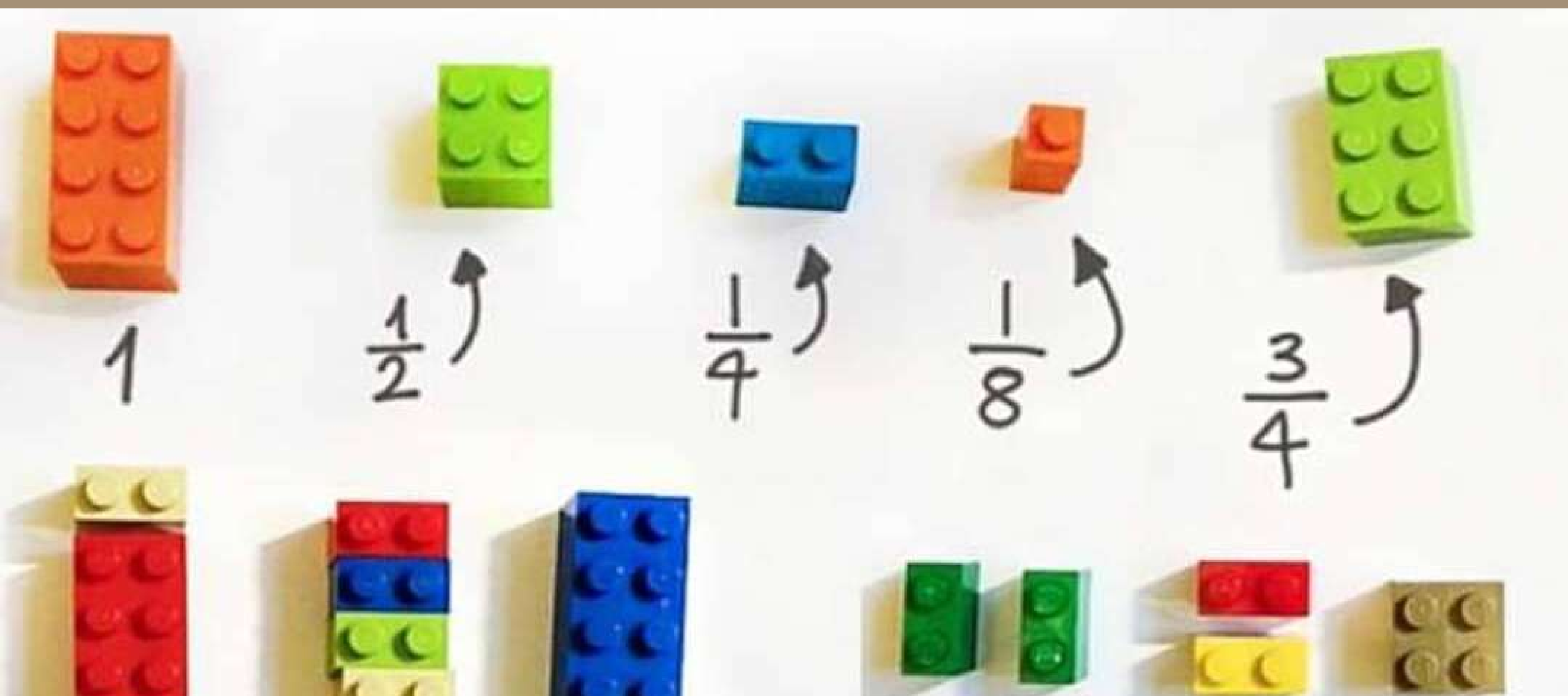
Recorte as peças a seguir e boa diversão!



http://4.bp.blogspot.com/-MAS-pZeDIVM/UW8hWzJngyI/AAAAAAAAABc/xsdEcs2t1y4/s1600/Domin%C3%B3+de+fra%C3%A7%C3%B5es.jpg

CAPÍTULO 2

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES



1. Adição e Subtração de Frações

Sabemos que as frações representam as partes de um todo. A partir delas podem ser feitas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Nesta seção trabalharemos com as operações de adição e subtração. O que nada mais é do que aplicar as operações matemáticas que já conhecemos nestas parcelas de uma totalidade. Para isso vamos separar as frações em duas partes e trabalhá-las separadamente, as **frações com mesmo denominador** e as **frações de denominadores diferentes** e depois veremos como estas partes interagem.

1.1 Frações com o mesmo denominador

Para compreender e desenvolver bem a ideia vamos trabalhar em cima dos dois casos apresentados a seguir.

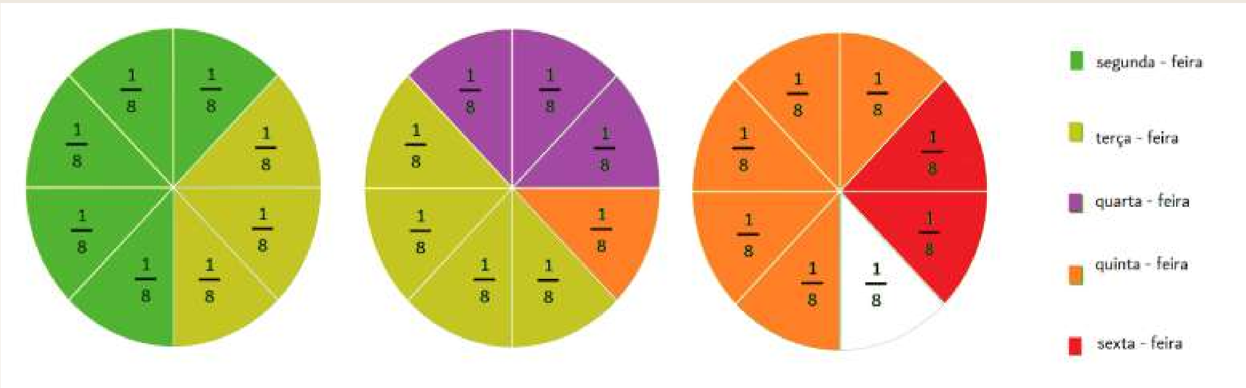
Caso 1

Mariana faz tortas de mesmos tamanho e as vende na lanchonete da escola. Elas são divididas em 8 pedaços iguais para que os pedaços sejam vendidos separadamente.

Veja na tabela em seguida dados referentes à venda de torta em cinco dias.

Dia da Semana	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Número de pedaços vendidos	5	7	3	6	2

Para obter a fração que representa a quantidade total de torta que marina vendeu nesse período, podemos adicionar as quantidades vendidas em cada dia. Veja no esquema abaixo uma representação gráfica dos pedaços de torta vendidos. Repare que cada pedaço corresponde a $\frac{1}{8}$ da torta.



Observe o esquema. verificamos que foram vendidos, ao todo, 23 pedaços de torta. Veja como podemos representar essa situação por uma adição de frações.

Segunda-feira

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$$

Terça-feira

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

Quarta-feira

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

Quinta-feira

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{6}{8}$$

Sexta-feira

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}$$

Total

$$\frac{5}{8}+\frac{7}{8}+\frac{3}{8}+\frac{6}{8}+\frac{2}{8}=\frac{23}{8}$$

Como a cada 8 pedaços vendidos, podemos considerar como uma torta inteira, observando novamente o gráfico temos ques Mariana vendeu 2 tortas inteiras mais $\frac{7}{8}$ de torta ou $\frac{23}{8}$ de torta.

Caso 2

Mariana sempre toma cuidado para não haver muito desperdício de alimentos em sua cantina, por isso, faz as tortas de acordo com a necessidade. Veja na tabela os dados referentes a outra semana, onde apenas foi produzido e vendido tortas de bananas.

Dia da semana	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Quantidade vendida de torta de banana	4 pedaços ou $\frac{4}{8}$ de torta	5 pedaços ou $\frac{5}{8}$ de torta	7 pedaços ou $\frac{7}{8}$ de torta	4 pedaços ou $\frac{4}{8}$ de torta	6 pedaços ou $\frac{6}{8}$ de torta

Agora, vamos calcular quanto sobrou do total de torta de banana que Mariana fez nesse período.

Para obter a quantidade de torta de banana que sobrou, podemos adicionar a quantidade vendida em cada dia e, depois, verificar quanto falta para completar uma quantidade inteira de tortas.

Deste modo:

$$\frac{4}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}+\frac{4}{8}+\frac{6}{8}=\frac{26}{8}$$

Como a cada 8 pedaços, podemos considerar como uma torta inteira, temos que Mariana vendeu 3 tortas inteiras mais $\frac{2}{8}$ de torta de banana.
Sendo assim sabemos que mariana teve que fazer, pelo menos, 4 tortas de banana. Como cada torta foi dividida em 8 partes iguais , em 4 tortas temos 32 partes. Deste modo 4 inteiros podem ser presentados por $\frac{32}{8}$.

$$4-\frac{26}{8}=\frac{32}{8}-\frac{26}{8}=\frac{6}{8}$$

Para **SOMAR** frações de mesmo denominador, **SOMAMOS** os numeradores e conservamos o denominador comum.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{(a+c)}{b}$$

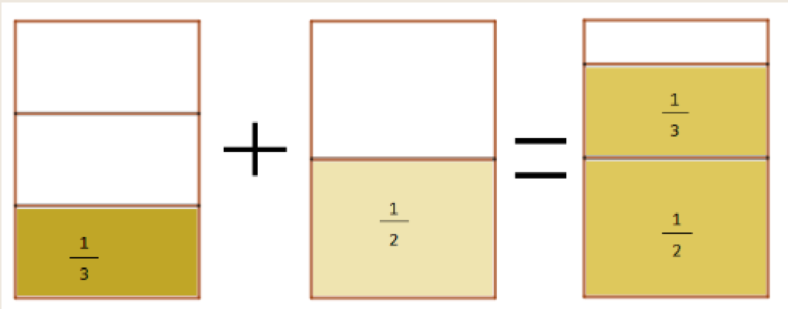
Para **SUBTRAIR** frações de mesmo denominador, **SUBTRAÍMOS** os numeradores e conservamos o denominador comum.

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{(a-c)}{b}$$

1.2 Frações com denominadores diferentes

Caso 3

Seguindo uma receita, Miguel fez uma vitamina. Para isso ele usou 3 copos iguais, colocou suco em $\frac{1}{3}$ de um dos copos e leite em $\frac{1}{2}$ de outro copo. Em seguida, combinou os dois ingredientes no terceiro copo.



Este terceiro copo, com a mistura dos ingredientes para a vitamina, pode ser retratada por $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$. Como os denominadores são diferentes o resultado não pode ser expresso nem em terços nem em meios.

Em razão disso, temos que modificar as frações ao mesmo denominador, para que possamos fazer a soma, como mostrado anteriormente, tal denominador deve ser múltiplo tanto de 3 quanto de 2, este múltiplo em comum pode ser por exemplo o número 6. Observe os cálculos.

$$\frac{1}{3} = \frac{?}{6} \longrightarrow \frac{1}{3} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{2}{6} \qquad\qquad \frac{1}{2} = \frac{?}{6} \longrightarrow \frac{1}{2} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{3}{6}$$

O terceiro copo, com a mistura dos ingredientes, pode ser retratada agora da seguinte maneira.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\rightarrow\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

Sendo assim, $\frac{5}{6}$ do terceiro copo foram preenchidos com vitamina.

Para somar ou subtrair frações de denominadores diferentes, temos que inicialmente modificar todos os denominadores das frações envolvidas para um múltiplo comum. Depois, efetuar a operação com as fração de mesmo denominador obtidas.

Para chegar a um denominador comum, podemos mudar cada fração por uma fração equivalente a fim de que todas fiquem com denominadores iguais. Esse denominador deve ser um múltiplo comum dos denominadores originais das frações apresentadas.

Exemplo 1

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{2}{10}+\frac{5}{10}=\frac{7}{10}$$

Exemplo 2

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{5}=\frac{5}{40}+\frac{8}{40}=\frac{12}{40}$$

Observe que podemos dividir numerador e denominador pelo mesmo número (4). Assim:

$$\frac{12}{40}=\frac{12\div 4}{40\div 4}=\frac{3}{10}$$

Exemplo 3

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$$

Exemplo 4

$$2-\frac{1}{4}=\frac{2}{1}-\frac{1}{4}=\frac{8}{4}-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$$

Exercícios

1. Efetue as adições, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=$

b) $\frac{4}{10}+\frac{2}{10}=$

c) $\frac{2}{15}+\frac{3}{15}=$

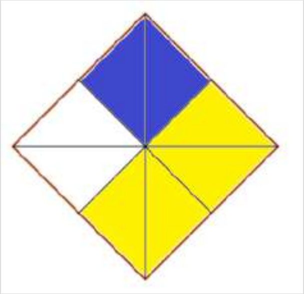
d) $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=$

e) $\frac{5}{4}+\frac{3}{4}=$

f) $\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=$

Exercícios

2. Observe a figura a seguir e responda às questões.



a) Determine as frações de denominador 8 que representam a parte pintada de amarelo, a parte pintada de azul e a figura toda.

b) Represente com uma adição de frações a parte pintada da figura.

c) Represente com uma subtração a parte da figura que não está pintada nem de azul nem de amarelo.

3. Efetue as subtrações, simplificando o resultado quando possível.

a) $\dfrac{8}{9} - \dfrac{2}{9} =$

b) $\dfrac{7}{5} - \dfrac{1}{5} =$

c) $\dfrac{15}{8} - \dfrac{9}{8} =$

d) $\dfrac{9}{15} - \dfrac{4}{5} =$

e) $\dfrac{3}{7} - \dfrac{3}{7} =$

f) $\dfrac{11}{12} - \dfrac{3}{12} =$

4. Manipule as frações ao mesmo denominador. Depois faça os cálculos e deixe o resultado na forma de fração irredutível.

a) $\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{10} =$

b) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{7}{6} =$

c) $\dfrac{2}{9} + \dfrac{3}{4} =$

d) $\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5} =$

5. Determine as diferenças.

a) $\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{5} =$

b) $\dfrac{5}{4} - \dfrac{4}{5} =$

c) $5 - \dfrac{2}{5} =$

d) $\dfrac{13}{2} - \dfrac{1}{6} =$

6. Um caminhão saiu da cidade A em direção à cidade B. No primeiro dia, percorreu $\dfrac{1}{2}$ da distância que separa as duas cidades e no segundo dia, $\dfrac{1}{3}$ dessa mesma distância.

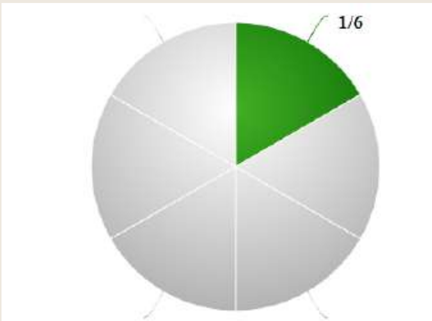
a) Qual fração representa a distância percorrida após os dois dias de viagem?
b) Qual fração representa a distância que falta, depois dos dias, para chegar à cidade B?
c) Sabendo que a distância que falta para chegar à cidade B é de 60 quilômetros, qual é a distância entre as duas cidades?

2. Multiplicação e Divisão de Frações

2.1 Multiplicação e Divisão por Números Inteiros

Sabemos que as operações de adição e subtração não são a única forma de operar números inteiros, do mesmo modo ocorrerá com as frações e números racionais. Nesta seção aprenderemos a multiplicar e dividir frações por números inteiros e também por outras frações.

Primeiramente nos dedicaremos a aprender a calcular expressões da forma $m \cdot \frac{a}{b}$, onde m é um número inteiro. Começamos pensando em frações unitárias, ou seja, com numerador igual a 1. Observe o desenho a seguir de um círculo com $\frac{1}{6}$ pintado.



Podemos pintar mais um setor deste círculo, obtendo $\frac{2}{6}$ dele pintado, e repetir o processo até que todas partes estejam coloridas. A cada etapa desse processo, podemos representar o total de partes pintadas como somando $\frac{1}{6}$ ao total pintado anteriormente, assim:

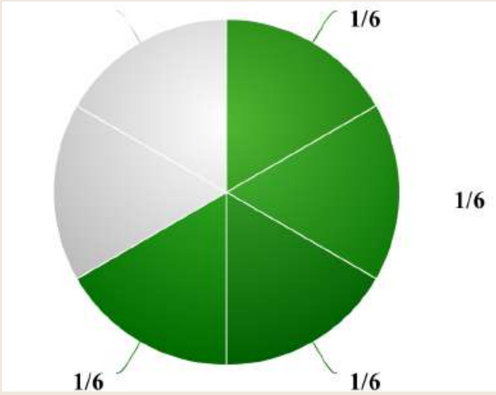
$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$$

Podemos perceber que, para obter 4 partes deste desenho pintadas, ou seja $\frac{4}{6}$ do desenho pintado, precisamos de de 4 setores iguais ao primeiro, então é natural que a multiplicação de $\frac{1}{6}$ por 4 seja igual a $\frac{4}{6}$.

Assim como definimos a multiplicação nos números inteiros como quantas vezes repetimos a soma, analogamente acontecerá com a frações.

Neste caso temos:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{6}\cdot 4=\frac{4}{6}$$



De uma forma geral $m \cdot \frac{1}{n} = \frac{m}{n}$, para todos m,n inteiros e $n \neq 0$. Pois este produto quer nos dizer que temos m parcelas de tamanho $\frac{1}{n}$ cada, portanto temos que somar m vezes a fração $\frac{1}{n}$, obtendo $\frac{m}{n}$.

Este procedimento se estende para frações com outros numeradores além do 1. Logo, de uma forma simples, ao multiplicar uma fração por um número inteiro seu denominador continua o mesmo enquanto apenas o numerador é multiplicado.

$$m \cdot \frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{b}$$

.

A divisão de uma fração por um número inteiro também é muito simples, ilustramos mais uma vez com um desenho.

Novamente temos a figura 1 com $\frac{1}{6}$ em vermelho, em seguida, na figura, temos a mesma parte pintada porém, agora está parte foi dividida em três partes menores. Em outras palavras dividimos a fração da figura que a parte pintada por 3.

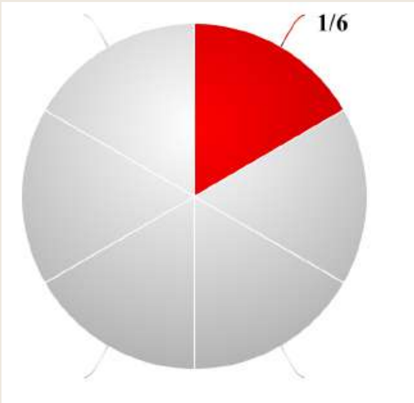
Lembrando de algumas interpretações que atribuímos para o numerador (está multiplicando) e para o denominador (está dividindo), percebemos que cada um dos dos pequenos setores vermelhos da figura (b) representa o resultado da divisão por 6 seguida de uma divisão por 3, que é equivalente a uma divisão por 18, uma vez que $3 \cdot 6 = 18$.

Ou seja quando dividimos uma fração por um número inteiro M, podemos pensar que estamos multiplicando seu denominador por este M.

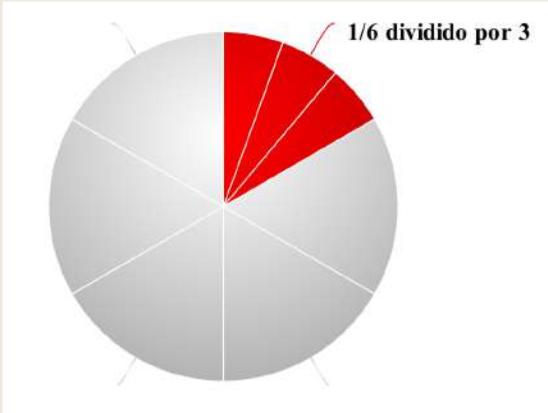
$$\frac{a}{b} \div M = \frac{a}{b \cdot M}$$

2.2 Multiplicação e Divisão por Números Frações

Já na multiplicação de frações por outras frações o procedimento é diferente. É um pouco mais difícil pensar na multiplicação de frações por outras frações como um processo de repetir somas, pois como representar



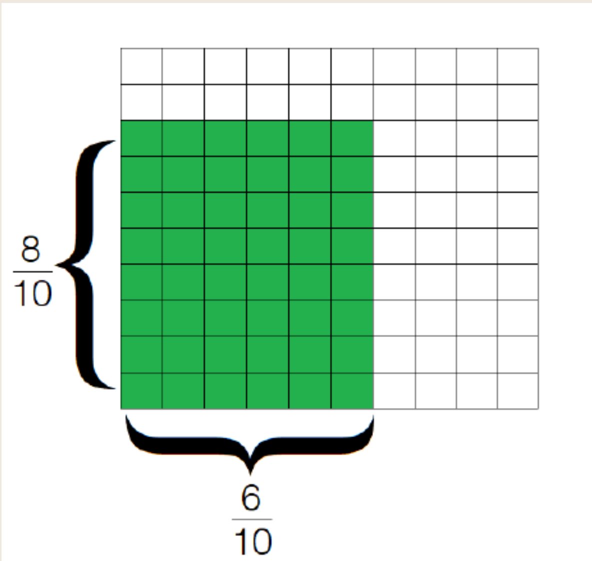
(a) Divisão por 6



(b) Divisão por 18

que queremos somar um número $\frac{1}{3}$ vezes?

Por isso, utilizaremos áreas de retângulos para ilustrar de um jeito mais fácil o que ocorre nesse tipo de multiplicação. Observe a figura a seguir:



Imagine que o quadrado tem o lado medindo 1 metro e que está dividido em quadradinhos menores na proporção 1/10. Sabemos que para medir a área de um retângulo precisamos multiplicar o comprimento pela largura.

Como podemos perceber contando, 48 dos 100 quadradinhos estão pintados, então esperamos que o produto de $\frac{8}{10}$ por $\frac{6}{10}$ seja $\frac{48}{100}$.

Vamos tentar verificar isso com o que sabemos até agora. Queremos o resultado da conta $\frac{8}{10} \cdot \frac{6}{10}$, vamos considerar primeiro a fração $\frac{8}{10}$ ao multiplicar por $\frac{6}{10}$ estamos dividindo por 10 e multiplicando 6, usando o que aprendemos na primeira parte da seção concluímos que:

$$\frac{8}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8 \cdot 6}{10 \cdot 10}$$

Generalizando este conceito, quando temos duas frações e desejamos multiplicá-las, operamos assim:

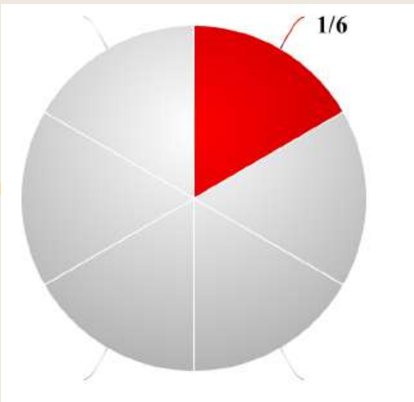
1 - Fixamos uma das frações (chamaremos esta de primeira)
2 - Dividimos ela pelo denominador da segunda fração.
3 - Por fim, Multiplicamos pelo numerador da segunda fração.

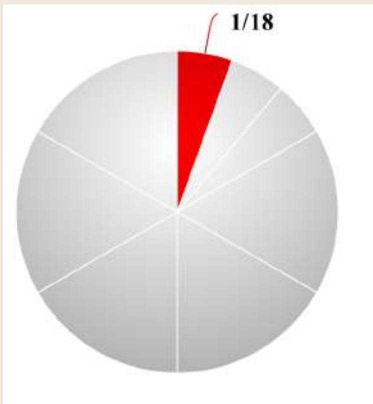
Assim, definindo a primeira como $\frac{a}{c}$ e a segunda como $\frac{b}{d}$. Quando multiplicamos temos:

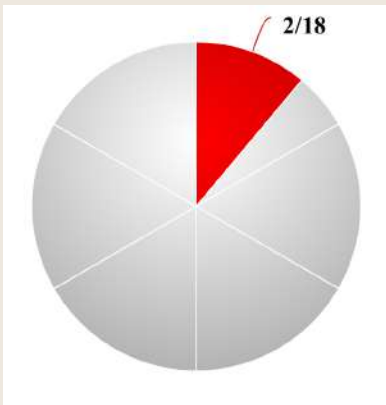
$$\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

Voltando ao exemplo do desenho colorido. Como podemos ver nas figuras a seguir, se temos $\frac{1}{6}$ da figura colorida e queremos $\frac{2}{3}$ desta parte colorida então teremos $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}$ do gráfico colorido. De acordo com nosso algoritmo temos:

$\frac{1}{6}$ dividido por 3, obtendo $\frac{1}{18}$ e em seguida $\frac{1}{18}$ vezes 2, obtendo $\frac{2}{18}$.







Definição

Dado um número definimos como o **inverso** dele o número que quando multiplicados o resultado é 1.

É conveniente para o nosso contexto, por como as operações foram estabelecidas, definir o inverso de um número inteiro N como $\frac{1}{N}$ e interpretar a fração $\frac{1}{N}$ como uma divisão por N.

Então a partir de agora um dos modos que podemos expressar uma divisão por N é como uma multiplicação por $\frac{1}{N}$.

$$\frac{a}{b} \div N = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{N} = \frac{a}{b \cdot N}$$

Vamos verificar porque isso é válido também para frações. Mas, antes, vamos achar o inverso de frações de outra forma.

Dada uma fração $\frac{a}{b}$, seu inverso é $\frac{b}{a}$, pois quando efetuamos a multiplicação, obtemos:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a}$$

Como podemos ver, temos o mesmo número no numerador e no denominador, portanto o resultado é 1 e então, $\frac{b}{a}$ é o inverso de $\frac{a}{b}$.

Exemplo

O inverso de $\frac{2}{8}$ é $\frac{8}{2}$.

Podemos verificar multiplicando as duas frações:

$$\frac{2}{8} \cdot \frac{8}{2} = \frac{2 \cdot 8}{8 \cdot 2} = \frac{16}{16} = 1$$

Nesta última parte da seção estudaremos divisão de frações por outra frações e, para aprender, usaremos tudo que aprendemos até agora.

Vamos tentar dividir $\frac{3}{7}$ por $\frac{4}{9}$. Sabemos que, em uma divisão, se multiplicarmos o dividendo e o divisor pelo menos número então o resultado final permanece inalterado.

Logo para efetuar a divisão $\frac{3}{7} \div \frac{4}{9}$, multiplicarmos o dividendo e o divisor pelo inverso do divisor, no caso $\frac{9}{4}$, obtendo a seguinte expressão:

$$\left(\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{4}\right) \div \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4}\right)$$

Perceba que no divisor temos um número multiplicado por seu inverso, ou seja, o novo divisor é 1 e, dividir por 1, não altera o resultado, então basta fazer a multiplicação $\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{4}$ para chegar ao resultado.

Em termos práticos, na divisão de fração mantemos o dividendo e o multiplicamos pelo inverso do divisor.

Sabendo isso verificaremos que $\frac{1}{N}$ é o inverso de N mesmo quando N é uma fração. Considere que N é a fração $\frac{a}{b}$, logo o inverso de $\frac{a}{b}$ é $\frac{1}{\frac{a}{b}}$, efetuando a divisão de frações notamos que: $\frac{1}{\frac{a}{b}} = 1 \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$.

E por fim $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.

Exercícios

1. Efetue as operações:

a) $3 \cdot \frac{1}{2} =$

b) $5 \div \frac{1}{4} =$

c) $\frac{1}{8} \cdot \frac{6}{2} =$

d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} =$

e) $\frac{14}{8} \div \frac{11}{7} =$

f) $\frac{9}{5} \div \frac{6}{8} =$

2. Qual a área de um retângulo de lados $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$?

3. Com uma corda foi possível dar 36 voltas em um cilindro. Para dar cada volta é necessário $\frac{5}{6}$ metros de corda. Se pretendemos enrolar essa corda em um cilindro menor, no qual é necessário apenas $\frac{4}{9}$ metros de corda para dar uma volta, então quantas voltas serão dadas?

4. Quantos copos com capacidade de $\frac{1}{4}$ litros são necessário para encher uma jarra de capacidade $\frac{5}{2}$ litros?

5. Identifique retângulos na sala de aula e escreva a medida dos lados em frações de metros. Calcule a área destes retângulos. Expresse esse número em forma de fração e na forma decimal.

6. Qual é o inverso do inverso de um número?

3. A Forma Decimal e a Forma Fracionária

Agora que já aprendemos como trabalhar com as operações matemáticas que envolvem frações, vamos focar em um tipo de fração que se conecta muito bem com os números decimais, as **frações decimais**. Em seguida vamos apresentar maneiras simples e eficazes de se alternar entre as representações na forma decimal e a forma fracionária.

3.1 As Frações Decimais

Analise atentamente as frações, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$. Em cada uma dessas frações, o denominador é uma potência de 10. Veja a seguir:

$$\frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{10^1}$$
$$\frac{1}{100} \rightarrow \frac{1}{10^2}$$
$$\frac{1}{1000} \rightarrow \frac{1}{10^3}$$

Definição

Qualquer fração cujo denominador é uma potência de 10 é chamada de fração decimal.

As frações decimais são facilmente escritas também na forma de um número decimal. Observe:

- $\frac{1}{10}$ é representado por 0,1 e lida como "um décimo"
- $\frac{1}{100}$ é representado por 0,01 e lida como "um centésimo"
- $\frac{1}{1000}$ é representado por 0,001 e lida como "um milésimo"
- $\frac{1}{10000}$ é representado por 0,0001 e lida como "um décimo de milésimo"

E assim por diante.

3.2 Transição entre Fração e Número Decimal

Observe como representamos frações decimais na forma de número decimal, se atentando para o número de zeros presente na potência de base 10 e o número de casas decimais decorrente.

Para converter uma fração decimal em um número na forma decimal, escrevemos o numerador da fração com tantas casas decimais quanto forem os zeros do denominador.

3.3 Representação decimal de frações

Já aprendemos que toda fração pode indicar o quociente de uma divisão.

Exemplos

$$\frac{13}{4} = 13 \div 4$$

$$\frac{19}{2} = 19 \div 2$$

$$\frac{8}{30} = 8 \div 30$$

Deste modo é possível representar qualquer fração na forma decimal. Para isso, precisamos apenas dividir o numerador pelo denominador.

Temos para essa situação dois casos , a representação decimal finita e a infinita. Nos atentemos apenas para a representação decimal finita, com a representação infinita (com dízimas periódicas) sendo trabalhada nos anos posteriores.

3.4 Representação decimal finita

Vamos retratar a fração $\frac{13}{4}$ na sua forma decimal.

$$\begin{array}{r|l}
13 & 4 \\ \cline{2-2}
-\ 12 & 3{,}25 \\ \cline{1-1}
10 & \\
-\ 8 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\ 20 & \\ \cline{1-1}
00 &
\end{array}$$

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{13}{4}$ é 3,25.

Observe que o número 3,25 tem um número finito de casas decimais

3.5 Representação fracionária de decimais

Observe os mesmos casos apresentados anteriormente mas agora se atentando para o número de casas decimais do decimal e o número de zeros presente na potência de base 10 do denominador da fração decorrente.

$$\underbrace{0{,}5}_{\text{uma casa decimal}} = \frac{5}{\underbrace{10}_{\text{um zero}}}$$

$$\underbrace{0{,}03}_{\text{duas casas decimais}} = \frac{3}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}}$$

$$\underbrace{2{,}365}_{\text{três casas decimais}} = \frac{2.365}{\underbrace{1.000}_{\text{três zeros}}}$$

Um número decimal é igual à fração que se obtém escrevendo para numerador o número sem vírgula e dando para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantas forem as casas decimais.

Exercícios

1. Assinale somente as frações decimais:

a) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{1.000}$ g) $\frac{100}{9}$

b) $\frac{35}{10}$ e) $\frac{18}{10.000}$ h) $\frac{10.000}{18}$

c) $\frac{8}{100}$ f) $\frac{1.000}{3}$ i) $\frac{104}{1.000}$

2. Reproduza a fração $\frac{1}{1.000.000}$ na forma de número decimal.

3. Indique a potência de 10 presente em cada fração decimal abaixo:

a) $\frac{5}{1.000} =$ b) $\frac{13}{10.000} =$ c) $\frac{17}{1.000.000.000} =$

4. Registre cada fração na forma de número decimal.

a) $\frac{7}{10} =$ c) $\frac{18}{100} =$ e) $\frac{325}{1000} =$

b) $\frac{3}{10} =$ d) $\frac{4}{100} =$ f) $\frac{2045}{100} =$

5. Com o auxílio de uma calculadora, represente as frações a seguir na forma decimal.

a) $\frac{9}{5} =$ c) $\frac{21}{6} =$ e) $\frac{13}{2} =$

b) $\frac{15}{8} =$ d) $\frac{17}{8} =$ f) $\frac{5}{4} =$

3.6 Porcentagem

Diariamente ouvimos nos meios de comunicação a expressão **por cento**, seja em propagandas de descontos em lojas de móveis ou em noticias nos jornais. Tente lembrar em quais situações você já ouviu falar sobre porcentagens.

Em vários países têm-se a **Black-Friday**, uma sexta-feita em novembro na qual as lojas de diversos setores (informática, eletrodomésticos e outros), se dedicam a fazer descontos em seus produtos almejando ter um pico em suas vendas e consequentemente em seus lucros.

Na imagem vemos que a loja em questão oferece descontos de até 50% em seus produtos. Vamos tentar entender o que isso quer dizer.

Assim como as frações, uma porcentagem diz respeito a uma quantidade de algo ou uma porção de um todo, porém com um denominador fixo: este denominador será o número 100. Então uma porcentagem de algo diz respeito a quantas partes a cada 100 estamos nos referindo.

Exemplo

Uma unidade de uma faculdade é escolhida para ser a sede do vestibulinho para uma escola técnica. Nesta faculdade as salas contam com 100 lugares cada uma. Para evitar a possibilidade de um aluno ver as respostas do colega ao lado decidiu-se intercalar os alunos, ocupando apenas 50 dos 100 lugares em cada sala.

Note que neste exemplo é simples calcular a porcentagem da sala que será ocupada pelos alunos, pois o total de cadeiras é 100. Como 50 a cada 100 cadeiras serão ocupadas, dizemos que 50 por cento das cadeiras serão ocupadas.

Usaremos o símbolo % para denotar a expressão "por cento". Portanto no exemplo anterior poderíamos escrever que a porção de cadeiras que serão ocupadas é 50%.

Note que 50% são $\frac{50}{100}$ das cadeiras. Podemos simplificar essa fração dividindo o numerador e o denominador por 50, obtendo a fração $\frac{1}{2}$, que lemos "um meio", ou seja metade da sala será ocupada.

Essa relação entre porcentagem e fração se estende para todas as demais frações de denominador 100. Dessa forma, 25% quer dizer que estamos nos referindo a 1 a cada 4 elementos do total, pois $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, assim como 10% quer dizer que estamos nos referindo a 1 a cada 10 elementos do total, pois $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

É claro que nem sempre os problemas que encontraremos serão com denominador 100. Veja a situação do exemplo a seguir:

Exemplo

Uma agência de viagens publicou a seguinte imagem em suas redes sociais:

Ela está oferecendo um cupom de desconto de 15% em todos os planos de viagem. Suponha que Anderson deseja fazer uma viagem que o plano sem o desconto custa 1600 reais. Qual o valor do desconto nesse plano?

Como o desconto é de 15% então a cada 100 reais que Anderson gasta ele deixa de gastar 15. Já que 1600 reais são 16x100 reais então Anderson deixará de gastar 16x15 reais. Logo a economia de Anderson será de 240 reais.

Observe com atenção as contas que fizemos e tentaremos a partir desse exemplo generalizar o nosso resultado.

Primeiro dividimos o valor total por 100, para descobrir quantas vezes o número 100 cabe no total. em seguida, como sabemos que a cada 100 ele economizaria determinada quantidade (no exemplo anterior 15 reais), então multiplicamos o número que representa quantas vezes que o número 100 cabe no total pelo tanto que ele economiza a cada 100 reais.

Em um aspecto mais amplo se o total é T e queremos x% disso, então, pelo que acabamos de dizer, operamos da seguinte forma:

$$\frac{T}{100} \cdot x \xrightarrow{\text{e sabemos que isso é igual a}} T \cdot \frac{x}{100} \longrightarrow \text{Logo x\% de T é } T \cdot \left(\frac{x}{100}\right)$$

Exemplo

Há vários países em que a população fala a língua portuguesa, como Brasil, Portugal, Angola, Timor leste, Moçambique e outros. Cerca de 3,636% da população mundial tem o português como primeira língua. Sabendo que a população mundial é de aproximadamente 7,7 bilhões de pessoas, quantos são os falantes de português?

$$7700000000 \cdot \left(\frac{3,636}{100}\right) = 279972000$$

Logo, cerca de 280 milhões de pessoas que têm o português como primeira língua, Isso coloca o português como sexta língua mais falada no mundo, atrás apenas do Mandarim, Espanhol, Inglês, Hindi e o Árabe.

3.7 Operações com Porcentagem

Sabendo da relação de porcentagem com frações, podemos estender as operações de frações para porcentagem.

Sobre a soma, se algo tiver um acréscimo de x% então somamos x% ao valor inicial.

Exemplo

Vamos somar 14% a 250, ou seja queremos efetuar 250 + 14%.

Mas sabemos que 14% de 250 é $250 * \left(\frac{14}{100}\right)$, portanto temos que realizar a soma:

$$250 + 250 \cdot \frac{14}{100} = 250 + 35 = 285$$

A subtração é análoga, basta alterar o sinal.

Exemplo

Segundo o IBGE, a média de filhos por mulher no Brasil em 2005 era de 2,09 filhos, já em 2015 foi registrada uma queda de 17,7% nesse número. Vamos calcular então qual será essa média em 2015.

$$2,09 - 17,7\% = 2,09 - 2,09 \cdot \frac{17,7}{100} = 2,09 - 0,37 = 1,72$$

Logo em 2015 a média de filhos por mulher no Brasil era de 1,72.

Exercícios

1. Calcule as porcentagens:

a) 13% de 440
b) 86% de 45
c) 110% de 565

2. Encontre e simplifique as frações que representam:

a) 20%
b) 65%
c) 98%

3. Se uma pessoa de 65kg tiver um aumento de 12,5% na sua massa, qual será seu peso final?

4. Se uma televisão de 1399 reais for anunciada com 30% de desconto qual será o preço anunciado?

5. Júlia acertou 75% das questões de Matemática do teste e Mariana acertou 4/5. Quem acertou mais questões?

6. Em um concurso, 520 candidatos se inscreveram. No dia da prova apenas 364 candidatos compareceram. Neste caso, qual foi a porcentagem dos candidatos que faltaram a prova?

Desafio) Em uma loja de roupas o gerente ganha 16% a mais que os vendedores. Sabendo que em reais essa diferença é 280, então qual é o salário dos vendedores?

Vamos Praticar

1. Miguel gastou $\frac{1}{8}$ do valor que tinha na sua conta com roupas para sua filha Alice e $\frac{1}{12}$ com jogos para seu filho Arthur.

a) Encontre a fração que representa a parte do dinheiro que o pai de Alice gastou na compra para os dois filhos.

b) Sabendo que com a compra de roupas o pai de Alice gastou 300 reais, qual era o valor inicial que tinha na conta?

c) Nessas mesmas condições, quanto custaram os jogos do irmão de Alice?

2. No período da tarde da escola Estudar e Desenvolvendo-se, o número de meninas representa $\frac{3}{8}$ do número total de alunos.

a) Qual fração do total de alunos corresponde ao número de meninos?

b) Sabendo que há 320 meninos, quantos são meninas?

3. É possível dividir um terrenos entre três pessoas de modo que a primeira receba $\frac{1}{4}$, a segunda $\frac{1}{3}$ e a terceira $\frac{1}{2}$ do terreno? Justifique sua resposta.

4. Escreva as adições na forma de multiplicação e efetue os cálculos.

a) $\frac{3}{12}+\frac{3}{12}+\frac{3}{12}+\frac{3}{12}=$

b) $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=$

c) $\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=$

5. Minha mãe fez o bolo preferido da família para a sobremesa de domingo. Para servi-lo, repartiu em 48 pedaços iguais. Eu comi $\frac{1}{12}$ do bolo, minha irmã e papai comeram $\frac{1}{8}$ do bolo cada um, e mamãe comeu $\frac{1}{6}$ do bolo. Quem comeu mais bolo?

6. Indique qual é o maior número em cada item. Para a comparação represente cada fração na forma decimal.

a) $\frac{9}{4}$; 2,1; 0,65; $\frac{5}{3}$

b) $-\frac{11}{2}$; $\frac{1}{6}$; -0,12; 0,1

c) $\frac{5}{8}$; 7,3; $\frac{9}{4}$; 2,34

7. Em duplas Classifique em Verdadeira (V) ou falsa (F) as afirmações a seguir.

a) ( ) O número representado por 1 inteiro e $\frac{3}{4}$ não é inteiro.

b) ( ) -0,35 tem como forma fracionária $-\frac{7}{10}$

c) ( ) A forma decimal do número $-\frac{3}{4}$ é -0,75.

d) ( ) A representação decimal do número. $\frac{2}{60}$ tem um número finito de casas.

8. Escreva as seguintes frações em taxa percentual:

a) $\frac{17}{50}$

b) $\frac{24}{25}$

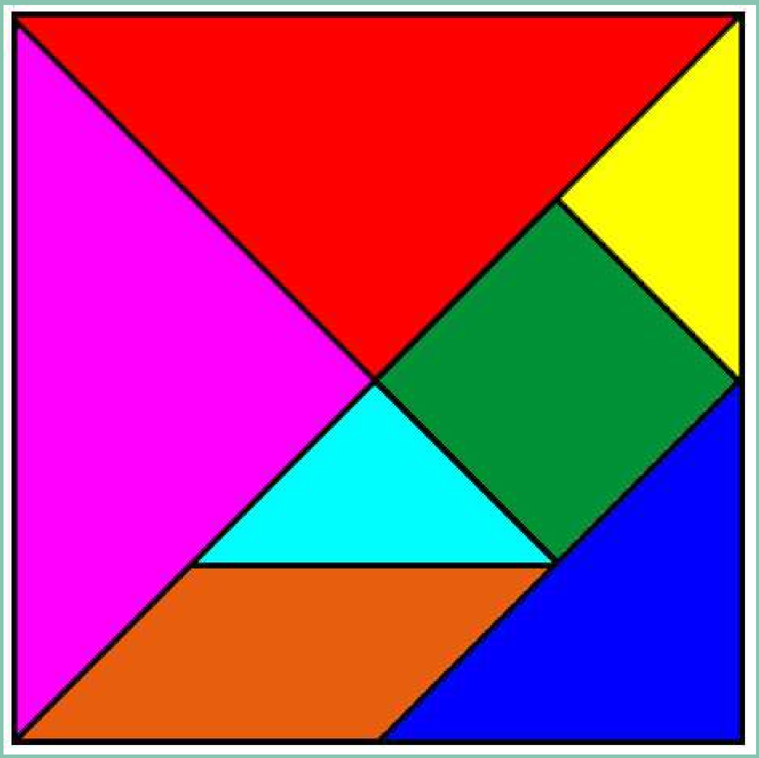
c) $\frac{11}{10}$

9. Em uma turma de 40 alunos, 45% são meninos. Quantos meninos e meninas tem a turma?

11. Em uma loja, uma máquina de lavar roupas custava R$ 1500,00 e seu preço sofreu um aumento de 3%. Logo após o aumento a loja resolveu fazer uma promoção oferecendo um desconto de 3% no mesmo produto. Qual o valor do produto após o aumento e após o desconto?

Aprenda Brincando

Tangram



O Tangram é um quebra cabeças chinês, acredita-se que ele foi criado há cerca de mil anos. Existem várias lendas sobre sua origem, a mais difundida é a seguinte:

"Um mensageiro partiu o espelho quadrado do imperador, quando o deixou cair ao chão. O espelho partiu-se em sete pedaços. Preocupado, o mensageiro foi juntando as sete peças, a fim de remontar o quadrado. Enquanto tentava resolver o problema, o mensageiro descobriu que era possível formar centenas de figuras de pessoas, animais, plantas, até conseguir refazer o quadrado".

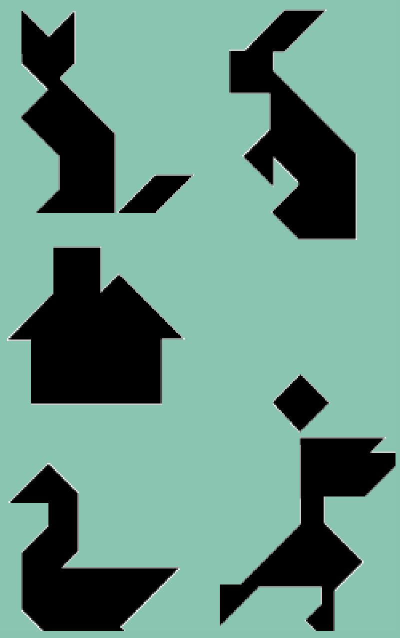
O jogo é formado por 7 peças (2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 quadrado e 1 paralelogramo) que são chamadas de "tans". Com estas peças, é possível criar diversas formas. Você pode encarar o quebra cabeças com o intuito de montar o quadrado novamente ou apenas tentar criar outras figuras.

Nesta atividade primeiro iremos construir um tangram usando cartolina ou papel cartão.

Para isso, em grupo, corte um quadrado de 20cm de largura do papel e, com o auxílio de uma régua reproduza as linhas assim como na imagem do tangram. Em seguida corte seu papel para gerar as peças.

1. Embaralhem as peças e tente montar o quadrado novamente.

2. Tentem reproduzir estas figuras com as peças.



3. Descubra que fração e qual porcentagem cada peça de tangram representa do total.

4. Use sua criatividade para montar novas figuras, sem usar todas as peças.

5. Qual a porcentagem da área total essas figuras têm?

BIBLIOGRAFIA

Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>.

PIXABAY, fonte de imagens para uso pessoal e comercial sem atribuíção requerida, disponível em <https://pixabay.com/pt/>, acesso em Maio de 2020.

PEXELS, fonte de imagens para uso pessoal e comercial sem atribuíção requerida, disponível em <https://www.pexels.com>, acesso em Maio de 2020.

SILVA, G.M; ROSA, E.G.; MARTINS, W.V.; LOVATO, A.T., O JOGO DOMINÓ DE FRAÇÕES COMO APRENDIZAGEM E RECURSO DIDÁTICO, disponível em: https://www.ifgoiano.edu.br/periodicos/index.php/ciclo/article/viewFile/755/587

FLATICON, fonte de ícones gratuítos, disponível em <https://www.flaticon.com/br/>.

SHUTTERSTOCK, disponível em <https://www.shutterstock.com/>.

Capas feitas pelo Canva, disponível em <https://www.canva.com/>.

<https://www.meta-chart.com/>

Imagens utilizadas neste trabalho:

https://cdn.pixabay.com/photo/2020/03/30/17/21/geometry-4984912_960_720.jpg

https://cdn.pixabay.com/photo/2019/02/22/19/03/digits-4014181_960_720.jpg

https://cdn.pixabay.com/photo/2018/04/03/21/07/abacus-3288079_960_720.jpg

https://cdn.pixabay.com/photo/2013/10/21/18/37/fractal-199054_960_720.jpg

https://www.flickr.com/photos/typos2ndbase/32242839573/

https://www.flickr.com/photos/littlehandimages/25605683418/

https://tostesortega.files.wordpress.com/2015/04/img_0959.jpg

https://i.pinimg.com/originals/af/7c/f2/af7cf2e2c789e9c0bf5d75d16aa15aa8.jpg

https://fractionfever.weebly.com/uploads/6/6/7/6/6676720/6344115_orig.png?1

https://www.flickr.com/photos/yises/8426059248/

https://s1.static.brasilescola.uol.com.br/be/conteudo/images/o-objetivo-uma-simplificacao-fracao-encontrar-uma-fracao-irredutivel-58232bcc64a0b.jpg

https://www.shutterstock.com/image-photo/eight-pieces-pizza-isolated-on-white-472035034

https://www.freepik.com/free-vector/lemon-juice-glass-jar-white-background_7038171.htm https://www.dreamstime.com/close-up-calendar-blue-orange-table-background-planning-business-meeting-travel-concept-top-view-image174919717

https://pixabay.com/pt/vectors/chocolate-bar-doces-brown-309609/

https://felipeuerj.wixsite.com/equipeexpoente/single-post/2018/10/11/Numero-misto-exercicios

https://brainly.com.br/tarefa/11766716

http://www.uel.br/projetos/matessencial/fundam/fracoes/fracdec.htm

https://brainly.com.br/tarefa/5902700

https://www.todamateria.com.br/adicao-e-subtracao-de-fracoes/A

https://brainly.com.br/tarefa/7563714

https://brainly.com.br/tarefa/6797388

https://brainly.com.br/tarefa/15745812

https://brainly.com.br/tarefa/937461

https://brainly.com.br/tarefa/3866992

https://brainly.com.br/tarefa/919575

https://brainly.com.br/tarefa/2578389

https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-porcentagem/

https://www.flaticon.com/br/icone-gratis/enigma_3062795?term=jogo&page=1&position=13