

MATEMÁTICA

3º ANO

E.M



MA225 - Grupo B

Professor Henrique Sa Earp

Maria Beatriz Theodoro

Carlos Frederico dos Santos Silva Neto

Cristofer Esaobas Tejeda Obregon

Francisco de Sousa Coelho Neto

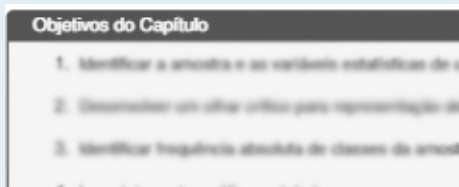
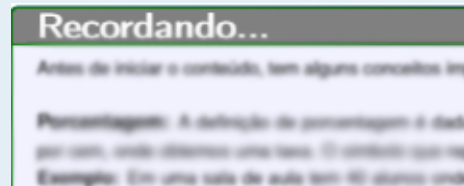
Pedro Henrique Cardoso Neves

Junho de 2019

Manual do Livro

Recordando

Na caixa *Recordando...* se encontrarão informações aprendidas em anos anteriores e que serão utilizadas durante o capítulo. Esta caixa aparece no início de cada capítulo.

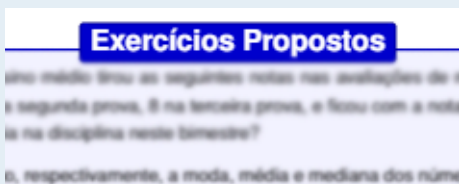


Objetivos do Capítulo:

Na caixa *Objetivos do capítulo...* se encontrarão os objetivos que devem ser atingidos ao longo do capítulo.

Teste seu conhecimento:

Na caixa *Teste seu conhecimento...* se encontrarão exercícios, relacionados ao conteúdo da caixa "Recordando", que você deve saber fazer para poder avançar na matéria.

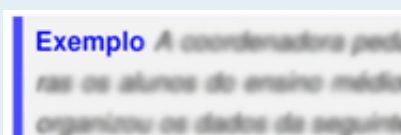
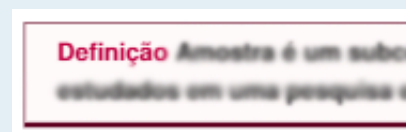


Exercícios Propostos:

Na caixa *Exercícios propostos...* se encontrarão exercícios relacionados ao conteúdo do capítulo que deverão ser resolvidos em sala ou como tarefa de casa.

Definição:

Na caixa *Definição...* se encontrarão as definições dos assuntos abordados.



Exemplos:

Na caixa *Exemplo...* se encontrarão exercícios resolvidos ou exemplos do conteúdo.

Indicadores de Exercício:

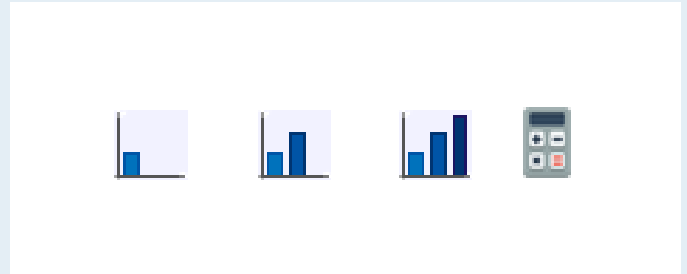
Os indicadores acompanharão os exercícios seguindo as seguintes finalidades:

1 Barra - Indicam exercícios fáceis: cálculo direto ou interpretação direta de gráfico e tabela .

2 Barras - Indicam exercícios médios: interpretação de tabela e gráficos e trabalho com dados.

3 Barras - Indicam exercícios difíceis: interpretação, análise crítica, modelagem matemática e trabalho com os dados.

Calculadora - Indicam exercícios que devem ser resolvidos com o auxílio com a calculadora.



Observação $\sum_{i=1}^n x_i$ é o símbolo para a soma dos elementos de uma lista. No caso, desde o primeiro ao n-ésimo.

Observação:

As observações serão colocadas em caixas como esta.

Resumindo...:

No final de cada seção você encontrará uma página destinada para resumir o que foi visto e aprendido na seção, no estilo de mapa mental.

Resumindo...

Você sabe como surgiu a Estatística?

Desde a formação de cidades, quando o homem começou a viver em sociedade, começaram a ser coletados dados demográficos e econômicos para que o Estado criasse p...

Contextualização Histórica:

Nesta caixa, haverá uma contextualização histórica relacionada com o tema abordado no capítulo.

Conteúdo

1	Introdução à Estatística	8
1.1	O que é Estatística?	10
1.1.1	Amostra	10
1.1.2	Variáveis Estatísticas	11
1.2	Distribuição	12
1.2.1	Gráfico de Setor	13
1.2.2	Gráfico de Linha	14
1.2.3	Gráfico de Barras	14
1.2.4	Histograma	16
1.3	Resumo da Seção	17
1.4	Exercícios Propostos	19
2	Medidas Estatísticas	24
2.1	Medidas de posição	24
2.1.1	Média aritmética	24
2.1.2	Média Aritmética Ponderada	25
2.1.3	Moda	26
2.1.4	Mediana	27
2.2	Medidas de Dispersão	28
2.2.1	Desvio Absoluto	28
2.2.2	Variância	29
2.2.3	Desvio Padrão	30
2.3	Resumo da Seção	31
2.4	Exercícios Propostos	32
3	Exercícios de Vestibulares	37
4	Nota dos autores	40

1

Estadística





Você sabe como surgiu a Estatística?

Desde a formação de cidades, quando o ser humano começou a viver em sociedade, surgiu a necessidade de coletar dados demográficos e econômicos para que o Estado criasse políticas públicas. Porém esses dados eram apenas descritivos.

Apenas no século XVIII a Estatística começou a ser desenvolvida, quando se viu importante analisar esses dados coletados para estudar regularidades, formular leis que os descrevessem e fazer previsões. Foi com o cálculo de probabilidades que adquiriu ferramentas para tais análises.

A partir de então, esta ciência chegou a muitas áreas da atuação humana, sendo usada na economia, controle de qualidade industrial, na agropecuária, saúde,... Neste capítulo estudaremos a Estatística e suas aplicações.

Recordando...

Porcentagem: Porcentagem é proporção de um valor em relação a outro dividida por cem, onde obtemos uma taxa. O símbolo que representa a porcentagem é o %.

Exemplo: Em uma sala de aula tem 40 alunos onde 24 são meninos e 16 são meninas. Quais são as porcentagens de meninos e meninas respectivamente?

Resolução: Essa sala de aula tem $\frac{24}{40} = 0,60 = \frac{60}{100} = 60\%$ de meninos
e $\frac{16}{40} = 0,40 = \frac{40}{100} = 40\%$ de meninas.

Regra de três: É o método usado para calcular uma quarta medida, a partir de outras três medidas, já são conhecidas, que formam a proporção de suas grandezas.

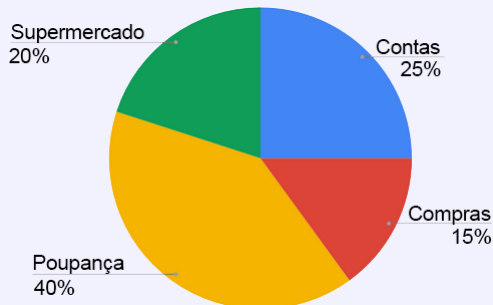
Exemplo: Em uma fábrica, 50 metros de tecido custa R\$200,00, então com R\$500,00 é possível comprar quantos metros de tecido?

Resolução: Como a medida e o preço são grandezas diretamente proporcionais então podemos fazer:

$$\begin{array}{l} \textit{Medida} \text{ --- } \textit{Preço} \\ 50m \text{ --- } R\$200 \\ x \text{ --- } R\$500 \\ 200x = 25000 \\ x = \frac{25000}{200} = 125 \text{ metros de tecido} \end{array}$$

Teste seu conhecimento

- Porcentagem:** Em uma turma do 3º ano do Ensino Médio em um colégio há 30 alunos, em um determinado dia faltaram 9 alunos. Quantos por cento dos alunos estavam presentes?
- Regra de três:** Ana trabalha como Arquiteta em uma empresa e tem um salário de R\$ 5000,00 mensais. Para controlar as contas fez o seguinte gráfico de setores com os percentuais de seus gastos. Sendo assim calcule o ângulo de cada setor.



Objetivos do Capítulo

Ao final do capítulo você será capaz de:

1. Identificar a amostra e as variáveis estatísticas de uma pesquisa.
2. Desenvolver um olhar crítico para representação de dados estatísticos
3. Identificar frequência absoluta de classes da amostra e calcular sua frequência relativa.
4. Ler e interpretar gráficos e tabelas.
5. Reconhecer que tipo de gráfico representa melhor os dados de uma pesquisas de acordo com a análise que se deseja.
6. Construir gráficos e tabelas baseado em dados de uma amostra.
7. Calcular média, moda, mediana, desvio padrão, desvio absoluto e variância de dados.

Seção 1

Introdução à Estatística

1.1 O que é Estatística?

Você já reparou que na primeira página dos aplicativos de música aparecem várias sugestões de músicas e playlists criadas pelo próprio aplicativo? Geralmente, são sugeridos dois tipos de playlists: um é o compilado de músicas feitas para você e o outro das músicas mais ouvidas nos últimos dias. E como são organizadas essas músicas? Quando ouvimos ou curtimos uma música, essa informação é guardada em um banco de dados do aplicativo, com seus dados é possível ver os estilos musicais que você mais gosta e juntar músicas destes estilos criando assim a primeira playlist; e com os dados coletados de todos os usuários obtem-se as músicas que são mais tocadas para criar a segunda playlist!

Para isso, esses aplicativos precisam dos conceitos e ferramentas da **Estatística**.

Definição Estatística é um ramo da matemática que trabalha com a obtenção, organização e análise de dados. Ou seja, é uma ciência que conhece algo através da coleta e análise de dados referentes a certos atributos.

A Estatística está presente em muitas situações do nosso dia a dia. Na época de eleição são feitas pesquisas para analisar qual candidato tem mais chance de ganhar a eleição, ou mesmo durante a apuração das urnas é feito um gráfico para ver a quantidade de votos para cada candidato. Ou quando você vai assistir a um filme e faz uma pesquisa de preço nos diferentes cinemas para ver o que te satisfaz mais. Ou ainda, a previsão do tempo, as tendências na inflação ou na bolsa de valores.

Mas como funciona essa ciência e como são analisados e organizados esses dados coletados? Neste capítulo buscaremos responder a essas perguntas.

1.1.1 Amostra

Primeiramente, em uma pesquisa estatística, é necessário escolher um conjunto de objetos que se deseja estudar. Na maioria das vezes esse conjunto é muito grande e se torna difícil coletar e estudar os dados de todos os elementos, então separa-se um subconjunto de representantes para a pesquisa, esse subconjunto é chamado de **amostra**.

Definição Amostra é um subconjunto de elementos do conjunto de objetos estudados em uma pesquisa estatística.

Exemplo Para estudar o desempenho de uma turma na prova de matemática, podemos coletar a nota de todos os alunos, já quando o estudo é sobre o índice de desemprego de um país, não é possível perguntar a todas as pessoas do país, então separa-se um grupo de pessoas para coletar esses dados.

Nas situações apresentadas no exemplo, a **amostra** para estudar o desempenho dos alunos na prova de matemática é o **conjunto** dos alunos da turma desejada. Já a amostra para estudar o desemprego no Brasil deve ser um subconjunto de brasileiros cuja idade está entre 18 e 65 anos, intervalo de idade em que as pessoas costumam estar trabalhando.

Observe que não poderíamos incluir na amostra da segunda situação crianças, por exemplo, já que estas não devem fazer parte do conjunto dos trabalhadores. Com isso podemos concluir que para se ter uma boa amostra é importante que o subconjunto seja de fato representativo, ou seja, que não apresente tendências.

Outro exemplo é o de uma pesquisa feita em campanhas eleitorais para se estudar qual é o possível candidato eleito. Neste caso, não se pode entrevistar pessoas do mesmo partido, já que a tendência é que todos escolham o candidato deste partido, ou pessoas de uma mesma classe social, pois não se leva em consideração as opiniões de pessoas de condições diferentes que inclusive tem necessidades diferentes.

Observação Para se escolher uma boa amostra que dê dados fidedignos, é preciso considerar elementos diversos que caracterizem o máximo possível a realidade.

1.1.2 Variáveis Estatísticas

Além do objeto do estudo, para fazer uma pesquisa é importante definir quais características serão estudadas, ou seja, os atributos. Estes são chamados de **variáveis estatísticas**. As variáveis, dependendo do seu tipo, podem ser qualitativas ou quantitativas e dentro desta categoria podem ser discretas ou contínuas.

Definição **Variável qualitativa** pede uma resposta categórica.

Variável quantitativa pede uma resposta numérica. Podendo ser:

Discreta é aquela que só assume valores inteiros, cujos dados podem ser ordenados formando uma sequência finita ou infinita.

Contínua pode assumir qualquer número real de um intervalo.

Exemplo *A cor de cabelo de um conjunto de pessoas é uma variável qualitativa.*

O número de pessoas que cabem no Morumbi é uma variável quantitativa discreta, pois só pode ser expressa por número inteiros, mais especificamente naturais, já que não é possível ter 66750,75 pessoas.

A temperatura de uma cidade é uma variável quantitativa contínua.

1.2 Distribuição

Após definir o objeto e a variável de estudo e fazer a pesquisa, uma apresentação dos dados através de gráficos é interessante para uma análise. Para organizar os dados deve-se separá-los em **classes**, subconjuntos disjuntos da amostra definidos com base na variável analisada, e observar a **frequência absoluta**, ou simplesmente frequência, de cada classe, ou seja, a quantidade de elementos enquadrados em cada característica. A notação que usaremos para a **frequência** de cada classe i será f_{c_i} . Somando todas as frequências deve-se obter a frequência total (f_t) que é o número de elementos da amostra.

$$f_t = f_{c_1} + f_{c_2} + \dots + f_{c_n}$$

A **frequência relativa** (f_{r_i}) de cada classe i é obtida dividindo sua frequência pela frequência total.

$$f_{r_i} = \frac{f_{c_i}}{f_t}$$

Essa frequência contribui para analisar a proporção entre as classes.

Exemplo *Uma equipe de reportagem fez uma pesquisa na cidade de São Paulo, onde perguntava aos entrevistados o time de futebol para os quais torciam. A pesquisa feita com 150 pessoas teve o seguinte resultado: 12 pessoas torciam para o Santos, 28 para o Palmeiras, 63 para o Corinthians e 47 para o São Paulo. Vamos analisar a frequência relativa de cada um dos times:*

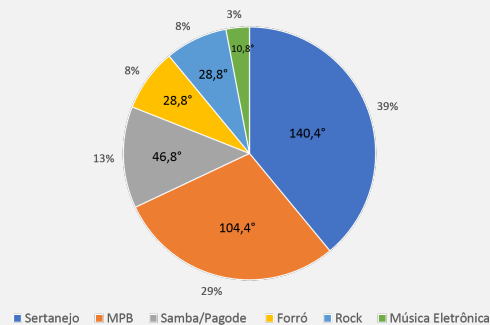
- Frequência relativa dos torcedores do Santos: 12 em 150 ou $\frac{12}{150} = 0,08$ ou 8%
- Frequência relativa dos torcedores do Palmeiras: 27 em 150 ou $\frac{27}{150} = 0,18$ ou 18%
- Frequência relativa dos torcedores do Corinthians: 63 em 150 ou $\frac{63}{150} = 0,42$ ou 42%
- Frequência relativa dos torcedores do São Paulo: 48 em 150 ou $\frac{48}{150} = 0,32$ ou 32%

1.2.1 Gráfico de Setor

Já possuindo os dados, uma maneira de apresentá-los é através de gráficos, o gráfico de setor é construído dividindo-se um círculo em setores diretamente proporcionais à frequência de cada classe. Neste gráfico ficam bastante visuais as proporções entre as classes, ou seja, as frequências relativas. Geralmente, ao construir um gráfico de setor estas frequências são apresentadas no setor referente à sua classe.

Exemplo É apresentado a seguir um gráfico de setores que descreve a relação entre os estilos musicais mais ouvidos no Brasil. O que vc pode observar?

Estilo musical	Quantidade de brasileiros que escuta
Sertanejo	39%
MPB	29%
Samba/Pagode	13%
Forró	8%
Rock	8%
Música Eletrônica	3%



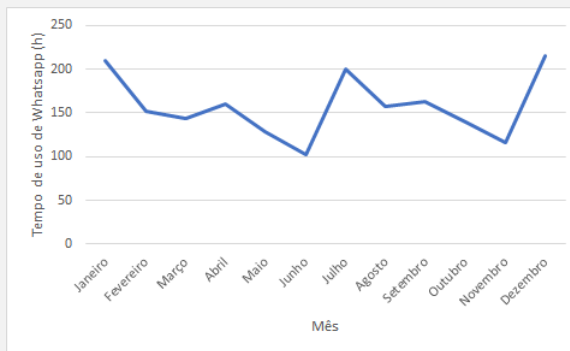
Repare que o grau do setor correspondente a cada classe é diretamente proporcional à frequência relativa. O grau do setor que corresponde ao estilo Sertanejo é $140,4^\circ$: $100\% \longrightarrow 360,0^\circ$

$$39\% \longrightarrow 140,4^\circ$$

1.2.2 Gráfico de Linha

Com base em uma tabela com dados, colocamos os pares ordenados (classe versus frequência) no plano cartesiano e ligamos os pontos através de segmentos de reta. Desta forma, construímos um gráfico de linha. Este tipo de gráfico é usado, geralmente, para analisar os dados no decorrer do tempo.

Exemplo *Uma pessoa que queira observar o tempo aproximado que gasta no celular durante o semestre tem uma melhor noção da variação de um mês ao outro através de um gráfico de linha.*



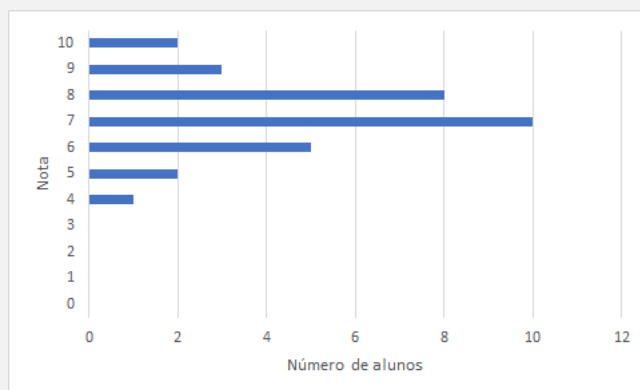
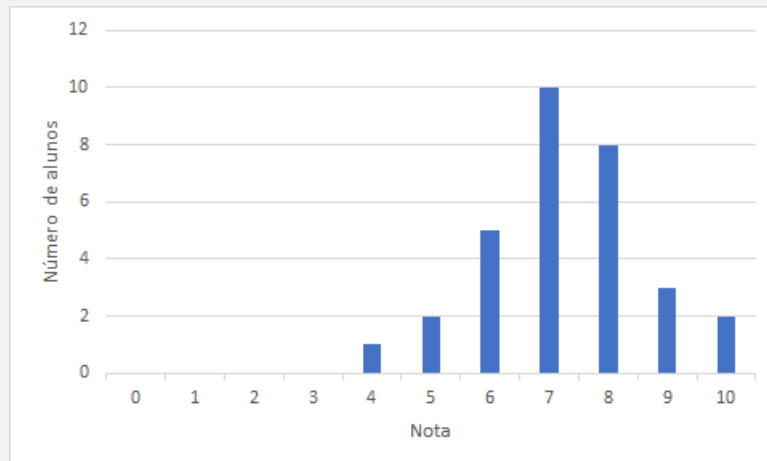
Mês	Tempo de uso de Whatsapp (horas)
Janeiro	210
Fevereiro	152
Março	144
Abril	160
Maior	128
Junho	103
Julho	200
Agosto	158
Setembro	163
Outubro	139
Novembro	116
Dezembro	215

1.2.3 Gráfico de Barras

O gráfico de barras é construído de forma muito parecida ao gráfico de linhas, constrói-se a tabela e marcam-se os pontos no plano cartesiano. Quando se deseja fazer um gráfico vertical liga-se os pontos ao eixo x por meio de barras verticais e quando se deseja fazer um gráfico horizontal liga-se os pontos ao eixo y por meio de barras horizontais. Este gráfico é muito utilizado e permite comparar com mais facilidade as maiores e menores frequências e as diferenças entre elas.

Exemplo Um professor quis analisar o desempenho dos seus alunos na prova e organizou os dados nas seguintes tabela e gráfico para estudar no coletivo.

Nota	Número de alunos
0	0
1	0
2	0
3	0
4	1
5	2
6	5
7	10
8	8
9	3
10	2



Note que no gráfico com barras conseguimos ver melhor qual foi a nota que saiu com mais frequência, a nota 7 que foi tirada por 10 alunos. Veja também que apesar dos eixos invertidos, os gráficos comunicam os mesmos dados.

1.2.4 Histograma

Em muitos casos, os dados são muito variados e a tabela e gráfico com cada valor e sua frequência ficam extensos sendo difícil analisar os números. Por essa razão opta-se por organizar os valores em intervalos e estudar a frequência dos valores correspondentes a cada intervalo. O gráfico usado aqui é chamado, histograma.

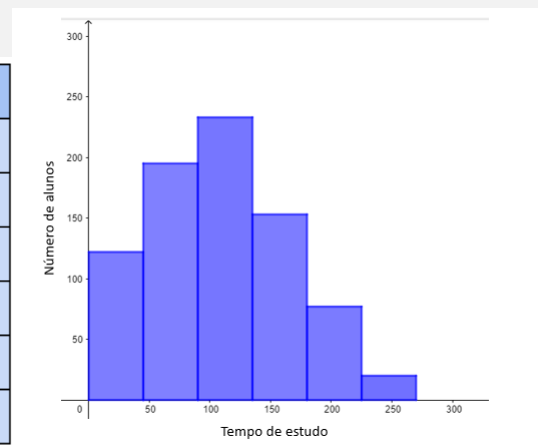
Definição Na construção de um histograma seguimos os seguintes pontos:

- No eixo x colocam-se as classes e no y as frequências
- São criados retângulos cuja altura é a frequência e a largura é o intervalo correspondente a classe respectiva

Observação Quando organizamos os dados em intervalos chamamos de **dados agrupados**.

Exemplo A coordenadora pedagógica de uma escola quis analisar quantas horas os alunos do ensino médio estudavam por dia. Depois de fazer a pesquisa organizou os dados da seguinte forma:

Tempo de estudo (min)	Número de alunos
[0, 45[122
[45, 90[195
[90,135[233
[135, 180[153
[180, 225[77
[225, 270[20



Resumindo...

Estatística

Ramo da matemática que estuda objetos, analisando dados coletados sobre atributos escolhidos.

Variáveis estatísticas

Amostra



Distribuição de Frequência
Classe x Frequência



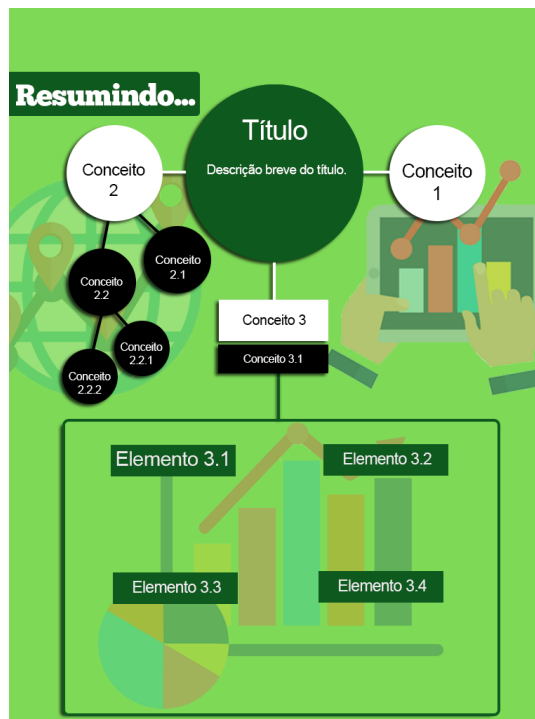
Você conhece esta técnica de resumo do conteúdo?

Se chama mapa mental e é uma técnica visual usada para organizar um conteúdo de forma a facilitar a memorização e aprendizado deste. Iremos te ensinar brevemente como fazer um para que possa fazer durante seus estudos.

Primeiramente, é importante dar um título para seu mapa mental de forma que o tema central fique em destaque na página. Escreva o título com uma letra maior que as demais no topo ou no centro da página.


Em seguida, puxe linhas do título ligando conceitos ou ideias relacionadas a ele. O ideal é que utilize apenas uma palavra para se referir a estes conceitos e ideias secundários. Se for necessário, destes puxe novas linhas ligando a termos terciários e assim por diante até que as informações mais importantes do assunto que você está estudando estejam no mapa mental.


Algumas dicas para quando estiver criando o seu mapa mental são: utilize cores diferentes para separar visualmente conceitos e figuras que possam ser importantes para a matéria; e tome cuidado para não escrever muito, pois seu mapa pode ficar poluído e confuso de ler. A seguir um exemplo de como foi pensado o mapa mental que você encontrou a cima.





Exercícios Propostos

Amostra e Variáveis Estatísticas

1.  *Em um restaurante que passa por mês 1000 clientes, o gerente resolveu fazer uma pesquisa de opinião, onde o cliente deveriam responder qual prato principal mais gostou durante sua refeição, onde as opções eram A,B e C. Além disso, perguntou sobre os preços dos pratos e sobre o tempo do pedido chegar a mesa, com o intuito de ver se satisfazem seus clientes. Diante de tais informações, responda:
 - a) Qual é a amostra desta pesquisa?
 - b) Quais são as variáveis e quais são seus tipos?


2.  Explique uma forma de se obter uma amostra representativa dos empregados de uma empresa em que existam funcionários de escritório, funcionários de produção e vendedores.

3.  Classifique as variáveis em qualitativa, quantitativa discreta ou quantitativa contínua:
 - a) Vitamina (A, B1, B2, B6, B12)
 - b) Quantidade de caloria na batata frita.
 - c) Classificação de uma lesão (lesão fatal; severa; moderada; pequena).
 - d) Grupo sanguíneo (A,B,AB,O)
 - e) Estado geral de um paciente (bom, regular, ruim)
 - f) Número de nascidos em certo hospital em junho do ano 2015
 - g) Idade de uma pessoa
 - h) Concentração de flúor na água
 - i) Atividade esportiva preferida

4.  Numa escola com 1200 alunos foi feita uma pesquisa, escolhendo-se os dados referentes às seguintes variáveis:
 - a) Idade dos alunos
 - b) Quantos anos tem de escola
 - c) Meio de transporte utilizado para ir a escola
 - d) Onde almoça
 - e) Número de televisores em casa

f) Onde mora

Das variáveis observadas, quais são quantitativas e quais são qualitativas?

5.  Uma empresa de publicidade quer fazer um estudo sobre o interesse despertado por uma certa propaganda entre os alunos de 10 anos de idade das escolas de Ensino Fundamental de uma cidade. Para isso, pretende estudar uma amostra de 300 crianças. Qual é a diferença de pegar uma amostra de 300 crianças de apenas uma escola, ou pegar uma amostra com um pouco de crianças de cada escola?

Escola	População
A	400
B	300
C	350
D	450
E	520
F	300


6.  Explique o que é uma amostra quantitativa e uma amostra qualitativa; e suas diferenças.

7.  Dê dois exemplos de amostras quantitativas, e dois exemplos de amostras qualitativas.


8.  Analise a tabela abaixo e responda:

Nome	Idade (Anos)	Nível de escolaridade	Peso (Kg)
Romário	32	Superior completo	85
Marta	25	Ensino médio completo	70
Roberto	30	Superior Incompleto	90
Ana	22	Superior Incompleto	60




Observando as variáveis utilizadas para fichar as características das pessoas, classifique-as em qualitativas e quantitativas.

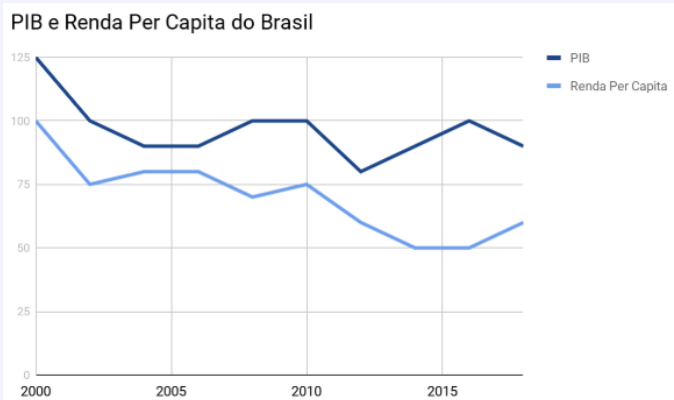
9.  Marque V para as afirmações verdadeiras e F para as afirmações falsas.
- () A idade pode ser considerada uma variável qualitativa
 - () O peso em gramas é uma variável quantitativa.
 - () A escolaridade uma pessoa é uma variável qualitativa.
 - () Cor é uma variável quantitativa.

Distribuição


10.  Um dado foi lançado 50 vezes, obtendo-se os seguintes resultados:

Face	1	2	3	4	5	6
F	8	7	12	10	8	5

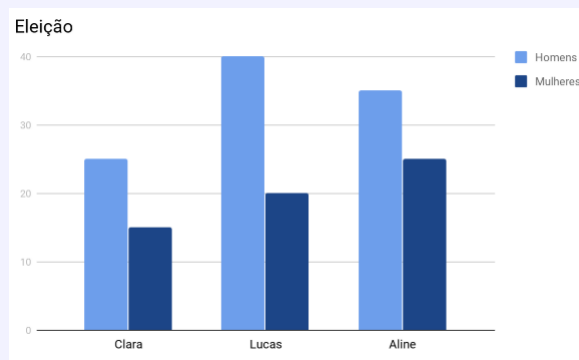
- a) Qual foi a frequência com que saiu a face 3?
- b) Qual a porcentagem de saída da face 6?
- c) Quantas vezes saiu uma face menor ou igual a 5?
- d) Qual a porcentagem de saída de uma face menor que 6?
11.  *Em uma eleição para a prefeitura de Trairi no Ceará, concorreram os candidatos Nilo, Márcio e Fábio, apurada todas as urnas da eleição, foi constatado que Nilo obteve 12000 votos, Márcio 1500 votos e Fábio 5500 votos, tiveram 500 votos brancos e 1500 votos nulos. A partir dos dados acima, construa:
- a) A tabela de frequências das variáveis.
- b) O gráfico de barras que represente a situação.
- c) O gráfico de setores.
12.  *Um professor de Educação Física fez o levantamento das alturas dos atletas em centímetros, e foram obtidos os seguinte valores: 180 , 175, 170 , 181, 190 , 165, 162, 187, 164, 176, 174, 188, 200, 168, 171, 194, 199, 175, 183, 166, 169,179, 187, 178, 177, 166,161, 201, 195, 205.
- a) Faça a tabela das alturas, Frequência (f_c) e Frequência Relativa (f_r). (Sugestão: na coluna das alturas coloque os valores por intervalos de altura.)
- b) Faça o histograma correspondente.
13.  *Analisando o gráfico abaixo, responda:




- Qual ano teve maior PIB?
- Qual ano a renda per capita foi maior para o cidadão no Brasil?
- Qual período não houve variação entre o PIB e a renda per capita?
- Em qual período houve a maior variação entre o PIB e a renda per capita?

14.  *Clara, Aline e Lucas concorreram para ser líder estudantil em um colégio de São Paulo. Abaixo está o gráfico que representa os dados adquiridos a partir da votação feita:


- Quantos votos totais teve essa eleição?
- Qual foi percentual de votos recebidos por cada um?
- Quem foi o vencedor?



15.  *Carlos guarda alguns reais por mês e faz uma tabela em sua casa para registrar o valor economizado. Utilizando os dados da tabela feita por Carlos, responda as seguintes questões:


Meses	Valor
Janeiro	270
Fevereiro	290
Março	270
Abril	250
Maior	270
Junho	290

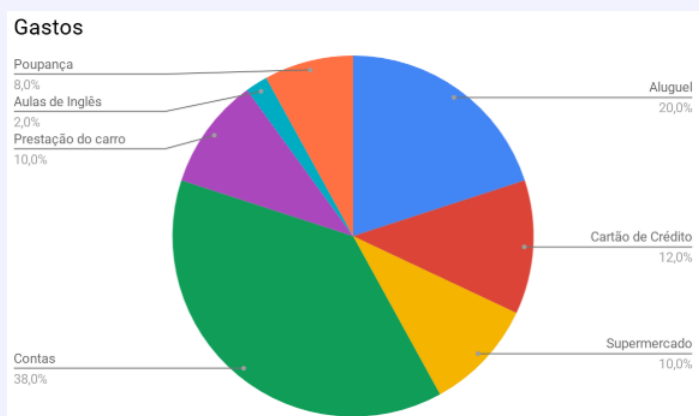
- Qual é a frequência absoluta e a frequência relativa de cada classe?
- Faça um gráfico de barras para representar os valores economizados.

16.  Selecionou-se uma amostra de alunos do 2º ano do Ensino Médio para pesquisar a marca de tênis que utilizavam. Feita a pesquisa, foram obtidos os dados apresentados na tabela:

Marca	f	fr(%)
Mike	36	18
Didas	34	
Rucanor	48	
Não usa tênis	82	

- Qual o total de elementos da amostra?
- Complete a tabela.
- Qual a soma de todas as porcentagens? Por quê?
- Construa um gráfico de setores para representar a frequência relativa e outro de barras para representar as frequências.

17.  *Júlia ganha mensalmente 3000 reais de seu trabalho como arquiteta, mas para registrar onde gasta todo seu salário resolveu criar um gráfico de setores. E com essas informações responda:



- Qual é o valor do salário gasto em cada item?
- Depois de quantos anos economizando na poupança ela terá 5000 reais?
- Faça um gráfico de barras sobre os dados mencionados.

Na seção anterior vimos aspectos importantes para uma pesquisa estatística: amostra, variável estatística e distribuição de frequência. Agora falaremos de valores dentre os dados coletados que são relevantes, parâmetros que nos ajudam a analisar a distribuição desses dados. Esses parâmetros são chamados de **medidas estatísticas** que são divididas em **medidas de posição** e **medidas de dispersão**.

2.1 Medidas de posição

São valores representativos que tendem a se localizar em um ponto central de um conjunto de dados, são importantes para a conclusão de uma análise de dados. Os mais conhecidos são **a média aritmética, a média ponderada, mediana e moda**.

Definição Medidas de posição são aquelas que indicam a posição de um elemento da amostra quando os dados estão organizados.

2.1.1 Média aritmética

A medida de posição mais utilizada em diferentes situações da nossa vida é a média aritmética, onde em um grupo de dados, se todos eles fossem iguais, qual dado seria esse. **Média aritmética é a soma de todos elementos de um conjunto dividida pela a quantidade de elementos.**

Exemplo Em uma copa do mundo, um jogador fez 3 gols em uma partida, 3 gols na outra, 3 gols na terceira, 2 gols na quarta, 0 gols na quinta e 1 na sexta, qual é a sua média de gols por partida?

$$\frac{3 + 3 + 3 + 2 + 0 + 1}{6} = 2$$

Perceba que se distribuíssemos os gols igualmente entre as partidas, o número de gols seria a média de gols, que é 2.

Podemos ainda, definir matematicamente a média aritmética.

Definição A média aritmética \bar{x} de um conjunto de n números $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Observação Podemos utilizar um símbolo (**somatório**) que representa a soma de elementos, e é representado por:

$$\sum_{i=k}^n$$

Onde i é o índice dos elementos, e assume valores inteiros entre k até n . Por exemplo, se quisermos somar todos os elementos 2, 4, 6, 8, temos então que $x_1 = 2; x_2 = 4; x_3 = 6; x_4 = 8$. Teríamos $\sum_{i=1}^4 x_i$, onde $n = 4, k = 1$ e x_i é cada elemento da lista, então:

$$\sum_{i=1}^4 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

2.1.2 Média Aritmética Ponderada

Em uma amostra em que os dados possuem pesos diferentes, a média aritmética não seria suficiente para conseguir uma boa média. A média ponderada, é um caso de média em que cada valor é multiplicado por um peso, referente a importância deste valor na amostra, ou pela quantidade de vezes que esse valor aparece na amostra. Para fazer o cálculo **soma-se cada valor multiplicado por seu peso e divide-se o resultado pela soma dos pesos**.

Definição Seja uma sequência $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ cujos pesos são, respectivamente, $\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ a média ponderada será:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Observação A notação \bar{x} é usada tanto para a média aritmética como para a ponderada que é um caso da primeira.

Exemplo Um aluno estava estudando sobre os pesos da prova de medicina na UNICAMP, e descobriu que língua portuguesa, literatura e biologia tem peso 3; matemática, geografia e química tem peso 2, história e física tem peso 1.

Se esse aluno tira 8,5 em língua portuguesa, 9,2 em literatura, 9,5 em biologia, 7 em matemática, 7,7 em geografia, 8 em química, 8,8 em história e 7,4 em física, qual seria sua nota final?

$$\bar{x} = \frac{8,5 \times 3 + 9,2 \times 3 + 9,5 \times 3 + 7 \times 2 + 7,7 \times 2 + 8 \times 2 + 8,8 \times 1 + 7,4 \times 1}{3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1} = 8,4$$

Logo, a média no candidato será 8,4 na segunda fase.

2.1.3 Moda

Em alguns casos, em que se deseja observar que elemento da amostra, seja ela numérica ou não, aparece com mais frequência devemos utilizar a moda.

Definição Moda é o elemento que mais se repete em um conjunto, ou seja, aquele que possui maior frequência.

Observação Para obter a moda de um conjunto este não precisa ser numérico. Por exemplo, um conjunto de peças de xadrez possui moda e é o pião, pois ela é a peça que mais se repete.

Exemplo Durante uma semana Flávia registrou as temperaturas médias da cidade de Sumaré onde ela reside e assim obteve as seguintes temperaturas:

20°C ; 22°C; 18°C ; 20°C; 21°C; 15°C e 20°C.

Ela percebeu então que a moda das temperaturas é 20°C, pois é a temperatura que apareceu mais vezes, ou seja, possui maior frequência absoluta.

Observação A moda pode não existir, e se existir pode também não ser única.

2.1.4 Mediana

Por último temos a mediana, que em um conjunto de números colocados em ordem de grandeza, ela é o valor médio ou a média aritmética dos valores centrais.

Definição Mediana é o valor central dos elementos da amostra quando estes estão ordenados de forma crescente ou decrescente, ou seja, é o valor que divide os dados da amostra ao meio.

A mediana, de forma geral, é calculada da seguinte maneira, ordenamos os números do conjunto, contamos a quantidade de elementos e dividimos por 2:

- Se o resto for 0, ou seja, a quantidade de elementos da amostra for par, a **mediana** é a média de dois valores das posições centrais, ou seja, as posições $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$, onde n é o número de elementos do conjunto;
- Se o resto for 1, ou seja, a quantidade de elementos da amostra for ímpar, a **mediana** é o valor da posição central, ou seja, da posição $\frac{n+1}{2}$.

Exemplo Em um escritório, trabalham sete pessoas cujos salários são:

R\$820, 00; R\$890, 00; R\$900, 00; R\$1030, 00; R\$6300, 00; R\$6500, 00; R\$7400, 00

Se calcularmos a média aritmética, temos que:

$$\bar{x} = \frac{820 + 890 + 900 + 1030 + 6300 + 6500 + 7400}{7} = \frac{23840}{7} = 3405,71$$

Obtemos um salário médio de aproximadamente R\$3.405,71. É possível perceber que este valor está bem distante dos salários de todos os trabalhadores. Isso acontece, porque os salários das últimas 3 pessoas são muito maiores que os das primeiras 4. Dessa forma, a média deixa de apresentar o valor central da amostra. Já a mediana permite fazer uma análise mais condizente note que neste caso a mediana é dada por:

Total de elementos = 7

$\frac{7}{2}$ tem resto 1, então a mediana é dada pelo elemento na posição: $\frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Logo, a mediana é dada por R\$1030, 00.

2.2 Medidas de Dispersão

Outras ferramentas da estatística que nos permitem fazer uma análise mais completa dos dados de uma amostra são aquelas que estudam a variação entre os elementos do conjunto, ou seja, as distâncias entre cada elemento da amostra a um elemento fixado que será a referência. Essas ferramentas são as **medidas de dispersão**.

Definição Medidas de dispersão são parâmetros que estudam a variabilidade dos dados de um conjunto de valores. As principais são: desvio absoluto, desvio padrão e variância.

2.2.1 Desvio Absoluto

Quando se quer comparar o quanto cada valor da amostra está distante da média aritmética calcula-se o **desvio absoluto** que denotaremos por DA.

Definição Desvio absoluto é a diferença do valor de cada elemento da amostra à média aritmética desses valores.

Para calcular este desvio temos o seguinte procedimento:

- Calculamos a média dos números do conjunto de origem;
- Fazemos a diferença entre cada elemento e média;
- Tomamos como resultado o módulo dessa diferença.

Observação Seja x um número real, então pela definição de **módulo**:

$$\begin{aligned} |x| &= x, \text{ se } x \geq 0; \\ |x| &= -x, \text{ se } x < 0; \end{aligned}$$

Definição A média aritmética dos desvios absolutos é chamada de **desvio absoluto médio**, que denotaremos por DAM. Sua fórmula para uma sequência gerética $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ é

$$DAM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Exemplo Utilizando o exemplo usado para explicar a mediana vamos calcular os desvios absolutos, os dados são:

R\$820,00; R\$890,00; R\$900,00; R\$1030,00; R\$6300,00; R\$6500,00; R\$7400,00;

Como a média aritmética é R\$3405,00. Então, calculando o DAM:

$$\begin{aligned} |820,00 - 3.405,00| &= |-2585| = 2585 \\ |890,00 - 3.405,00| &= |-2515| = 2515 \\ |900,00 - 3.405,00| &= |-2505| = 2505 \\ |1030,00 - 3.405,00| &= |-2375| = 2375 \\ |6300,00 - 3.405,00| &= |2895| = 2895 \\ |6500,00 - 3.405,00| &= |3095| = 3095 \\ |7400,00 - 3.405,00| &= |3995| = 3995 \\ DAM &= \frac{2585 + 2515 + 2505 + 2375 + 2895 + 3095 + 3995}{7} \\ DAM &= \frac{19965}{7} = 2852,14 \end{aligned}$$

Logo, o desvio absoluto médio é de R\$2852,14.

2.2.2 Variância

Definição A variância é a média aritmética dos quadrados dos desvios absolutos dos elementos da amostra.

O procedimento para calcular a variância, que denotaremos por VA, é dado por:

- Calculamos o desvio absoluto de cada elemento da amostra;
- Elevamos os desvios ao quadrado;
- Fazemos a média aritmética desses valores.

Definição A fórmula da variância para uma sequência gerética $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ é

$$VA = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2}{n}$$

2.2.3 Desvio Padrão

Como a variância trabalha as diferenças ao quadrado, sua unidade de medida é quadrada também e não na unidade dos dados. Então, para trabalhar a variabilidade dos elementos da amostra em sua unidade de medida utilizamos o desvio padrão. Este é muito usado em experimentos físicos e químicos.

Definição O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

$$DP = \sqrt{VAR}$$

Exemplo Um professor de educação física montou 3 times de basquete com alunos de uma turma. Para analisar a regularidade das alturas dos integrantes de cada time e ver se ficou equilibrada a distribuição, calculou o desvio padrão de cada time.

Altura dos integrantes do time A: 170 ; 180 ; 185; 190 e 200

Altura dos integrantes do time B: 175; 165; 195; 201; 200

Altura dos integrantes do time C: 180; 172; 175; 195; 185

$$\text{Média aritmética time A: } \frac{170+180+185+190+200}{5} = \frac{925}{5} = 185$$

$$\text{Média aritmética time B: } \frac{175+165+195+201+200}{5} = \frac{936}{5} = 187,2$$

$$\text{Média aritmética time C: } \frac{180+172+175+195+185}{5} = \frac{907}{5} = 181,4$$

$$\text{Variância time A: } \frac{(170-185)^2+(180-185)^2+(185-185)^2+(190-185)^2+(200-185)^2}{5} = \frac{225+25+0+25+225}{5} = \frac{500}{5} = 100$$

$$\text{Variância time B: } \frac{(175-187,2)^2+(165-187,2)^2+(195-187,2)^2+(201-187,2)^2+(200-187,2)^2}{5} = \frac{148,84+492,84+60,84+190,44+163,84}{5} = \frac{1056,8}{5} = 211,36$$

$$\text{Variância time C: } \frac{(180-181,4)^2+(172-181,4)^2+(175-181,4)^2+(195-181,4)^2+(185-181,4)^2}{5} = \frac{1,96+88,36+40,96+184,96+12,96}{5} = \frac{329,24}{5} = 65,84$$

$$\text{Desvio padrão time A: } \sqrt{100} = 10$$

$$\text{Desvio padrão time B: } \sqrt{211,36} = 14,53$$

$$\text{Desvio padrão time C: } \sqrt{65,84} = 8,12$$

Os desvios padrão de cada time são bastante diferentes, sendo o time C o que possui integrantes com alturas mais regulares e o time B, menos regulares.

Resumindo...

Medidas estatísticas

Medidas de posição

Média aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Moda

Valor que mais se repete

Média ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Mediana

Valor que se encontra na posição central

Medidas de dispersão

Desvio absoluto

$$DAM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Variância






$$VA = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2}{n}$$


Desvio padrão

$$DP = \sqrt{VAR}$$

Exercícios Propostos


Medidas de Posição

-  *Um aluno do ensino médio tirou as seguintes notas nas avaliações de matemática: 6 na primeira prova, 7 na segunda prova, 8 na terceira prova, e ficou com a nota 5 de trabalho, então qual foi sua média aritmética na disciplina neste bimestre, considerando que a prova e o trabalho possuem pesos iguais?
-  *Em uma academia de ginástica na cidade de São Paulo tem 12 alunos com 20 anos, 7 anos com 21 anos, 1 aluno com 30 anos, 10 alunos com 25 anos, 5 alunos com 40 anos, 3 alunos com 45 anos, 2 alunos com 50 anos e 1 aluno de 60 anos. Qual é a média de idade destes alunos da academia?
-  Um jogador de futebol controlou a bola com os pés sem derrubá-la, conseguindo os seguintes números de embaixadas: 23, 43, 16, 26, 49, 15, 58, 68, 71 e 114. Determine:
 - a amplitude da amostra.
 - a média aritmética.
 - a mediana
 - a moda
-  Quais valores são, respectivamente, a moda, média e mediana dos números da lista a seguir?
133, 425, 244, 385, 236, 236, 328, 1000, 299, 325
-  *Observando os números a seguir: 80, 82, 100, 80, 70, 80, 85, 85 responda:
 - Qual é a média aritmética dos números?
 - Usando os pesos 1,2,2,2,3,3,4,5 respectivamente, calcule a média aritmética ponderada dos números?
 - Qual é a moda dos números?
 - Qual é a mediana dos números?

6.  A tabela apresenta as idades dos alunos do primeiro ano da faculdade de Matemática.

Idade (anos)	18	19	20	21	48	53
Frequência	11	6	3	7	1	2

Com base na tabela responda, quais das medidas de tendência central melhor representa a idade dos alunos dessa turma? Justifique.

7.  Numa cidade foi feita uma pesquisa sobre a faixa salarial mensal (em salários mínimos) dos trabalhadores. Os dados recolhidos estão expressos na tabela abaixo:

Faixa salarial (em salários mínimos)	Número de trabalhadores	%
Até 3 salários	11 770 000	67,1
De 3 a 7 salários	3 931 000	22,4
De 7 a 15 salários	1 355 000	7,7
Mais de 15 salários	483 000	2,8
Total	17 539 000	100,0

- Dê o salário mediano.
- Dê a média aritmética dos salários.
- Dê a moda dessa distribuição.

8.  *O histograma abaixo mostra os salários de uma indústria têxtil.



Usando os valores médios do intervalo no gráfico, calcule as médias aritméticas, moda e mediana dos dados.



9. O comitê de esportes de uma cidade necessita selecionar uma equipe para uma competição. O coordenador tem dúvidas sobre o atleta que deve representar a cidade nos 400 metros rasos. Ele resolveu analisar as marcas de dois atletas nas últimas competições e organizou as informações com os tempos dados em décimos de segundo:

Atleta A: 464; 467; 469; 474; 476

Atleta B: 467; 469; 472; 473; 477

- a) Calcule a média e a mediana das marcas de cada atleta. A partir desses dados, que conselho você daria ao coordenador para a escolha de um deles?
- b) Qual dos atletas tem maior chance de conseguir uma boa marca na competição?



10. A média aritmética das idades de um grupo de 120 pessoas é 40 anos. Se a média aritmética das idades das mulheres é 35 anos e a dos homens é 50 anos, qual é o número de mulheres?




11. Num exame em que é necessário obter 50% de acertos para ser aprovado, os resultados de duas turmas, cada uma com 11 alunos, foram os seguintes::

Turma A		Turma B	
Antônio	48	Ana	51
Berta	45	Bernardo	53
Carla	45	Carlos	51
Daniel	98	Diana	53
Ester	45	Evaristo	7
Fernando	46	Fátima	51
Gina	48	Guilherme	51
Hélia	48	Horácio	53
Inês	45	Isabel	53
Jorge	48	Joana	53
Luisa	45	Lino	52

- a) Quais são a moda, a mediana e a média dos resultados de cada turma?


- b) Calcule as frequências relativas de cada turma e construa dois gráficos em setores para representar os resultados.
- c) Escreva um texto em seu caderno comparando os resultados de cada turma


Medidas de Dispersão

12.  João anotou o número de pontos que seu time de basquete fez nos últimos 6 jogos:


100 pontos ; 85 pontos ; 90 pontos ; 105 pontos ; 115 pontos ; 100 pontos

- a) Analisando a quantidade de pontos que o time fez no campeonato, faça a média aritmética dos pontos do time.
- b) Faça o desvio padrão dos pontos do time de basquete de João.

13.  O treinador de uma equipe de voleibol resolveu medir a altura dos jogadores da sua equipe e encontrou os seguintes valores: $1,86m$; $1,97m$; $1,78m$; $2,05m$; $1,91m$; $1,80m$. Quais valores ele obteve para o desvio padrão e variância?

14.  Considere a tabela abaixo e calcule o desvio padrão e variância dos dados:

Idade (anos)	14	15	16	17	18	19	20
Número de alunos	7	6	1	2	1	0	4

15.  Uma professora de geografia, escolheu as notas de três alunos ao final do bimestre para analisar suas notas através de suas médias, variância e desvio padrão. Então:


Aluno A	8	4	5	7
Aluno B	5	6	9	3
Aluno C	10	6	5	7

- a) Qual deles teve a melhor média?
- b) Qual foi o mais regular ?

16.   Observe a tabela:


Altura dos jogadores da seleção brasileira de basquete masculino durante as eliminatórias para a copa do mundo na China neste ano 2019	
Nome	Altura
Rafael Luz	1,88 m
Yago Mateus	1,78 m
Alexey Borges	1,81 m
Vítor Benite	1,94 m
Leandro Barbosa	1,90 m
Anderson Varejão	2,11 m
Alex Garcia	1,90 m
Marquinhos Souza	2,07 m
Marcos Louzada	1,95 m
Rafael Mineiro	2,09 m
Rafael Hettshmeir	2,08 m
Augusto Lima	2,08 m


- Qual a altura média desses jogadores?
- Calcule o valor aproximado de desvio padrão da altura dos jogadores
- Da moda dessa distribuição

17.  Numa fábrica de rolamentos, retirou-se da produção de um determinado dia uma amostra de 10 rolamentos, dos quais se mediu o diâmetro externo, em mm, obtendo-se:

20, 2; 21, 4; 20, 8; 19, 6; 22, 1; 21, 7; 20, 4; 22, 0; 20, 5; 19, 3

Calcular a média e o desvio padrão desta amostra.

18.  Dados os conjuntos $A = \{20, 25, 20, 23, 21\}$, $B = \{10, 15, 30, 15, 18\}$ e $C = \{5, 81, 20, 60, 44\}$, determine as variância, desvio absoluto médio e desvios padrão dos três conjuntos.

19.  O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem	2ª pesagem	3ª pesagem
I	72	72	66
II	83	65	65
III	75	70	65
IV	80	77	62

Após as três pesagens, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. Determine entre quais atletas foi a primeira luta.

EXERCÍCIOS DE VESTIBULARES

1. (UFRJ-2005) A altura média de um grupo de quinhentos e três recrutas é de 1,81m. Sabe-se também que nem todos os recrutas do grupo têm a mesma altura. Diga se cada uma das afirmações a seguir é verdadeira, falsa ou se os dados são insuficientes para uma conclusão. Em cada caso, justifique sua resposta.

- a) “Há, no grupo em questão, pelo menos um recruta que mede mais de 1,81m e pelo menos um que mede menos de 1,81m.”
- b) “Há, no grupo em questão, mais de um recruta que mede mais de 1,81m e mais de um que mede menos de 1,81m.”

2. (ENEM -2009) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

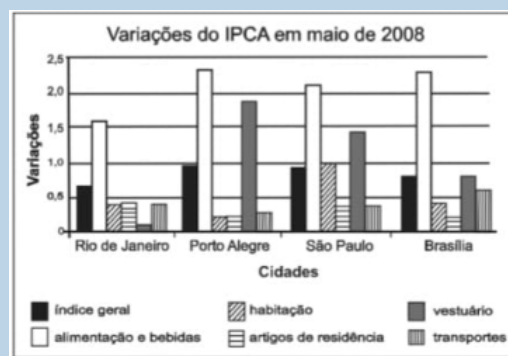
Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão - ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

- a) inferior a 0,18.
- b) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- c) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- d) superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- e) superior a 2,80.

3. (ENEM-2009) Para o cálculo da inflação, utiliza-se, entre outros, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que toma como base os gostos das famílias residentes nas áreas urbanas, com rendimentos mensais compreendidos entre um e quarenta salários mínimos. O gráfico a seguir mostra as variações do IPCA de quatro capitais brasileiras no mês de maio de 2008.

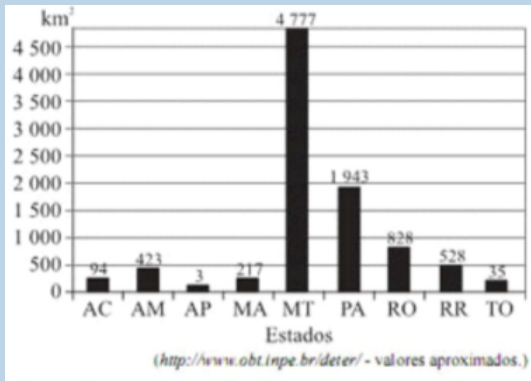


Com base no gráfico, qual item foi determinante para a inflação de maio de 2008?

- a) alimentação e bebidas.
- b) artigos de residência.
- c) habitação.
- d) vestuário.
- e) transportes.

4. (VUNESP-2009) A Amazônia Legal, com área de aproximadamente 5 215 000 Km², compreende os estados do Acre, Amapá, Amazonas, Mato Grosso, Pará, Rondônia, Roraima e Tocantins, e parte do estado do Maranhão. Um sistema de monitoramento e controle mensal do desmatamento da Amazônia utilizado pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) é o Deter (Detecção de Desmatamento em Tempo Real). O gráfico apresenta dados apontados pelo Deter referentes ao desmatamento na Amazônia Legal, por estado,

no período de 1.º de julho de 2007 a 30 de junho de 2008, totalizando 8 848 km² de área desmatada.



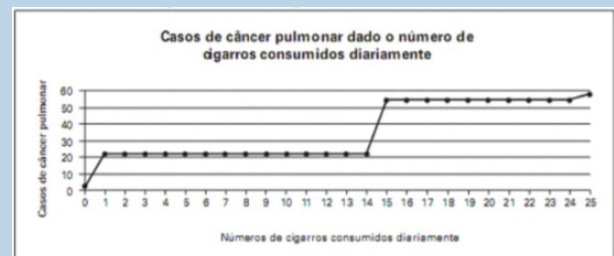
Com base nos dados apresentados, podemos afirmar:

- o estado onde ocorreu a maior quantidade de km^2 desmatados foi o do Pará.
 - a área total de desmatamento corresponde a menos de 0,1% da área da Amazônia Legal.
 - somando-se a quantidade de áreas desmatadas nos estados de Roraima e Tocantins, obtemos um terço da quantidade de área desmatada em Rondônia.
 - o estado do Mato Grosso foi responsável por mais de 50% do desmatamento total detectado nesse período.
 - as quantidades de áreas desmatadas no Acre, Maranhão e Amazonas formam, nessa ordem, uma progressão geométrica.
5. (ENEM-2003) A eficiência do fogão de cozinha pode ser analisada em relação ao tipo de energia que ele utiliza. O gráfico abaixo mostra a eficiência de diferentes tipos de fogão.



Pode-se verificar que a eficiência dos fogões aumenta

- à medida que diminui o custo dos combustíveis.
 - à medida que passam a empregar combustíveis renováveis.
 - cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a lenha por fogão a gás.
 - cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a gás por fogão elétrico.
 - quando são utilizados combustíveis sólidos.
6. (ENEM-2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



- o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.

e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

7. (MAC-2007) Em um concurso, foi aplicada uma prova a 1000 candidatos, distribuídos em cinco grupos, A, B, C, D e E, conforme tabela abaixo. Grupo Número de candidatos e Média aritmética das notas obtidas:

A	150	4,0
B	250	2,0
C	300	3,0
D	200	5,0
E	100	6,0

A média aritmética final das notas da prova é:

- a) 4,8
 - b) 5,2
 - c) 3,6
 - d) 3,2
 - e) 2,9
8. (UFC-2003) A média aritmética das notas dos alunos de uma turma formada por 25 meninas e 5 meninos é igual a 7. Se a média aritmética das notas dos meninos é igual a 6, a média aritmética das notas das meninas é igual a:

- a) 6,5
- b) 7,2
- c) 7,4
- d) 7,8
- e) 8,0

9. (FGV-SP-2002) Em um conjunto de 100 observações numéricas, podemos afirmar que:

- a) a média aritmética é maior que a mediana.
- b) a mediana é maior que a moda.
- c) 50% dos valores estão acima da média aritmética
- d) 50% dos valores estão abaixo da mediana.
- e) 25% dos valores estão entre a moda e a mediana.

10. (ENEM-2009) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, constituiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências

Número obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente

- a) 3, 2 e 1
- b) 3, 3 e 1
- c) 3, 4 e 2
- d) 5, 4 e 2
- e) 6, 2 e 4

Nota dos autores

Este capítulo sobre *Estatística* foi um dos produtos da disciplina "Análise de Livros Didáticos de Matemática" (MA225). Para estruturar o trabalho, utilizamos alguns documentos de ensino, livros didáticos e análises feitas em trabalhos anteriores desta mesma disciplina para determinar o conteúdo e os objetivos do capítulo.

Para definir as habilidades trabalhadas no material, ou seja, os objetivos, utilizamos a Base Nacional Comum Curricular, que apresenta as competências que se espera que os alunos desenvolvam neste tema, e a Matriz de Avaliação Processual do Estado de São Paulo, que detalha as competências de acordo com o assunto. Já, em relação ao conteúdo do capítulo e exercícios, baseamo-nos na Matriz, em sites apresentados na bibliografia e em quatro livros didáticos: *Matemática 3*, de Manoel Paiva (Editora Moderna); *Pré-vestibular Matemática* (Editora Poliedro); *Caderno dos Cursinhos Pré-universitários da UNESP - Volume II* (Editora Cultura Acadêmica) e *Matemática Ensino Médio* (Editora Saraiva).

Neste material são trabalhados conceitos envolvendo amostragem, representação gráfica, e medidas de posição. Nos tempos de hoje as pessoas, inclusive os alunos de 3º ano do Ensino Médio, recebem muitos dados e informações, alguns reais e outros não. O tema trabalhado neste capítulo está muito relacionado com essa realidade, por isso, temos como objetivo principal proporcionar ao leitor os conhecimentos necessários para analisar criticamente dados e situações que encontrarem no dia a dia.

No começo do capítulo são recordados assuntos do ensino médio necessários para a compreensão do conteúdo central como regra de três e porcentagem. Em seguida, o aluno faz um exercício sobre cada tema para recordar o procedimento. Por fim, são apresentados os objetivos do capítulo a fim de que o aluno e o professor possam guiar seus estudos e aulas, respectivamente.

O corpo do material foi dividido em duas seções: a primeira é uma introdução sobre estatística que engloba conceitos importantes para uma pesquisa estatística como gráficos, amostra e variáveis; e a segunda trabalha medidas de posição (médias, moda e mediana) e de dispersão (desvio absoluto, variância e desvio padrão). Ao final de cada seção é apresentado um mapa conceitual para resumir o conteúdo e uma lista de exercícios. Optamos por usar mapa conceitual, pois é um recurso bastante visual que destaca os tópicos mais importantes da seção. Sobre os exercícios, alguns que se encontram na lista final de exercícios foi criado pelo grupo, estes estão indicados por *.

O capítulo é encerrado com uma seção de "Exercícios de Vestibular", que se vê necessário visto que o livro é voltado para o 3º ano do Ensino Médio e estes estão se preparando para o vestibular.

Esperamos que, através deste material, você, caro leitor, desenvolva uma análise crítica sobre as diversas informações que recebe e possa fazer você mesmo pesquisas que te desenvolvam e desenvolvam a sociedade.

Cristofer, Carlos, Francisco, Beatriz e Pedro.

Bibliografia

1. PAIVA, Manuel. **Matemática 3**. São Paulo: Editora Moderna (2015).
2. MANGALA, Umberto. **Pré-vestibular Matemática**. São Paulo: Poliedro.
3. MARQUES, Antonio; MAGNONI, Maria. **Caderno dos Cursinhos Pré-universitários da UNESP - Volume II**. São Paulo: Cultura Acadêmica.
4. SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva.
5. Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. **Matriz de Avaliação Processual do Estado de São Paulo**. Disponível em: <<https://mega.nz/#F!g1gIQQ7L!Kdv2uyP19isfcn0muwTFsA>>.
6. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>.
7. https://pt.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9dia_aritm%C3%A9tica
8. <https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/administracao/historia-da-estatistica/30519>
9. <https://www.ebah.com.br/content/ABAAAg1KUAG/historia-estatistica>
10. <https://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/brasil-o-segundo-pais-onde-alunos-passam-mais-tempo-na-internet-nas-horas-vagas-21227360>
11. <https://lista10.org/musica/os-10-estilos-musicas-mais-dominantes-no-brasil/>
12. <https://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/>
13. <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/media-aritmetica.htm>
14. <https://www.kuadro.com.br/posts/disciplinas-peso-vestibular-de-medicina/>
15. <https://www.estudopratico.com.br/mediana-o-que-e-como-se-classifica-na-geometria-e-exemplos/>
16. http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/538/matematica_exercicios_resolucao_estatistica.pdf
17. <https://www.todamateria.com.br/medidas-de-dispersao/>
18. <https://www.sbcoaching.com.br/blog/atinja-objetivos/mapa-mental/>
19. Créditos Imagens:
 - 10.1 Business vector created by vectorpouch.
 - 20.2 Negócio vetor criado por macrovector.