

8,3

F: 9  
R: 9  
M: 7



UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas

MA225

# Análise Vertical

Prof. Dr. Henrique N. Sá Earp  
Março 2020

Alan Bonugli de Oliveira RA: 193392  
Eduarda Viana Podestá RA: 032314  
João Felipe Schwantes Miranda C. Bajer RA: 175913  
Mateus Althman RA: 203221  
Maysa Laurindo Javoski Gomes RA: 156767

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Sobre os autores . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>3</b>
2.1	Estrutura Editorial . . . . .	3
2.2	Linguagem e Abordagem . . . . .	3
2.3	Conceitos e Definições . . . . .	3
2.4	Exemplos e Exercícios . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Erros</b>	<b>4</b>
3.1	Erros de Estrutura Editorial . . . . .	4
3.2	Erros L, C e X . . . . .	5
3.2.1	<i>Página 222:</i> . . . . .	5
3.2.2	<i>Página 223:</i> . . . . .	5
3.2.3	<i>Página 226:</i> . . . . .	6
3.2.4	<i>Página 228:</i> . . . . .	6
3.2.5	<i>Página 229:</i> . . . . .	7
3.2.6	<i>Página 231:</i> . . . . .	7
3.2.7	<i>Página 232:</i> . . . . .	8
3.2.8	<i>Página 233:</i> . . . . .	8
3.2.9	<i>Página 235:</i> . . . . .	9
3.2.10	<i>Página 236:</i> . . . . .	9
3.2.11	<i>Páginas 238 e 239:</i> . . . . .	9
3.2.12	<i>Página 240:</i> . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>10</b>
4.1	Evolução da metodologia . . . . .	10
4.2	Distribuição dos erros . . . . .	10
4.3	Sobre o livro . . . . .	11

## 1 Introdução



Este trabalho apresenta uma análise vertical do capítulo *Limites* (da página 219 à página 240) do livro didático de matemática da 3ª série do Ensino Médio, da coleção matemática aula por aula, 2ª edição, da Editora FTD S.A., cujos autores são Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho. Este livro é de 2005, e esteve listado no ciclo PNLEM 2009 a 2011 [1].

A análise vertical consiste em uma avaliação de um livro didático ou de um capítulo do mesmo a partir de uma metodologia pré-estabelecida. Esta metodologia identifica falhas e erros cometidos e avalia possíveis melhorias.

### 1.1 Sobre os autores

Cláudio Xavier da Silva é licenciado em física e matemática, pós-graduado em educação matemática pela Universidade Estadual de Montes Claros-MG, e possui ampla experiência em sala de aula, tanto em níveis básicos da educação, quanto em escolas de ensino superior.

Benigno Barreto Filho é licenciado em física e matemática, mestre em educação pela Unicamp-SP, pós-graduado na área de educação em física pela Unicamp-SP, e possui ampla experiência em sala de aula em escolas de nível básico da educação.

## 2 Metodologia

A metodologia criada pelo grupo para esse trabalho foi dividida em 4 categorias, nas quais cada tipo de erro é descrito por uma dupla letra-número. Neste caso, a letra refere-se à categoria da metodologia, e o número ordena erros distintos dentro de uma mesma categoria. As categorias, bem como suas letras indicadoras seguem:

E : Estrutura Editorial

L : Linguagem e Abordagem

C : Conceitos e Definições

X : Exemplos e Exercícios

### 2.1 Estrutura Editorial

- E1 Falta de padronização:** quando a estrutura do texto difere de um capítulo para outro, ou entre tópicos de um mesmo capítulo.
- E2 Priorização dos exemplos frente às definições:** quando o autor opta por utilizar exemplos puros, sem que estes sejam identificados como contextualização, antes de iniciar a discussão do conteúdo a ser estudado.

### 2.2 Linguagem e Abordagem

- L1 Contextualização falsa:** insucesso na tentativa de aplicação do conteúdo teórico com exemplo ou atividade que não condiz com a realidade ou que não se relaciona com o conteúdo a ser estudado. 2.4?
- L2 Uso inadequado da linguagem:** caracteriza-se pelo excesso de formalismo ou por uso de termos não condizentes com a faixa etária a qual o livro é proposto. Em ambos os aspectos causa um distanciamento entre o aluno e a forma como o conteúdo é exposto.

### 2.3 Conceitos e Definições

- C1 Exemplificação ausente:** ausência de exemplificação dos conteúdos expostos. Quando pondera-se sobre a possibilidade de melhora no aproveitamento do aluno caso a teoria fosse acompanhada de um exemplo elucidativo. 2.4?
- C2 Erros de definição:** definições que conduzem à uma má compreensão do conteúdo exposto, podendo ser categorizadas como definições circulares, contraditórias, inexatas ou incompletas.
- C2.1 Erros de definição - definição incompleta:** definição que não teve conclusão.
- C2.2 Erros de definição - ausência de pré-requisito:** definição realizada sem expôr, mencionar ou definir algum assunto anterior que seja julgado importante para a definição atual apresentada.
- C2.3 Erros de definição - definição falsa:** definição de caráter questionável, contraditório ou incoerente.
- C3 Falha de sistematização:** inconsistências lógicas observadas no desenvolvimento de uma análise, incompletude ou falhas de linearidade nas demonstrações. Também aplicáveis às situações em que se expõem tópicos sem relação com o conteúdo desenvolvido. abordagem?

## 2.4 Exemplos e Exercícios

- X1 Progressão incoerente:** inconsistência na estruturação de uma sequência de exemplos e exercícios, não havendo cuidado com o aumento gradual da dificuldade.
- X2 Incoerência dos exercícios frente ao assunto apresentado:** desconexão entre o conteúdo necessário para resolução de um determinado exercício e os conteúdos trabalhados anteriormente no capítulo.
- X3 Fora da Realidade:** Exercícios com contexto e/ou resultados que não acontecem ou são impossíveis na vida real.

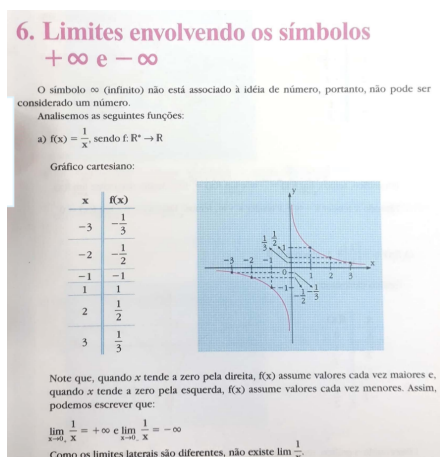
## 3 Erros

Como foi separado um capítulo do livro para o trabalho, os erros de estrutura editorial devem ser visualizados analisando o capítulo como um todo, e assim apontando as incongruências editoriais. Por esse motivo, os mesmos serão apresentados primeiro, enquanto os demais erros serão vistos juntos, página por página.

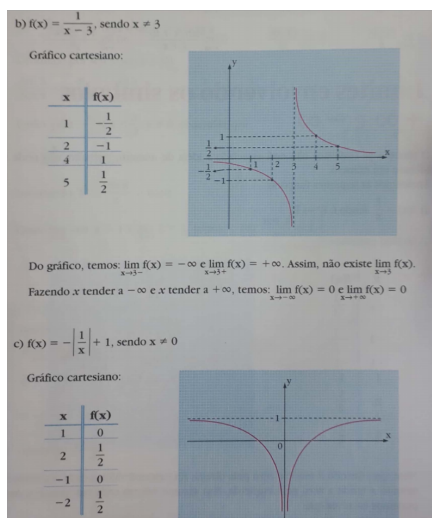
### 3.1 Erros de Estrutura Editorial

Pode-se observar um erro do tipo E1 (Falta de padronização) comparando os tópicos de 1 a 7 (páginas 226 e 227), os autores fazem uso de gráficos para mostrar o exemplo dado, porém apenas no tópico 3 eles não os utilizam.

Pode-se observar duas ocorrências do erro E2 (Priorização dos exemplos frente às definições) nas páginas 233 e 234 [Figura 1]. Neste caso, os autores priorizaram o uso de exemplos para ilustrar o conteúdo de limites laterais quando a variável tende ao infinito.



(a)



(b)

Figura 1: Limites laterais abordados como uso de exemplos.

### 3.2 Erros L, C e X

#### 3.2.1 *Página 222:*

[L1] **Contextualização:** Os autores usam um exemplo [Figura 2] semelhante ao Paradoxo de Zenão mas enunciado de tal forma que a bola nunca passaria da posição 8. Os alunos facilmente perceberiam que esse comportamento não corresponde à realidade.

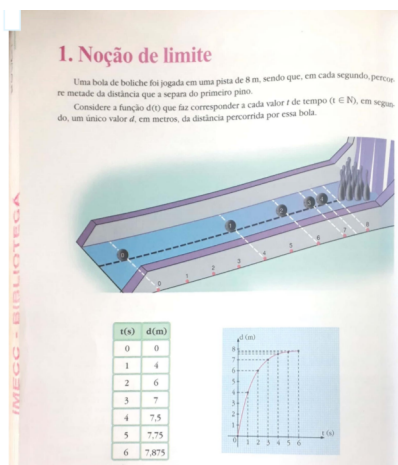


Figura 2: Contextualização

#### 3.2.2 *Página 223:*

[L2] **Uso inadequado da linguagem:** os autores apresentam a definição de limite, com  $\epsilon$  e  $\delta$  de uma forma pouco elucidativa, de forma que, para um aluno da educação básica, o assunto seja de difícil compreensão [Figura 3].

[C2.1] **Erros de definição - definição incompleta:** ainda nesta definição [Figura 3], pode-se observar a ausência de explicação sobre limites laterais e sua importância. Nesta parte do livro, os autores perdem a oportunidade de detalhar mais sobre a importância de limites laterais e o impacto que terão mais no futuro nas áreas de cálculo.

[C2.2] **Erros de definição - ausência de pré-requisito:** ainda nesta definição [Figura 3], pode-se observar que há uma má explicação da definição de limites na questão de Delta e Épsilon, ou, caso tenha sido abordado em outro capítulo, foi mal aproveitado nesse momento.

[C2.3] **Erros de definição - definição falsa:** ainda nesta definição, podemos observar o gráfico disposto de forma que os pontos  $(a - \delta, b - \epsilon)$ ,  $(a, b)$  e  $(a + \delta, b + \epsilon)$  são pontos definidos pela função, o que é um erro dos autores. O certo seria um gráfico indicando que as imagens de  $f(a)$ ,  $f(a - \delta)$  e  $f(a + \delta)$  se encontram dentro desse intervalo  $(b - \epsilon, b + \epsilon)$ , e não da forma como foi apresentado.

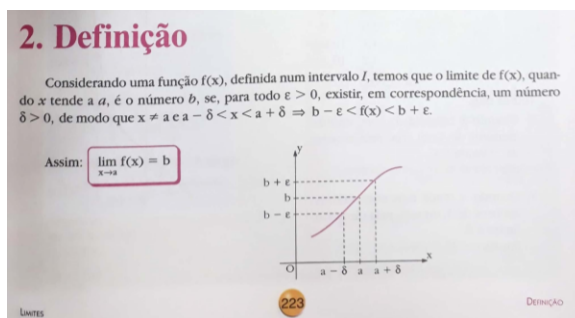


Figura 3: Contextualização

### 3.2.3 Página 226:

[C2.2] **Erros de definição - ausência de pré-requisito:** ausência de explicação e definição sobre limite de uma função constante. O tema foi abordado de maneira discreta, o que futuramente pode gerar dúvidas no aluno.

### 3.2.4 Página 228:

[X2] **Incoerência do exercício frente ao assunto apresentado:**

Os autores inserem um exercício de física [Figura 4] provavelmente na tentativa de ampliar o conhecimento e o interesse dos alunos pelo conteúdo de limite, mas não há uma relação nítida entre esse exercício e conteúdo abordado até então neste capítulo.

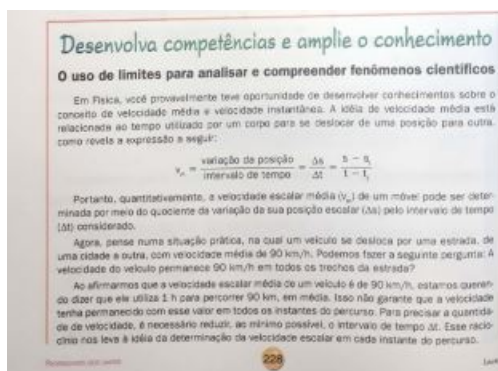


Figura 4: Exercício de física

[X1] **Progressão incoerente:** Não há instruções anteriores que embasam como proceder com o exercícios 8 e 9 [Figura 5]. Os exemplos resolvidos anteriores falam apenas de simplificação de frações através da fatoração. Não há anteriormente exercícios resolvidos ou exemplos com denominador polinomial.

[X3] **Fora da Realidade:** Ainda nos exercícios 8 e 9 [Figura 5], deveria estar indicado a lateralidade do limite. Apesar de que manipulando as frações o aluno chegue em uma função diferente, e com limite bem definido para o ponto em questão, da forma como está apresentada a função, seu gráfico apresenta uma descontinuidade no ponto. Uma sugestão seria pedir ao aluno que calculasse primeiro a simplificação, e após a simplificação feita, calcular o limite, mas deixando claro que são funções diferentes. Por exemplo, para o exercício 8:

Seja a função  $f(x) = \frac{1}{x+3} + \frac{x+8}{x^2+x-6}$ . Calcule sua forma simplificada. Seja  $g(x)$  a função calculada acima. Calcule:  $\lim_{x \rightarrow -3} g(x)$

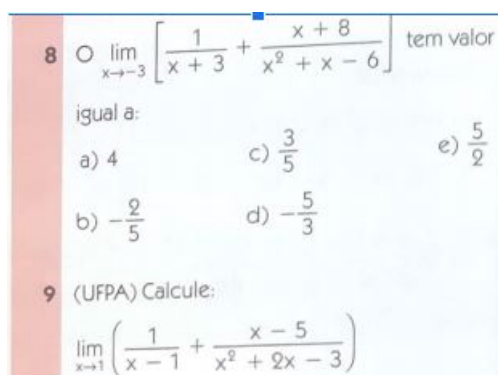


Figura 5: Exercícios 8 e 9

### 3.2.5 Página 229:

**[X2] Incoerência do exercício frente ao assunto apresentado:**

Novamente, os autores inserem um exercício de física [Figura 6] que não está bem relacionado com o conteúdo abordado até então.

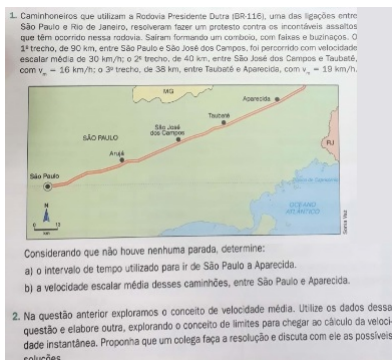
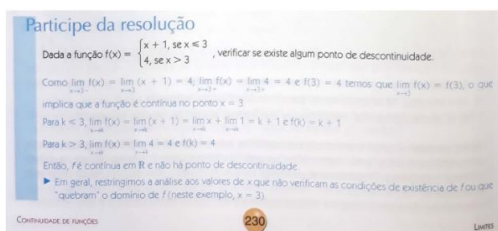


Figura 6: Exercício de física

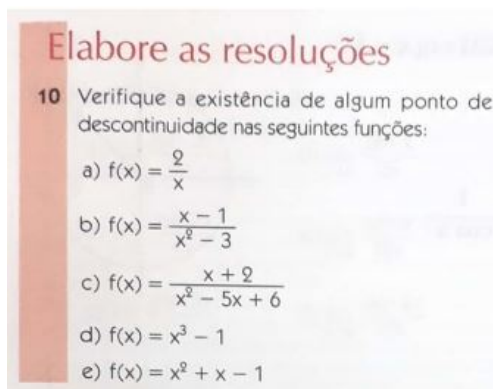
### 3.2.6 Página 231:

**[X1] Progressão incoerente:**

Na passagem do exercício resolvido anterior para o exercício 10 ocorre um aumento abrupto de dificuldade. O exercício resolvido anterior [Figura 7] trata de limite e continuidade apenas em uma função que envolve duas leis de formação, ambas do 1º grau. Sugestão: acrescentar um exercício resolvido que trate de procurar pontos de descontinuidade em funções com uma única lei de formação, de preferência envolvendo quocientes como o caso da 10.a.



(a)



(b)

Figura 7: Podemos ver em (a) os exercícios resolvidos e em (b) o exercício proposto para o aluno em sequência.

**[C3] Falha de sistematização:** nesta parte do capítulo, os autores optam por iniciar o conteúdo de *Limite trigonométrico fundamental*, dando um salto na matéria. Como o assunto anterior era *Continuidade de funções*, os autores deveriam ter aproveitado para abordar o tema de *Limites laterais*, que só é visto na página 233. Ou seja, o autor perde a oportunidade de continuar o conteúdo de limites laterais e limites em geral usando a idéia de infinito. Seria mais interessante e fluiria de uma forma melhor se os alunos criassem conhecimento de infinito antes de avançar em mais funções.

### 3.2.7 Página 232:

**[X1] Progressão incoerente:**

Na passagem do exercício resolvido 1 para o exercício resolvido 2 [Figura 8], se dá um salto muito grande na aplicação do limite fundamental  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  introduzindo conceitos trigonométricos sem um prévio preparo.

**[X2] Incoerência dos exercícios frente ao assunto apresentado:**

No capítulo não é trabalhado nem ao menos apresentado a propriedade  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ . Conceito este fundamental para entender a terceira passagem algébrica da resolução do exercício resolvido 2 [Figura 8]. Ainda nesse mesmo exercício resolvido, na quinta passagem a resolução apresentada não faz a devida conexão entre  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{x^2}$  e seu resultado  $-1$ , uma outra forma mais adequada seria por exemplo explicitar o formato

$$-1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x}$$

que deixaria mais visível o emprego da propriedade que se deseja trabalhar  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .

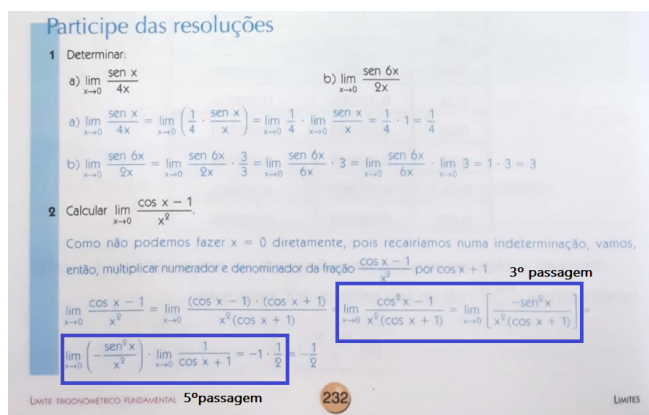


Figura 8: Exercícios Resolvidos

### 3.2.8 Página 233:

**[X2] Incoerência dos exercícios frente ao assunto apresentado:**

No exercício proposto 13 (h) [Figura 9] a utilização da propriedade trigonometria  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$  é imprescindível para se chegar a solução, porém essa propriedade não foi apresentada ou recordada no capítulo. No exercício (13) agora no item (i) a propriedade trigonométrica  $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \operatorname{sen} b \cdot \cos a$  é imprescindível para se chegar a solução, porém essa propriedade também não foi apresentada ou recordada neste capítulo. O item 13 (l) e (m) também apresenta o mesmo problema que o 13(h) e (i) mas desta vez com a propriedade  $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$ . Uma breve revisão destas propriedades trigonométricas antes dos exercícios ajudaria em muito a implementação de exercícios desafiadores mas sem confundir os estudantes que ao buscar resolver os exercícios apenas com o conteúdo do capítulo se frustram.



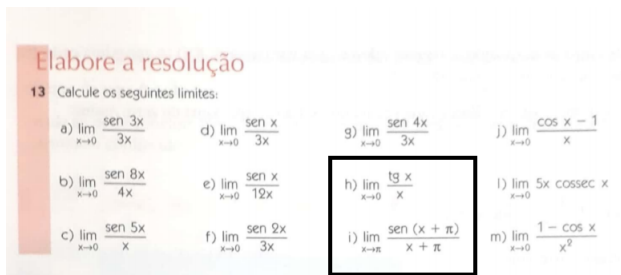


Figura 9: Exercício Proposto

### 3.2.9 *Página 235:*

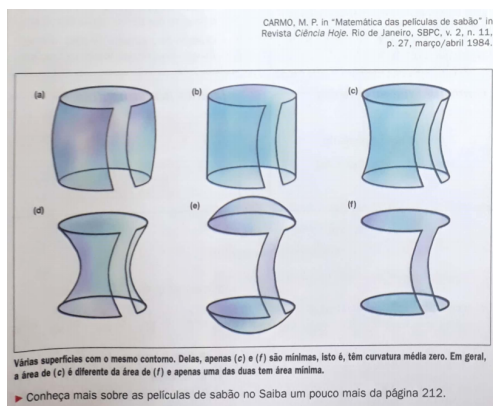
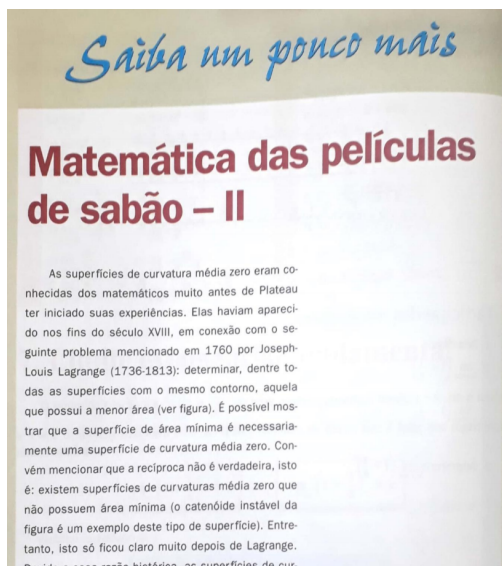
[C1] **Exemplificação ausente:** ausência de explicação sobre como ou quando serão tratadas as questões de formas indeterminadas. Nesta parte, os autores perdem a oportunidade de instigar o aluno para o assunto mais afundo.

### 3.2.10 *Página 236:*

[C2.2] **Erros de definição - ausência de pré-requisito:** confusão no conteúdo exposto sobre limite exponencial fundamental. Não possui nenhum indício de que o número de Euler ou o logaritmo natural foi tratado anteriormente.

### 3.2.11 *Páginas 238 e 239:*

[L1] **Contextualização:** no tópico *Saiba um pouco mais* os autores abordam o tema das películas de sabão, como forma de motivar o aluno a estudar mais sobre *limites*, porém, o assunto não se relaciona com o que é visto de limites no ensino médio. Dessa forma, a tentativa de contextualizar o assunto traz mais dúvidas para o aluno [Figura 10].



(a)

(b)

Figura 10: Imagens das páginas 238 e 238.

### 3.2.12 *Página 240:*

[C2.1] **Erros de definição - definição incompleta:** ausência de informações sobre continuidade de funções. O autor julga apenas importante mostrar que o limite da função tratada quando tende a um valor  $b$ , é igual ao valor da função neste ponto  $b$ .

## 4 Conclusão

### 4.1 Evolução da metodologia

A metodologia aplicada foi desenvolvida em duas fases. Primeiramente foi desenvolvida uma metodologia  $M_0$ , após esse primeiro passo foi feita a análise do capítulo do livro em questão. Com esta análise em mãos, voltou-se à metodologia, identificando quais erros levantados não tinham nenhuma ocorrência, sendo assim considerados supérfluos, e quais tiveram uma grande quantidade de erros, sendo assim desmembrados. Esta segunda metodologia foi chamada de  $M_1$ .

Pode-se observar que o erro **C2** foi desmembrado em duas subcategorias. Inicialmente em  $M_0$  estava sendo trabalhado apenas o erro [C2] **Erros de definição**, mas, por apresentar várias ocorrências, ele foi subdividido em três.

Os erros que foram descartados por não apresentarem ocorrências estão listados abaixo, com sua letra referente à sua categoria, porém sem numeração:

**L Questão de Valores Sociais:** avalia se há trechos que indicam alguma forma de preconceito ou criação de estereótipos.

**C Exemplificação repetida:** recorrência de conteúdos teóricos expostos sem necessariamente aplicar explicações distintas que agreguem na compreensão por parte do aluno.

**X Falta de clareza:** Enunciado não definem com transparência o objetivo da atividade proposta.

**X Má formulação e disposição de exercícios:** exercícios repetitivos e com enunciados ambíguos (que admite mais de uma interpretação).

### 4.2 Distribuição dos erros

Pode-se observar na tabela a seguir a distribuição dos erros encontrados:

Erro	número de ocorrências
E1	1
E2	2
L1	2
L2	1
C1	1
C2.1	2
C2.2	3
C2.3	1
C3	1
X1	3
X2	4
X3	1

Tabela 1: Tabela de erros

A partir desta tabela, é possível notar que o erro mais comum encontrado é o **X2**, que diz respeito à incoerência dos exercícios frente ao assunto apresentado. Outro erro recorrente é o **C2.2**, que se relaciona com a forma que uma definição é colocada ao aluno, neste caso, quando dentro de uma definição colocada ao aluno, há algum assunto que é posto sem ter sido definido previamente.

Com este resultado podemos observar um total de 22 erros encontrados em 22 páginas analisadas. O que pode ser considerado uma média alta de erros por página para um livro didático.

Foi possível plotar alguns gráficos de como esses erros se distribuíram. Na Figura 11 está representada de duas formas (gráfico de barras e pizza) uma mesma informação, a distribuição dos erros de acordo com a sua ocorrência, semelhante à tabela apresentada acima.

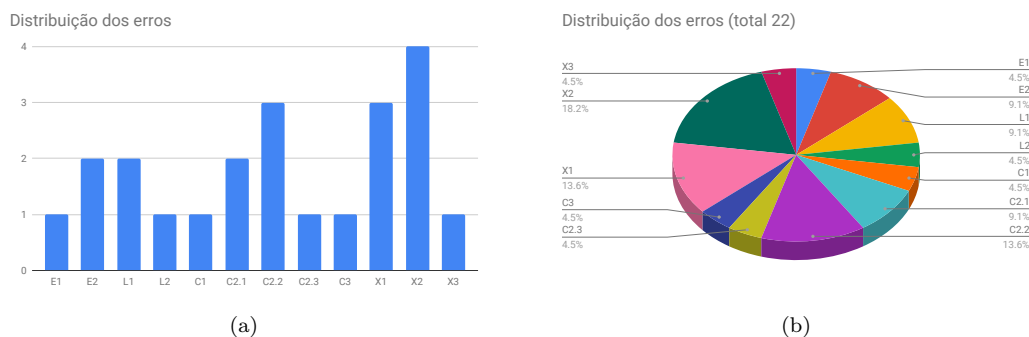


Figura 11: Podemos ver em (a) e (b) a distribuição dos erros de acordo com a quantidade de ocorrências.

Na Figura 12 está representada de duas formas (gráfico de barras e pizza) uma mesma informação, a distribuição dos erros por categoria de acordo com a sua ocorrência. Podemos observar uma maior ocorrência dos erros do tipo **C : Conceitos e Definições** e **X : Exemplos e Exercícios**. Este fato pode ser considerado bastante problemático, principalmente quando se leva em conta a quantidade de erros conceituais e de definição.

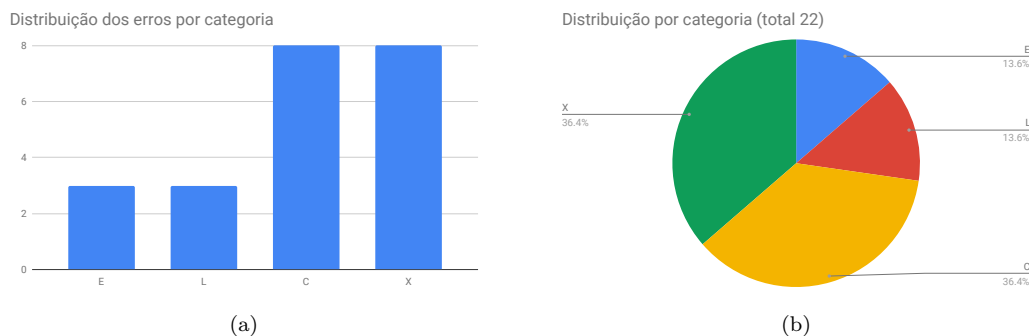


Figura 12: Podemos ver em (a) e (b) a distribuição dos erros por categoria de acordo com a quantidade de ocorrências.

### 4.3 Sobre o livro

O livro procura introduzir de maneira rápida o conceito de limites para assim poder ensinar a “regra do tombo” para os alunos do 3º ano do ensino médio. Sendo assim, eles poderiam utilizar nos vestibulares e outras provas criando uma certa “vantagem”. O problema ao realizar isto, é a forma como foi efetuada, o livro apenas joga informações e definições sobre algumas partes de limite, o que pode fazer o aluno na verdade se distanciar do assunto. Em resumo, o livro falha na sua própria proposta de aproximar o aluno a um conceito novo que irá ajudá-lo.

Além disso, pelo fato dos autores serem tanto matemáticos quanto físicos, eles fazem muitas correlações do assunto com questões de física, em uma visível intenção de contextualizar o assunto. É muito importante essa interdisciplinaridade, porém a tentativa de contextualizar limites com o exemplo da bola de boliche

ficou muito fora da realidade. Os autores poderiam procurar exemplos reais, mesmo que fora da zona de conforto deles, as áreas de física e matemática.

## Referências

[1] XAVIER, C.; BARRETO, B. *Matemática - aula por aula*. 2 ed. São Paulo: FTD,2005.