

Universidade Estadual de Campinas

## Análise Horizontal

11 de abril de 2018

### **Grupo C**

Jorge Luiz Frasson Dos Santos 170852

Maria Carolina Ramalho 156576

Tiago Torres Dantas 150813

Campinas - SP

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Análise Horizontal</b>	<b>6</b>
3.1	Estrutura . . . . .	6
3.2	Conteúdo par . . . . .	10
3.2.1	Capítulo de Radiciação . . . . .	10
3.2.2	Capítulo de Equações do Segundo Grau . . . . .	19
3.3	Conteúdo ímpar . . . . .	30
3.4	Exercícios . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>Apêndices</b>	<b>36</b>
5.1	Anexo 1 . . . . .	36
5.2	Anexo 2 . . . . .	41
5.3	Anexo 3 . . . . .	44

# 1 Introdução

Nesta tarefa vamos comparar dois livros didáticos diferentes utilizando uma metodologia pré-estabelecida a fim de decidir qual deles é melhor. Esta comparação é definida como análise horizontal.

A comparação será feita entre o livro *Convergências* escrito por Eduardo Chavante para alunos do 9º ano e o livro *Vontade de Saber* escrito por Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro também para alunos do 9º ano.

Iremos analisar apenas os capítulos 1 e 2, cujos temas são respectivamente, Radiciação e Equações do 2º grau.

## 2 Metodologia

A análise horizontal toma como princípio a comparação entre materiais didáticos, a partir disso há uma avaliação baseada na metodologia escolhida, cujo qual fundamenta o resultado através de pontuações para que haja maior transparência em relação ao critérios.

A metodologia definida terá quatro categorias para análise, sendo elas:

- **Estrutura:** Neste tópico iremos comparar o **design**, ou seja, os recursos ilustrativos que o livro utilizou, e a **organização dos tópicos** presente nos dois livros.
- **Conteúdo par:** Para avaliar qual o melhor de dois conteúdos pares, nós iremos comparar **teoria matemática, definições e propriedades** e **contextualização/exemplos**. Nesta comparação poderemos concluir com argumentos que um conteúdo par é melhor que outro; aquele que for considerado melhor ganhará um ponto. O livro que possuir mais pontos de conteúdos pares será considerado como melhor conteúdo par.
- **Conteúdo ímpar:** A respeito do conteúdo ímpar, estaremos analisando **desenvolvimento** e o **relevância** do conteúdo matemática apresentado. Caso o conteúdo ímpar seja relevante e bem desenvolvido ele ganhará um ponto; o livro com melhor conteúdo ímpar será aquele que possuir mais pontos.
- **Exercícios:** Sobre os exercícios estaremos verificando a **quantidade** presente ao longo dos capítulos, assim como a **dificuldade** e a **distribuição** dos mesmos, também verificaremos a **contextualização** dos exercícios em relação ao aluno e ao material estudado.

Nós analisaremos os livros, aquele que for melhor em **estrutura, conteúdo ímpar** e **exercícios** ganhara um ponto para cada, e o que for melhor em **conteúdo par** ganhará dois pontos. Para cada item da metodologia será escolhido somente um livro, dessa forma evitaremos empates e será definido qual livro é melhor.

Para melhor visualização da metodologia, segue o diagrama:

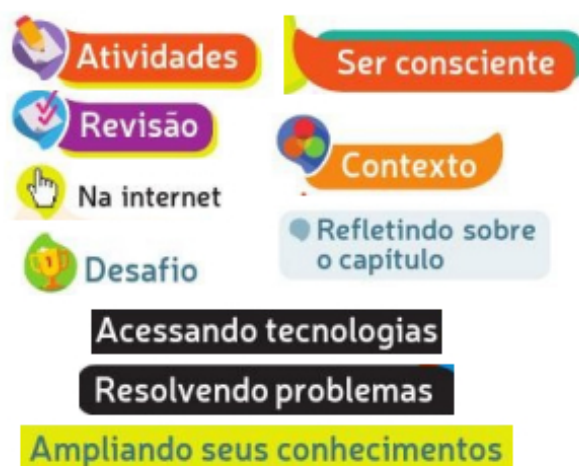


## **3 Análise Horizontal**

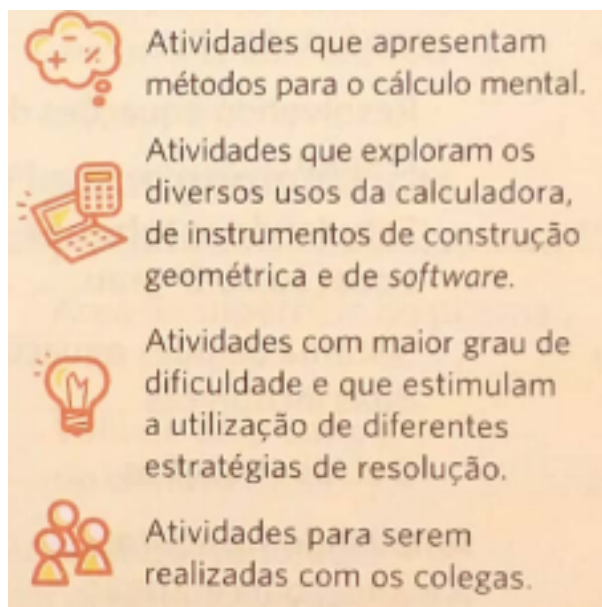
### **3.1 Estrutura**

Analisando o livro em critérios de organização de tópicos, percebemos que ambos trabalham de formas similares, eles inicialmente apresentam uma situação cotidiana ao aluno, em seguida desenvolve uma teoria ou pensamento matemática baseado à situação previamente apresentada, e por fim traz exercícios de fixação a respeito de tal conteúdo. Nas páginas seguintes é trabalhado propriedades e operações específicas sem a necessidade da construção de alguma situação cotidiana, porém é comum a utilização de contextualização histórica para fundamentação das propriedades ou aprofundamento do capítulo, e ao fim de cada seção há uma diversidade de exercícios de fácil ou média resolução. Ao final de cada capítulo há uma seção de reflexão ou revisão, que visa trazer questionário teóricos sobre o capítulo e logo em seguida há um extenso questionário com exercícios numéricos, e alguns desafios que constituem questão de alta dificuldade, se compará-los aos anteriores.

A respeito do layout do livro vontade de saber, nós retiramos alguns símbolos utilizados ao longo dos capítulos, queremos utilizar o conjunto sem o acompanhamento das devidas legendas para salientarmos que o mesmo utiliza símbolos intuitivos e simples, algo positivo.



Já falando sobre o livro convergências, podemos perceber que este também utiliza símbolos para atividades específicas, porém são menos intuitivas, até mesmo mantivemos a legenda para tais símbolos, além de que a quantidade de uso é menor em comparação ao livro vontade de saber.



Concluimos também que em critérios de estrutura para apresentações de conteúdo o livro convergências fica a frente, o livro vontade de saber traz ótima linguagem e construção matemática, porém ele gera uma ligeira confusão por falta de organização estrutural, podemos exemplificar com a apresentação das propriedades de radiciação, vide imagens:

## Propriedades dos radicais

Veremos a seguir algumas propriedades dos radicais. Em certas situações, essas propriedades auxiliam na realização de alguns cálculos.

### 1ª propriedade

Observe os cálculos.

$$\bullet \sqrt[3]{6^3} = 6^{\frac{3}{3}} = 6^1 = 6 \qquad \bullet \sqrt[8]{7^8} = 7^{\frac{8}{8}} = 7^1 = 7$$

O índice do radical e o expoente do radicando são iguais. Nesse caso, o resultado é o próprio radicando.

De modo geral, sendo  $a$  um número real positivo e  $n$  um número natural maior que 1, temos:  $\sqrt[n]{a^n} = a$ .

A 1ª propriedade também é válida se  $a$  for um número real negativo, e  $n$ , um número ímpar maior que 1. Por exemplo:

$$\sqrt[7]{(-5)^7} = (-5)^{\frac{7}{7}} = -5$$

Propriedades radiciação, vontade de saber, pág. 19

**Propriedades das raízes**

As raízes possuem propriedades que podem auxiliar na realização de certos cálculos.

**1ª propriedade**

Quando o radicando for uma potência de base maior que ou igual a zero e expoente igual ao índice do radical, a raiz será igual à base da potência no radicando.

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

Essa propriedade também é válida quando  $a < 0$  e  $n$  é um número ímpar maior que 1.

Por exemplo:

$$\bullet \sqrt[7]{3^7} = 3^{\frac{7}{7}} = 3^1 = 3 \qquad \bullet \sqrt[4]{9^4} = 9^{\frac{4}{4}} = 9^1 = 9 \qquad \bullet \sqrt[3]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{3}{3}} = -2$$

Se a base for negativa e o índice for par, a propriedade não é válida, por exemplo:

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} \neq -2$$

Propriedades radiciação, convergências, pág. 15

Perceba que a coleção convergências traz de forma mais organizada a teoria matemática, exemplos numéricos e observações, utilizando enquadramentos, cores e outras sutis ferramentas.



Comparando ambos livros a respeito da poluição visual é perceptível que ambos trazem diversas ilustrações visuais, algumas vezes de forma desnecessária ou exagerada, porém o livro convergências utiliza tiras de quadrinho de forma recorrente, e esse será considerado o único conjunto que constitui poluição visual em toda a análise, para exemplificação estaremos trazendo um exercício constituído desnecessariamente através de uma tira:

**Conectando ideias**

**30.** Observe a tira e responda às questões.

WILLIAN RAPHAEL SILVA. Disponível em: <[www.humorcomciencia.com/2014/09/191-tirinha-de-matematica.html](http://www.humorcomciencia.com/2014/09/191-tirinha-de-matematica.html)>. Acesso em: 9 fev. 2015.

a) O que você entendeu da tira? *Resposta pessoal.*

b) Supondo que a lição de casa a que os personagens se referem na tira fosse simplificar  $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ , qual seria a resposta?  *$3\sqrt{2}$*

c) Considerando o valor aproximado de  $\sqrt{2}$  informado na tira, determine o valor de  $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ .  
*Aproximadamente 4,2426.*

Livro convergências, pág. 22

Tomando o conjunto de observações e análises ao longo dessa seção podemos notar que ambos os livros apresentam falhas a respeito das estruturas escolhidas por cada um, e que apesar do livro convergências trazer erros facilmente notáveis ao longo do capítulos nós estaremos selecionando-o como melhor livro em critério estrutural, pois o mesmo trabalha de forma muito clara e organizada apresentação de definição e propriedades, sendo o mais fundamental para o desenvolvimento dos estudos.

## 3.2 Conteúdo par

Para a realização da análise horizontal sobre os conteúdos pares o primeiro ato foi separar quais conteúdos estavam num livro e também estavam no outro. Após esta separação, nós aplicamos a metodologia sobre cada um dos conteúdos pares.

O primeiro item da metodologia é teoria matemática, ou seja, textos introdutórios ou de apoio, que servem como guia além das notações e imagens, desenvolvimentos matemáticos simples, sem definições ou propriedades. Em seguida nós atentamos a apresentação de definições e propriedades, a clareza com que foram explicados e sua relevância. Por fim, verificamos a contextualização do assunto, não apenas do contato com o dia a dia, mas do modo como o assunto é apresentado e exemplificado.

Ao longo da análise, demos pontos para o livro com melhor exposição e desenvolvimento de acordo com os tópicos mencionados acima. Isso pode ser observado nos exemplos abaixo e no Anexo 2, que apresenta tabelas utilizadas por nós como meio de facilitar a organização da análise.

### 3.2.1 Capítulo de Radiciação

No capítulo de radiciação houve seis conteúdos pares: Introdução a Radiciação, Expoente Fracionários, Propriedades de Radiciação, Simplificação de Radical, Operações com Radical e Racionalização.

Ao final da análise (sempre observando qual conteúdo estava melhor) construímos a seguinte tabela que mostra a pontuação obtida no capítulo de radiciação.

Pontuação dos Conteúdos Pares no Capítulo 1			
<b>Categorias</b>	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>	<b>Iguais</b>
Teoria Matemática	0	4	2
Definições e Propriedades	0	1	5
Contextualização/Exemplos	1	1	4

Tabela 1: Resultado final dos pontos obtidos no capítulo 1

As análises que serviram de base para construção da tabela acima está escrita logo abaixo. O modo como escrevemos a análise aqui está estruturado da seguinte maneira: dividido entre os seis conteúdos pares, cada conteúdo par tem como subitens os três itens da metodologia, dentro dos itens da metodologia nós dizemos quem ganhou ponto ou se houve empate.

1. **Introdução a Radiciação:** No livro convergências a parte de introdução a radiciação está localizada nas páginas 10 e 11, no livro

Vontade de Saber está localizada nas páginas 14 e 15.

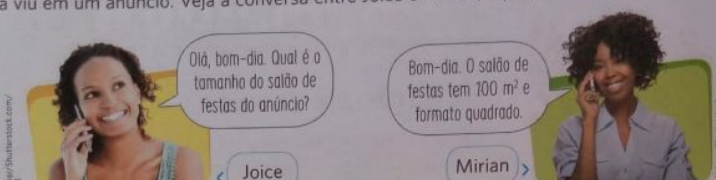
Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O livro *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois propõe um problema contextualizado que está mais relacionado com o que os alunos gostam.

O livro *Convergências* apresenta um problema onde Joice quer alugar um salão de festa, ela sabe qual a área do salão e não sabe quanto mede o lado deste salão. Então o aluno deve calcular qual a medida do lado.

**Relembrando radiciação**

Para realizar a festa de aniversário do filho, Joice pretende alugar um salão de festas que ela viu em um anúncio. Veja a conversa entre Joice e Mirian, a proprietária do salão.



Diá, bom-dia. Qual é o tamanho do salão de festas do anúncio?

Bom-dia. O salão de festas tem  $100 \text{ m}^2$  e formato quadrado.

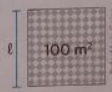
Joice

Mirian

Para preparar a decoração, ela precisa calcular a medida de cada lado desse salão. Uma maneira de determinar essas medidas é utilizando a fórmula da área do quadrado,

$$A = \ell^2.$$

A: área do quadrado       $A = \ell^2$   
 $\ell$ : medida do lado       $100 = \ell^2$



Para resolver essa equação, temos que determinar um número positivo  $\ell$  que elevado ao quadrado resulte em 100. Um meio de obter esse número positivo  $\ell$  é extraindo a **raiz quadrada** de 100.

$$\sqrt{100} = 10, \text{ porque } 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

Portanto, cada lado do salão que Joice pretende alugar mede 10 m.

### Convergências: Problema motivador

O livro *Vontade de Saber* apresenta um problema onde um artesão quer criar um troféu em formato de cubo, que será dado ao vencedor de um concurso de cubo mágico. Ele quer que as faces do troféu tenha  $400 \text{ cm}^2$  de área e para isso o problema pede que o aluno calcule quanto mede a aresta do cubo.

## Radiação

Neste capítulo, aprofundaremos o estudo sobre a operação de radiação. Para isso, considere o problema a seguir.

Certo artesão vai produzir um troféu que será oferecido ao vencedor de um campeonato de cubo mágico. Esse troféu será confeccionado em metal e terá a forma de um cubo mágico, sendo que cada face deve ter  $400\text{ cm}^2$  de área. Qual a medida da aresta do cubo que será produzido?

Para resolver esse problema, podemos utilizar a fórmula da área do quadrado, que corresponde à face do cubo mágico.

$$A = \ell^2 \quad A: \text{área do quadrado}$$
$$400 = \ell^2 \quad \ell: \text{medida do lado do quadrado}$$



Vontade de Saber: Problema motivador

Nós decidimos que o problema do artesão é melhor para o aluno pois está mais contextualizado com as crianças ( que gostam de jogos e brincadeiras). E o problema envolvendo cálculo da área de uma salão de festa pouco importa a eles já que eles, geralmente, não fazem a decoração de salões.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O livro *Convergências* ganhou um ponto pois apresenta maior quantidade de exemplos e apresenta um exemplo envolvendo raiz cúbica de número decimal ( $\sqrt[3]{0,001}$ ). Por apresentar esse exemplo de raiz cúbica ele se diferencia do Vontade de Saber, tornando-se melhor.

2. **Expoentes Fracionários:** No livro *convergências* a parte de expoentes fracionários esta localizado na página 12, no livro *Vontade de Saber* está localizado na página 18.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O livro *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois introduz expoentes fracionários de forma mais clara.

Se observarmos na imagem abaixo, o livro *Convergências* ele introduz expoente fracionário como já sabendo o resultado da raiz.

**Potenciação com expoente fracionário**

Utilizando a propriedade das potências  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ , com  $a \neq 0$  se  $n \leq 0$  ou  $m \leq 0$ , podemos verificar que  $\sqrt[2]{5^8} = 5^4$ , porque  $(5^4)^2 = 5^{4 \cdot 2} = 5^8$ . Essa propriedade é válida também para **potências de expoente fracionário**, por exemplo:

- $7^{\frac{3}{2}}$
- $(-5)^{\frac{7}{9}}$
- $(-2,1)^{\frac{3}{11}}$

Assim, podemos verificar que:

- $\sqrt[2]{7^3} = 7^{\frac{3}{2}}$ , porque  $(7^{\frac{3}{2}})^2 = 7^{\frac{3}{2} \cdot 2} = 7^3$ ;
- $\sqrt[9]{(-5)^7} = (-5)^{\frac{7}{9}}$ , porque  $\left[(-5)^{\frac{7}{9}}\right]^9 = (-5)^{\frac{7}{9} \cdot 9} = (-5)^7$ ;

Se julgar necessário, lembre os alunos que, na multiplicação de frações, o resultado tem como numerador o produto dos numeradores dessas frações e tem como denominador o produto dos denominadores, por exemplo,  $\frac{3}{2} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$ .

### Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

O *Vontade de Saber* faz uso de uma equação para deduzir por que podemos escrever uma raiz utilizando expoente fracionário:

Considere a igualdade  $x = \sqrt[3]{4^2}$ .

Como nesse caso  $\sqrt[n]{a} = b$  implica em  $b^n = a$ , assim temos que:

$$x = \sqrt[3]{4^2} \Rightarrow x^3 = 4^2$$

Como ambos os membros da igualdade são positivos, temos:

$$x^3 = 4^2 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}} = (4^2)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x^{\frac{3}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = 4^{\frac{2}{3}}$$

Portanto,  $\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$ .

**A propriedade  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$  também é válida para  $m$  e  $n$  fracionários.**

### Vontade de Saber: Introdução a Expoentes Fracionários

Como o *Vontade de Saber* justifica melhor ele foi o vencedor.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

3. **Propriedades de Radiciação:** No livro convergências a parte de propriedades de radiciação está localizada na página 15, no livro Vontade de Saber está localizada na página 19.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** O *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois apresenta o conteúdo de forma mais completa.

O *Convergências* apresenta as mesmas 4 propriedades que o *Vontade de Saber* apresenta, porém as três últimas propriedades não vem acompanhada do caso geral como por exemplo a terceira:

**3ª propriedade**

A raiz de um produto é igual ao produto das raízes de seus fatores, e a raiz de um quociente é igual ao quociente das raízes do dividendo e do divisor.

Por exemplo:

- $\sqrt[5]{24} = \sqrt[5]{8 \cdot 3} = (8 \cdot 3)^{\frac{1}{5}} = 8^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{3}$
- $\sqrt[6]{\frac{7}{4}} = \left(\frac{7}{4}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{7^{\frac{1}{6}}}{4^{\frac{1}{6}}} = \frac{\sqrt[6]{7}}{\sqrt[6]{4}}$

Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

Já as propriedades apresentadas no *Vontade de Saber*, todas elas, vem acompanhadas de um caso geral conforme podemos observar o desenvolvimento da terceira propriedade:

### 3ª propriedade

Observe os cálculos.

$$\bullet \sqrt[3]{5 \cdot 9} = (5 \cdot 9)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{9}$$

$$\bullet \sqrt[4]{\frac{6}{7}} = \left(\frac{6}{7}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{6^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{7}}$$

A raiz de um produto é igual ao produto das raízes dos fatores. De maneira semelhante, a raiz de um quociente é igual ao quociente entre a raiz do dividendo e a do divisor.

De modo geral, sendo **a** e **b** números reais positivos e **n** um número natural maior que 1, temos:  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  e  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  ou  $\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ .

Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

4. **Simplificação de Radicais** No livro convergências a parte de simplificação de radicais está localizada na página 16, no livro Vontade de Saber está localizada na página 21.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois apresenta o conteúdo de forma mais clara.

O Convergências fez a apresentação da seguinte maneira:

### Simplificação de radicais

Em certos casos, quando não é possível calcular a raiz exata de um número, podemos escrever esse radical de maneira mais simplificada. Observe como simplificar  $\sqrt{360}$  e  $\sqrt[3]{56}$ .

- $\sqrt{360}$   
Inicialmente decomponemos o radicando em fatores primos.

Se julgar necessário, lembre os alunos que os números primos possuem apenas dois divisores: o número 1 e o próprio número.

360	2	$360 = 2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
180	2	
90	2	
45	3	
15	3	
5	5	
1		

Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

E podemos perceber a diferença olhando para a apresentação do modo como foi feito no livro Vontade de Saber.

### Simplificação de radicais

Muitas vezes, quando necessário, podemos escrever um radical de maneira simplificada, como, por exemplo, com um radicando menor.

Observe como podemos simplificar algumas raízes.

- $\sqrt{99}$

Decomponemos o radicando em fatores primos.

99	3	$\rangle 3^2$
33	3	
11	11	
1		

- $\sqrt[3]{168}$

168	2	$\rangle 2^3$
84	2	
42	2	
21	3	
7	7	
1		

Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.



**Contextualização/Exemplos:** O *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois apresenta as propriedades usadas para resolver o exemplo apresentado no livro.

•  $\sqrt{99}$

Decompomos o radicando em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \begin{array}{l} > \\ > \\ > \\ \end{array} 3^2$$

Como  $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$ , temos:

$$\sqrt{99} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 11} = \sqrt{3^2 \cdot 11}$$

Utilizando as propriedades  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  e  $\sqrt[n]{a^n} = a$ , temos:

$$\sqrt{3^2 \cdot 11} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{11} = 3\sqrt{11}$$

Portanto,  $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ .

#### Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

O Convergência usa as mesmas propriedades mas não diz ao leitor quais propriedades esta usando.

$\sqrt[3]{56}$

$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 56 = 2^3 \cdot 7$$

Utilizando as propriedades das raízes, temos:

$$\sqrt[3]{56} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 2\sqrt[3]{7}$$

Portanto, a forma simplificada de  $\sqrt[3]{56}$  é  $2\sqrt[3]{7}$ .

#### Convergências: Introdução a Expoentes Fracionários

- Operações com Radicais:** No livro convergências a parte de operação com radicais está localizada na páginas 18, no livro *Vontade de Saber* está localizad na página 22.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

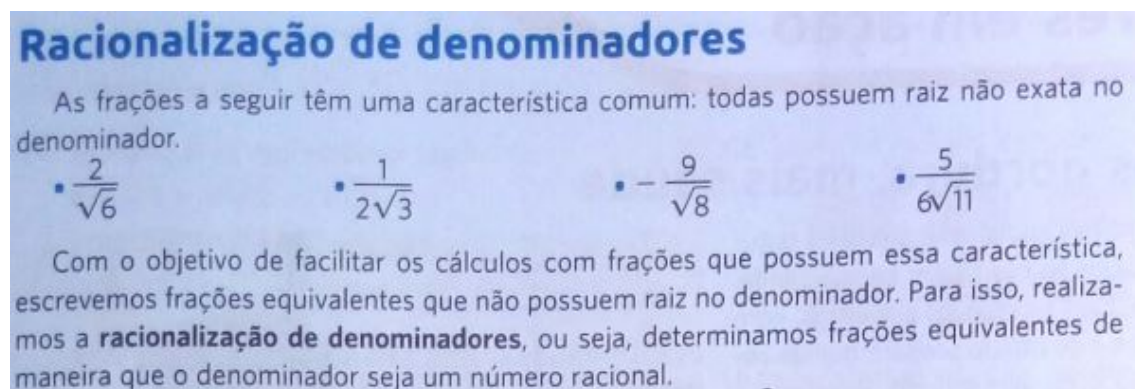
**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

6. **Racionalização:** No livro convergências a parte de racionalização está localizado na página 19, no livro Vontade de Saber está localizado na página 24.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Vontade de Saber* ganhou um ponto pois está mais claro.

Se observarmos a imagem abaixo, logo após os exemplos apresentados o texto diz: "[...] que possuem essa característica, escrevemos frações equivalentes[...]" . O parágrafo que contém este trecho está escrito de um modo complicado e poderá causar confusão no aluno.



Convergências: Racionalização

No Vontade de Saber o texto está escrito de forma mais clara:

### ► Racionalização de denominador

Observe algumas frações cujos denominadores são raízes não exatas.

$$\bullet \frac{5}{\sqrt{10}} \quad \bullet \frac{4}{\sqrt[3]{11}} \quad \bullet \frac{2}{\sqrt{6}} \quad \bullet \frac{7}{\sqrt[4]{3}} \quad \bullet \frac{8}{2\sqrt{15}}$$

Para facilitar as operações entre frações com essa característica, podemos utilizar a **racionalização de denominador**.

Esse artifício consiste em transformar uma fração em outra equivalente de maneira que não haja radical em seu denominador.

Vontade de Saber: Racionalização

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

### 3.2.2 Capítulo de Equações do Segundo Grau

No capítulo de radiciação houve dez conteúdos pares: Equações do 2º grau com uma incógnita, Resolvendo Equações da Forma  $ax^2 + c = 0$ , Resolvendo Equações da Forma  $ax^2 + bx = 0$ , Resolvendo Equações da Forma  $ax^2 = 0$ , Fatoração, Completando Quadrados, Fórmula Resolutiva, Número de Raízes e Discriminate, Soma e Produto, Equações com Duas Incógnitas.

A Pontuação obtida no capítulo 2 está disposta na seguinte tabela.

Pontuação dos Conteúdos Pares no Capítulo 2			
Categorias	Convergências	Vontade de Saber	Iguais
Teoria Matemática	3	2	5
Definições e Propriedades	0	0	10
Contextualização/Exemplos	4	1	5

Tabela 2: Resultado final dos pontos obtidos no capítulo 2

Novamente, a análise que motivou a construção da tabela 2 segue logo abaixo:

### 1. Equações do 2º grau com uma incógnita:

No livro convergências a parte de introdução a equações do segundo grau está localizada nas páginas 26 e 27, no livro Vontade de Saber está localizada nas páginas 30 e 31.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O vontade de Saber ganhou ponto pois os textos são redigidos de forma objetiva e bem organizada. No livro Convergências, há exemplos antes da teoria, o que poderia ser melhorado para facilitar a linha de pensamento do estudante.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O *Convergências* ganhou ponto pois apresenta uma quantidade maior de exemplos facilitando enxergar aplicações em diferentes casos, mostrando que mesmo mudando alguns detalhes certas características da equação fazem com que ela continue sendo do 2º grau.

### 2. Resolvendo Equações da Forma $ax^2 + c = 0$ :

No livro convergências a parte que ensina resolver equações da forma  $ax^2 + c = 0$  está localizada na página 30, no livro Vontade de Saber está localizada nas páginas 33 e 34.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O *Convergências* ganhou um ponto pois ao dividir ambos os lados de uma equação por 2 ele diz que esta dividindo por 2. O livro vontade de saber divide ambos lados de uma equação por 4 e não diz que esta dividindo por 4.

### 3. Resolvendo Equações da Forma $ax^2 + bx = 0$ :

No livro convergências a parte que ensina resolver equações da forma  $ax^2 + c = 0$  está localizada na página 31, no livro Vontade de Saber está localizada na página 34.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O *Convergências* ganhou um ponto pois apresenta como resolver o seguinte exemplo:

$$2x^2 + 6 = x$$

O Vontade de Saber não apresentou nenhum exemplo igual a esse. E os exemplos apresentados no Vontade de Saber também foram apresentados no Convergências (apenas os valores eram diferentes).

### 4. Resolvendo Equações da Forma $ax^2 = 0$ :

No livro convergências a parte que ensina como resolver equações da forma  $ax^2 = 0$  está localizada na página 29, no livro Vontade de Saber está localizada na página 35.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

5. **Fatoração:**

No livro convergências a parte de fatoração está localizada na página 34, no livro Vontade de Saber está localizada na página 38.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

6. **Completando Quadrados:** No livro convergências a parte de completar quadrados está localizada nas páginas 34 e 35, no livro Vontade de Saber está localizado nas páginas 38 e 39.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Convergências* ganhou um ponto pois apresenta uma contextualização histórica dizendo que al-Khowarizmi usava quadrados e retângulos para resolver determinadas equações do segundo grau.

## Completar quadrados

Há registros do método de completar quadrados no livro intitulado *Al-jabr wa'l muqābala*, do matemático e astrônomo árabe Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi, que morreu pouco antes de 850 d.C. Seu método consistia em construir quadrados e retângulos para obter as raízes de uma equação do 2º grau.

Veja como podemos resolver a equação  $x^2 + 6x + 5 = 0$  utilizando o método de completar quadrados.

O primeiro membro da equação não é um trinômio quadrado perfeito. Porém, podemos adicionar um número conveniente aos dois membros da equação para obtermos uma equação equivalente em que o primeiro membro seja um trinômio quadrado perfeito. Em seguida, podemos fatorar o primeiro membro da equação e obter a solução.



Estátua de Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi, em Itchan Kala, no Uzbequistão, em 2013.

Do nome de al-Khowarizmi derivou-se a palavra "algarismos", para os símbolos do sistema de numeração decimal, e do título de seu livro *Al-jabr wa'l muqābala* derivou-se a palavra "álgebra".

### Vontade de Saber: Racionalização

O restante da apresentação de completar quadrados está igual nos dois livros e por isso a contextualização histórica é um ponto positivo ao Convergências.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

#### 7. Fórmula Resolutiva:

No livro convergências a parte que trata como encontrar raízes de uma equação do segundo grau através da forma resolutiva está localizada nas páginas 36 e 37, no livro Vontade de Saber está localizada nas páginas 39, 40 e 41.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

#### 8. Número de Raízes e Discriminate:

No livro convergências a parte que trata do número de raízes está localizada na página 40, no livro Vontade de Saber está localizada na página 44.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Convergências* ganhou um ponto pois faz com que o aluno entendo do que se trata o tópico de raízes e discriminante, ou seja, ele diz que existe uma relação entre o número de raízes e o valor do discriminante;

**Estudando as raízes de equação do 2º grau**

**Discriminante e a quantidade de raízes**

É possível demonstrar que a quantidade de raízes distintas de uma equação do 2º grau está relacionada com os valores de seu discriminante. Observe os exemplos:

- $x^2 - 6x + 8 = 0$   
 $a = 1; b = -6; c = 8$   
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 2}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{array} \right.$$

Portanto, as raízes da equação  $x^2 - 6x + 8 = 0$  são 4 e 2.

Convergências: Racionalização

O livro vontade de saber, apresenta exemplos sem falar nada sobre o conteúdo (dizer aonde quer chegar).



## Estudando as raízes de equações do 2º grau

► Número de raízes de uma equação e o discriminante

Utilizando a fórmula resolvente, Vitor resolveu três equações do 2º grau.

$a) x^2 + x - 12 = 0$	$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)$
$a = 1; b = 1; c = -12$	$\Delta = 1 + 48$
	$\Delta = 49$
$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 7}{2}$	$x_1 = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$
	$x_2 = \frac{-1-7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$
Nessa equação, $\Delta > 0$ e há duas raízes reais diferentes, 3 e -4.	

### Convergências: Racionalização

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O *Vontade de Saber* ganhou pois ao final de cada exemplo o autor chama a atenção do aluno para observar o valor do discriminante. Conforme pode ser observado nas duas imagens anteriores.

9. **Soma e Produto:** No livro *convergências* a parte de soma e produto está localizada nas páginas 41 e 42, no livro *Vontade de Saber* está localizada nas páginas 45 e 46.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Convergências* ganhou um ponto pois apesar do livro *Vontade de Saber* introduzir a soma e o produto de raízes de forma mais sucinta, o livro *convergências* vai além quando apresenta a possibilidade de determinar uma raiz de equação 2º grau já conhecendo outra raiz.

Além disso, por meio da relação de soma ou de produto das raízes, podemos determinar uma das raízes da equação conhecendo a outra raiz. Por exemplo, sabendo que 3 é uma das raízes da equação  $2x^2 - 2x - 12 = 0$ , veja como determinar a outra raiz dessa equação de duas maneiras:

▪ utilizando a relação da soma das raízes

$$\begin{aligned}
 S &= -\frac{b}{a} \\
 x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\
 3 + x_2 &= -\frac{(-2)}{2} \\
 3 + x_2 &= 1 \\
 x_2 &= 1 - 3 \\
 x_2 &= -2
 \end{aligned}$$

▪ utilizando a relação do produto das raízes

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{c}{a} \\
 x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \\
 3 \cdot x_2 &= \frac{-12}{2} \\
 3x_2 &= -6 \\
 x_2 &= \frac{-6}{3} \\
 x_2 &= -2
 \end{aligned}$$

Portanto, as raízes da equação  $2x^2 - 2x - 12 = 0$  são 3 e -2.

Note que, utilizando a relação da soma ou a relação do produto das raízes, obtemos resultados iguais.

## Convergências

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** O *Convergências* ganhou um ponto pois ele apresenta uma nota  $(+\frac{b}{a}x = -(-\frac{b}{a}x))$  justificando um dos passos dado na dedução de que a equação do 2º grau pode ser escrita usando as fórmulas de soma e produto.

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= \frac{0}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0
 \end{aligned}$$

Note que  $+\frac{b}{a}x = -\left(-\frac{b}{a}\right)x$ .

Como  $S = -\frac{b}{a}$  e  $P = \frac{c}{a}$ , segue que:

$$\begin{aligned}
 x^2 - \overbrace{\left(-\frac{b}{a}\right)}^S x + \overbrace{\frac{c}{a}}^P &= 0 \\
 x^2 - Sx + P &= 0
 \end{aligned}$$

Convergências

Enquanto que o Vontade de Saber faz o mesmo passo e não apresenta nenhuma explicação do que foi feito.

Utilizando as relações de soma e produto das raízes, podemos escrever uma equação do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  de outra maneira. Para isso, dividimos todos os termos dessa equação por  $a$ .

$$\begin{aligned}
 \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0
 \end{aligned}$$

Como  $S = -\frac{b}{a}$  e  $P = \frac{c}{a}$ , temos:

$$x^2 - \underbrace{\left(-\frac{b}{a}\right)}_S x + \underbrace{\frac{c}{a}}_P = 0 \rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

Convergências

#### 10. Equações com Duas Incógnitas:

No livro convergências a parte de equações com duas incógnitas está localizada na página 43, no livro Vontade de Saber está localizada na página 48.

Os resultados obtidos após a aplicação da metodologia foram os seguintes:

**Teoria Matemática:** O *Vontade de Saber* foi melhor pois apresenta um desafio envolto num contexto motivador para aprender equações de duas incógnitas.

A apresentação no *Convergências* foi menos motivadora como podemos ver a seguir, e por isso perdeu ponto para o *Vontade de Saber*

Agora, vamos resolver sistemas de duas equações com duas incógnitas que recaem em equações do 2º grau. Leia a questão a seguir:

A soma de dois números reais é igual a 3, e o produto desses mesmos números é igual a 2. Quais são esses números?

Vamos chamar um desses números de  $x$  e o outro de  $y$ . Para determinar os valores de  $x$  e  $y$ , podemos escrever um sistema de duas equações com duas incógnitas:

$$\begin{cases} x + y = 3 & \text{(I)} \\ x \cdot y = 2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Convergências

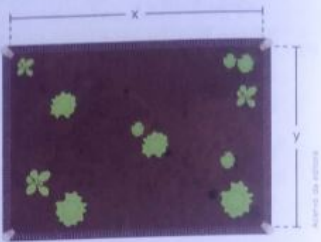
### Sistema de duas equações com duas incógnitas

Estudamos em anos anteriores como resolver sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Agora, estudaremos alguns sistemas que recaem em equações do 2º grau.

Observe a situação a seguir.

Guilherme utilizou 72 m de tela para cercar um terreno retangular com 315 m². Quais são as dimensões desse terreno?

Para resolver essa questão, podemos escrever um sistema de duas equações, representando por  $x$  o comprimento e por  $y$  a largura do terreno.



Informação	Equação	Sistema
Perímetro	$2x + 2y = 72$	$\begin{cases} 2x + 2y = 72 \\ x \cdot y = 315 \end{cases}$
Área	$x \cdot y = 315$	

Vontade de Saber

**Definições e Propriedades:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

**Contextualização/Exemplos:** Não houve motivos para um ser melhor que outro.

Com os dados obtidos, pudemos observar que, na parte de Teoria Matemática, o livro Vontade de Saber se destacou, mesmo que ambos apresentem alguns tópicos de forma muito semelhante, a linguagem utilizada é coerente e orientada de modo que a linha de pensamento é simples e clara, diferente do livro Convergências.

Já na parte de Definições e Propriedades, os livros parecem ter sido elaborados pela mesma pessoa/equipe. As descrições e definições utilizam palavras muito semelhantes, isso quando não são idênticas. Até o desenvolvimento e apresentação de algumas propriedades são iguais, mudando apenas os números utilizados ou a ordem em que aparecem. Como pode ser observado nos comentários da tabela presente no Anexo 2, diversas apresentações de definições e propriedades poderiam ter sido melhor elaborados.

Por fim, assim como o Livro Convergências pecou na apresentação da teoria, o livro Vontade de Saber pecou no momento de contextualização e exemplificação. O primeiro, apresenta uma quantidade e qualidade muito maior de exemplos, envolvendo assuntos que não são diretamente ligados com o tópico apresentado, mas que enriquecem o conteúdo, como exemplos envolvendo decimais e frações dentro do tema de radiciação.

Pontuação total obtida nos dois capítulos			
<b>Categorias</b>	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>	<b>Iguais</b>
Teoria Matemática	3	6	7
Definições e Propriedades	0	1	15
Contextualização/Exemplos	5	2	9

Tabela 3: Quantidade de tópicos em que o livro correspondente é melhor

### 3.3 Conteúdo ímpar

Para fazer a análise horizontal do conteúdo ímpar, observaremos cada livro separadamente, levando em conta o desenvolvimento do conteúdo ímpar, ou seja o modo como o mesmo é apresentado e trabalhado; E consideraremos a relevância do tópico tratado em relação ao assunto do capítulo.

O livro Vontade de Saber, não possui muitos conteúdos ímpares, porém a introdução do capítulo de radiciação que utiliza um cubo mágico e a contextualização utilizando a área abrangida por uma fotografia de satélite foram bem desenvolvidas e consideradas relevantes, já que despertam interesse e são utilizadas pelo autor para introduzir radiciação (com o cubo mágico) e equação de grau 2 (com o satélite).

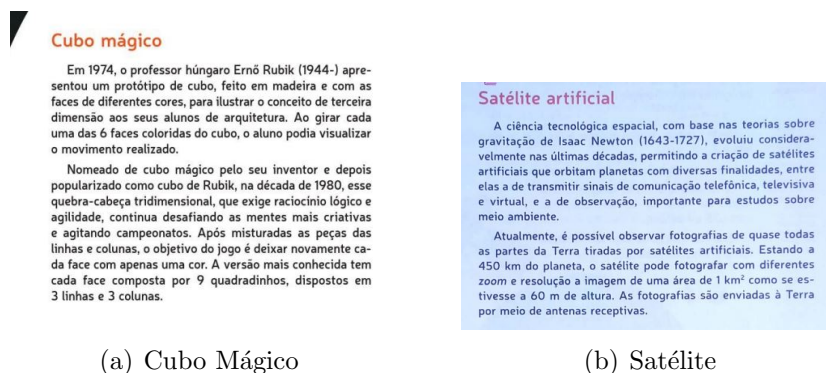


Figura 1: Trecho dos Conteúdos Ímpares (Vontade de Saber)

Já o livro Convergências, possui diversos conteúdos ímpares em relação ao Vontade de Saber. Iniciando pela abertura do capítulo de radiciação, que é Relevante, e contém o assunto que será tratado, porém a contextualização é ruim. Os exemplos usados, sobre plantação e produção de tomates não são necessariamente próximos da realidade dos estudantes.

A abertura do capítulo de equações é ainda pior que o de radiciação. Pois utiliza um contexto que retira partes da realidade para se tornar válido e com isso se torna um falso contexto. Sem contar que o assunto pode ser trabalhado utilizando a fórmula dada no enunciado da introdução mesmo sem uma compreensão do seu sentido. Os tópicos de equações fracionárias, irracionais e biquadradas são apresentados de forma simples, porém coerentes e bem desenvolvidas. Tratamos esses assuntos como relevantes já que estão relacionados ao assunto do capítulo, que é equações do segundo grau. No fim do capítulo de equações, há uma página com o título: "Ampliando Fronteiras", neste momento, o autor apresenta a fórmula com a qual os babilônios utilizavam para resolver determinadas equações do 2º grau, mas não

menção como eles chegaram até a fórmula, nem que é um caso particular de fórmula para resolução de equações de 2º grau.

**Área de produção**

Um produtor rural destina 1 hectare, ou seja, 10 000 m<sup>2</sup> de sua propriedade, para a produção orgânica de hortícolas. Considerando que a parte da propriedade destinada a essa produção tem a forma de um quadrado, qual é a medida do lado desse quadrado? 100 m

**Produção de tomates**

Esse mesmo produtor rural repartiu a área de sua propriedade destinada à produção orgânica entre as culturas apresentadas no gráfico, seguindo as porcentagens indicadas.

Qual é a área do terreno, em metros quadrados, ocupada pelo cultivo de tomates? 2500 m<sup>2</sup>

(a) Problema envolvendo tomates

**Equações fracionárias**

Leia o problema a seguir:

Um grupo de amigos alugou um micro-ônibus por R\$ 900,00 para realizar uma viagem. Porém, ocorreu um imprevisto e dois dos amigos não puderam viajar. Como eles iam dividir o valor do aluguel do micro-ônibus em partes iguais, cada um dos amigos que viajaram pagou R\$ 5,00 a mais do que pagaria inicialmente. Quantos amigos iriam viajar inicialmente?

(b) Problema motivador Eq. Fracionárias

**Equações irracionais**

Uma equação é chamada de irracional quando apresenta incógnita no radicando. Veja alguns exemplos de equações irracionais:

- $\sqrt{x} + 8 = -6$
- $\sqrt{5x^2 - x} = 1$
- $2\sqrt{x + 4} = x$
- $x + \sqrt{-3x} = 0$

Equação irracional é toda equação que possui a incógnita no radicando.

Para resolver a equação irracional definida por  $2 + \sqrt{3x + 7} = x + 3$ , fazemos:

$$2 + \sqrt{3x + 7} = x + 3$$

$$\sqrt{3x + 7} = x + 1$$

$$(\sqrt{3x + 7})^2 = (x + 1)^2$$

$$3x + 7 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

(c) Introdução de equações irracionais

**Babilônios**

Por volta de 2000 a.C., os babilônios resolviam equações do 2º grau mais complexas sem utilizar notação simbólica. Foram encontradas tábuas de argila com soluções para equações hoje conhecidas pela forma  $x^2 + px = q$ , da seguinte maneira:

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

Exemplo: A raiz positiva da equação  $x^2 - 2x = 8$  pode ser obtida substituindo os valores de  $p$  e  $q$  na fórmula:

$$x = \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 8} + \frac{-2}{2}$$

$$x = 4$$

**Egípcios**

No papiro egípcio Goloshchev (1850 a.C.) também contendo como papiro de Moscou, é possível encontrar problemas sobre área que envolvem equações do 2º grau do tipo  $ax^2 = b$ . Veja, por exemplo, um problema desse papiro escrito na linguagem atual:

"Calcule a base de um retângulo de área igual a 12, cuja altura é  $\frac{2}{3}$  de sua base."

$$x \cdot \frac{2}{3}x = 12$$

$$\frac{2}{3}x^2 = 12$$

$$x^2 = 18$$

$$x = 4$$

Nem a notação simbólica nem as soluções negativas existiam, ainda que, nesse caso, um valor negativo não resolveria o problema, uma vez que  $x$  é uma medida de comprimento.

(d) Contextualização histórica de resoluções de eq. 2º grau

Figura 2: Trecho dos Conteúdos Ímpares (Convergências)

Categorias	Convergências	Vontade de Saber
Bom Desenvolvimento	5	2
Relevância	5	2

Tabela 4: Quantidade de tópicos bem desenvolvidos e relevantes

### 3.4 Exercícios

Para a análise dos exercícios estaremos trazendo tabelas que comparam os exercícios referentes ao mesmo conteúdo em ambos livros, também estaremos trazendo a análise referente a quantidade, dificuldade e contextualização.

Lembrando que os critérios para classificação de exercícios são:

- **Baixa dificuldade:** Exercícios mecânicos ou de fixação, desenvolvimento explícito no enunciado com ausência de esforço para realização de contas.
- **Média dificuldade:** Questões utilizam conceitos do capítulo, desenvolvimento não são explícitos no enunciado ou então exige desenvolvimento brevemente extenso para cálculos matemáticos.
- **Alta dificuldade:** Questões que utilizam conceitos e manipulações elaboradas, podendo utilizar de propriedades específicas do capítulo ou conteúdo de outros capítulos.

Estaremos utilizando tabelas que resumem a análise detalhada em tabelas para cada capítulo, em caso de dúvidas ou curiosidades, sugerimos leitura das tabelas na seção apêndice.

Tabela de comparação entre os capítulos sobre radiciação

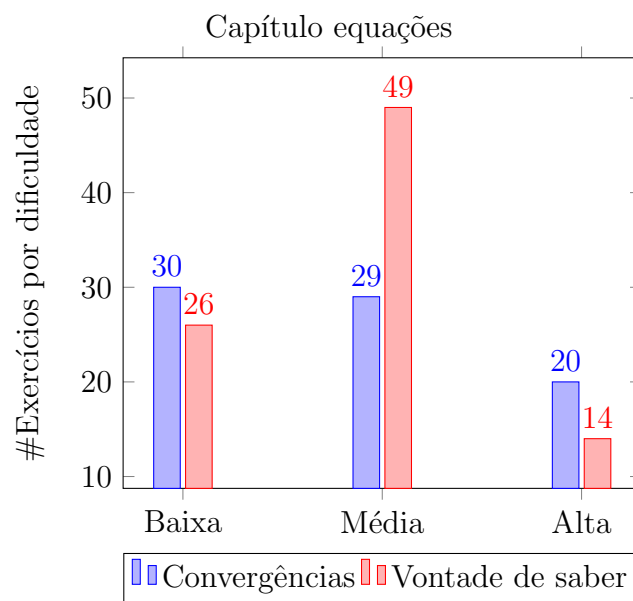
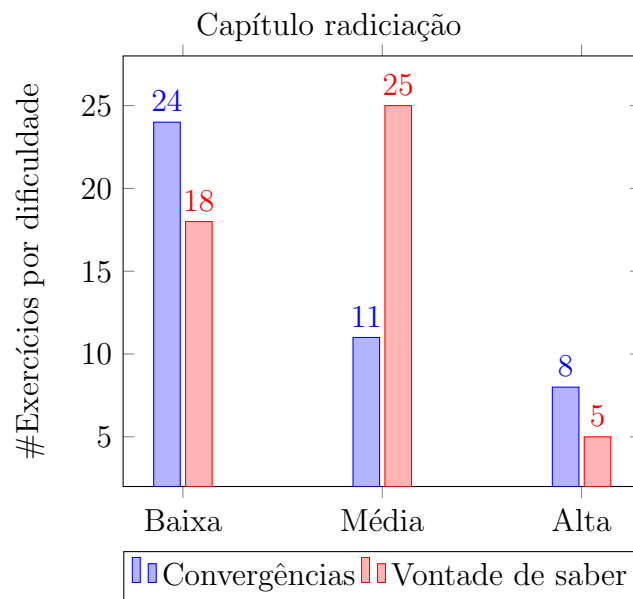
<b>Exercícios</b>	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	24	18
Média dificuldade	11	25
Alta Dificuldade	8	5
<b>Somatório</b>	<b>43</b>	<b>48</b>
Contextualização	0	0

Tabela de comparação entre os capítulos sobre equações

<b>Exercícios</b>	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	30	26
Média dificuldade	29	49
Alta Dificuldade	20	14
<b>Somatório</b>	<b>79</b>	<b>89</b>
Contextualização	8	5

A partir de ambas tabelas estaremos constituindo os gráficos para melhor visualização





Analisando as tabelas em conjunto com os gráficos podemos concluir que ambos livros trazem uma quantidade semelhante de exercícios, porém dentro desse total é notável que enquanto o livro convergências traz maior quantidade de exercícios de baixa dificuldade, o livro vontade de saber traz maior quantidade de exercícios de média dificuldade, também é perceptível que ambos livros trazem uma escassa quantidade de exercícios de alta dificuldade no capítulo de radiciação, já no capítulo de equações ambos livros trabalham de forma sólida e semelhante os exercícios.

Pelos critérios tomados previamente na metodologia, selecionamos Vontade de Saber como melhor livro em critério de exercícios.

## 4 Conclusão

Para conclusão retomaremos a decisão de cada seção anteriormente estruturada de forma resumida, para que possa haver melhor acompanhamento da tabela de pontuações que define qual livro está melhor na comparação baseada da metodologia apresentada.

1. **Estrutura:** *Convergências* é definido como melhor pois apesar de presentes ele tem uma ótima estruturação para apresentação da teoria matemática, destacando tópicos e pensamentos que merecem atenção.
2. **Conteúdo par:** *Vontade de Saber* toma frente, pois analisando a pontuação tópico a tópico, este livro se mostrou melhor elaborado, mesmo que o *Convergências* tenha sido bem desenvolvido no capítulo de equações. Porém o apanhado geral de capítulos é melhor apresentado no *Vontade de Saber*.
3. **Conteúdo ímpar:** *Convergências* é selecionado como melhor livro em conteúdo ímpar, pois as seções que não é possível realizar comparações, são melhor desenvolvidas e apresentam maior relevância que no livro *Vontade de Saber*.
4. **Exercícios:** Pelo fator do livro *Vontade de Saber* trazer mais exercícios de nível médio e alto nível ele é selecionado o melhor qualificado nessa categoria.

Pontuação conclusiva da análise

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Estrutura	1	0
Conteúdo par*	0	2
Conteúdo ímpar	1	0
Exercícios	0	1
<b>Somatório</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

\* Lembramos que pela importância do conteúdo teórico presente na análise do conteúdo par, o mesmo assume pontuação de dois pontos, enquanto restante se mantém com somente um ponto.

De forma geral, ambos livros apresentam características negativas que devem tomar atenção de quem for selecioná-lo, contudo entre ambos o *Vontade de Saber* é sutilmente melhor avaliado para ser utilizado para os estudos.

## 5 Apêndices

### 5.1 Anexo 1

Abaixo temos as planilhas utilizadas para a análise do conteúdo par, tópico a tópico:

<b>Conteúdos Pares a serem Analisados</b>		
<b>Assunto</b>	<b>Pág. Teoria</b>	<b>Pág Exercícios</b>
Radiciação	15, 14	16, 17
	10, 11	13, 14
Expoente Fracionário	18	18
	12	13
Propriedades de Radiciação	19	20
	15	17
Simplificação de Radical	21	21
	16	17
Operações com Radical	22	22, 23
	18	21, 22
Racionalização	24	24, 25
	19	21, 22
Revisão de Radicais	-	26, 27
	-	23
Eq. com 1 incógnita	30, 31	31, 32
	26, 27	28
Eq. $ax^2+c=0$	33	35, 36, 37
	30	32, 33
Eq. $ax^2+bx=0$	34	35, 36, 37
	31	32, 33
Eq. $ax^2=0$	35	35, 36, 37
	29	32, 33
Fatoração (Eq. Completas)	38	42, 43
	34	38,39
Completando Quadrados	38, 39	42, 43
	34, 35	38, 39
Formula Resolutiva/Bhaskara	39, 40, 41	42, 43
	36, 37	38, 39
Nº de raízes e discriminante	44	46, 47
	40	44, 45
Soma e Produto	45	46, 47
	41	44, 45
Eq. com 2 incógnitas	48	49, 50
	43	44, 55
Revisão Equações	-	51, 52
	-	51, 52, 53

PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	RADICIAÇÃO		MELHOR	Modo como introduziram radiciação.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS	O livro convergência deixa margem à utilização de raiz com grau 1, o que não é utilizada, então poderia ter sido apresentado de uma maneira melhor. Nas propriedades de raiz, falta notação matemática o que dificulta a identificação das diferenças entre os casos.	
	EXEMPLOS		MELHOR	Os exemplos são muito parecidos, porém o livro Convergências tem uma quantidade maior, incluindo exemplos com decimais.	
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	POTENCIAÇÃO COM EXPOENTES FRACIONÁRIOS		MELHOR	O livro vontade de saber praticamente fez uma dedução de o porque é conveniente escrever expoentes fracionários como raiz. Já o livro convergências justifica escrever raízes como expoentes fracionários propondo um problema e inicia a 'dedução' através de uma resposta conhecida.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS	O que muda são os valores usados.	
PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	PROPRIÉDADES DAS RAÍZES		MELHOR	A mesma teoria apresentada em um livro é apresentada no outro, o que muda é que no livro convergências apresenta primeiro o caso geral e depois um exemplo. No livro vontade de saber é apresentado primeiro um exemplo e depois o caso geral. O problema é que o livro convergências não apresenta o caso geral para três propriedades.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS	O que muda são os valores usados.	
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	SIMPLIFICAÇÃO DE RADICAL		MELHOR	O livro vontade de saber justifica de forma clara a razão de simplificarmos um radical, enquanto que o livro convergência diz que quando só existe simplificação quando não existe um valor inteiro como resultado da raiz.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		MELHOR	O livro vontade de saber diz quais propriedades irá usar, enquanto que o convergências apenas apresenta exemplos sem dizer que irá usar as propriedades aprendidas em tópicos anteriores.	

PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA		
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	OPERAÇÃO COM RADICAIS	IGUAIS		No livro vontade de saber o autor é mais sucinto e vai direto ao assunto, enquanto que no livro convergências ele fala "além de simplificar o radical, podemos realizar adições..." no vontade de saber ele diz "em muitas situações podemos realizar operações [...] soma, subtração, multiplicação e divisão..."		
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES					IGUAIS	
	EXEMPLOS					IGUAIS	
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	RACIONALIZAÇÃO		MELHOR	No livro vontade de saber fica claro que o autor quer achar uma fração equivalente a fração inicial de modo que a novo fração não tenha radical no denominador, no convergências isso não fica claro.		
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS				
	EXEMPLOS		IGUAIS				
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	EQUAÇÃO COM 1 INCÓGNITA		MELHOR	Os textos também são redigidos de forma objetiva e bem organizada. No livro Convergências, há exemplos antes da teoria, o que poderia ser melhorado para facilitar a linha de pensamento do estudante.		
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS				
	EXEMPLOS		MELHOR		No livro convergências a uma quantidade maior de exemplos, facilitando exergar aplicações em diferentes casos, mostrando que mesmo que alguns detalhes mudem, certas características fazem com que a equação continue sendo do 2º grau.		
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	RESOLVENDO EQUAÇÕES DO TIPO: $ax^2 + c = 0$	IGUAIS		O livro convergência apresenta um texto no meio dos exemplos dizendo o porque tem uma raiz positiva e outra negativa, o vontade de saber já havia falado sobre isto em páginas anteriores e não fala ali. O vontade de saber apresenta um texto dizendo que os antepassados já resolviam equações, mas este texto não acrescenta muito, então considere que estão iguais em termos de teoria.		
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES				IGUAIS	Não existem definições.	
	EXEMPLOS				MELHOR		O livro convergências divide ambos os lados da equação por 2 e diz que esta dividindo por 2. O livro vontade de saber divide ambos lados de uma equação por 4 e não diz que esta dividindo por 4.

PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	RESOLVENDO EQUAÇÕES DO TIPO: $ax^2 + bx = 0$	IGUAIS		
	DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		MELHOR		O livro convergências tem um exemplo que é: $2x^2 + 6x = x$
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	RESOLVENDO EQUAÇÕES DO TIPO: $ax^2 = 0$	IGUAIS		
	DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		MELHOR		O livro convergências apresenta dois exemplos e o vontade de saber apenas um exemplo.
PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	FATORAÇÃO		MELHOR	No livro vontade de saber a teoria esta exposta de maneira mais sucinta. Além do que existe uma nota para o professor substituir as raízes encontradas e tirar a prova real.
	DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS		Apesar do livro convergências apresentar dois exemplos, eles não se torna melhor já que o livro vontade de saber diz que toda equação da forma $ax^2 = 0$ tem duas raízes iguais a zero.
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	COMPLETANDO QUADRADOS	MELHOR		O livro apresenta uma contextualização histórica dizendo que al-Khwarizmi usava quadrados e retângulos para resolver equações que não pudessem ser fatoradas.
	DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS		

PARTE ANALISADA	O QUE VAI SER ANALISADO	TEMA	CONVERGÊNCIA	VONTADE DE SABER	JUSTIFICATIVA
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	FÓRMULA RESOLUTIVA	IGUAIS		Eles usam o mesmo raciocínio para provar o modo que escrevemos a equação de segundo grau. Existe uma diferença na estrutura, e isto será analisado separadamente.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS		
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	NÚMERO DE RAÍZES E DISCRIMINANTE	MELHOR		O livro convergências diz que: "A quantidade de raízes [...] está relacionada com valores do discriminante"; o livro vontade de saber, no intuito de explorar a relação entre discriminante e número de raízes, apresenta exemplos sem dizer aonde quer chegar.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS			MELHOR	Ao final de cada exemplo o livro convergências chama a atenção para o valor do discriminante.
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	SOMA E PRODUTO	MELHOR		produto de raízes de forma mais sucinta, o livro convergências vai além quando apresenta uma forma de como determinar uma raiz de uma equação 2º grau já conhecendo outra raiz.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		MELHOR		O livro convergências apresenta uma caixa de texto justificando um passo dado em um dos exemplos. O vontade de saber faz o mesmo passo, porém não justifica.
CONTEÚDOS PARES	TEORIA MATEMÁTICA	EQUAÇÃO COM DUAS INCÓGNITAS		MELHOR	Vontade de saber justifica equações de duas incógnitas apresentando um desafio contextualizado.
	DEFINIÇÕES E PROPRIÉDADES		IGUAIS		
	EXEMPLOS		IGUAIS		



## 5.2 Anexo 2

Abaixo temos as planilhas utilizadas para a análise do conteúdo ímpar, tópico a tópico:

CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	CUBO MÁGICO: VONTADE DE SABER	BOM	O autor quer introduzir o que é um cubo mágico. O desenvolvimento dele atinge este objetivo.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	É útil ao livro pois o autor começa o capítulo de raízes usando como exemplo um troféu dado num campeonato de cubo mágico.
CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	SATÉLITE ARTIFICIAL: VONTADE DE SABER	BOM	O autor quer passar ao aluno o que é um satélite artificial e que satélites artificiais podem tirar fotos. Isto fica claro.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	É útil ao livro pois o autor começa o capítulo de equações quadráticas utilizando um exemplo envolvendo satélites artificiais.
CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	VALORES EM AÇÃO: CONVERGÊNCIAS	RUIM	O tema contextualizado é um bom tema, porém quando chega o momento de apresentar a fórmula matemática para calcular o IAC, ele apenas joga a fórmula sem explicar o que é IAC e para que serve
	RELEVÂNCIA		IRRELEVANTE	O tema é pertinente ao capítulo porque para calcular o IAC é preciso saber calcular raiz quadrada. Porém o texto se resume a calcular uma raiz, ou seja, no fundo o que o autor diz é: Calcule a fórmula que tem uma raiz. E então o texto se torna irrelevante.
CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	EQUAÇÕES FRACIONÁRIAS: CONVERGÊNCIAS	BOM	Ele inicia usando um exemplo contextualizado, vai dando os passos para o aluno construir uma equação fracionária, e depois resolve ela.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	Muito relevante, pois ao manipular a equação fracionária você chega numa equação do segundo grau ( assunto do capítulo).

CONTEÚDOS IMPARES	DESENVOLVIMENTO	EQUAÇÕES IRRACIONAIS: CONVERGÊNCIAS	BOM	Ele define o que é uma equação racional e depois ensina resolvê-la.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	Para resolver as equações irracionais é preciso resolver uma equação de segundo grau.
CONTEÚDOS IMPARES	DESENVOLVIMENTO	EQUAÇÕES BIQUADRADAS: CONVERGÊNCIAS	BOM	Ele apresenta uma equação biquadrática, resolve ela, e depois define o que é uma equação biquadrática. Isso é um bom desenvolvimento.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	Relevante, pois para resolver algumas equações bi-quadráticas é preciso resolver equações de segundo grau.
CONTEÚDOS IMPARES	DESENVOLVIMENTO	AMPLIANDO FRONTEIRAS: CONVERGÊNCIAS	RUIM	Por exemplo: Ele apresenta a fórmula qual os babilônios tinham para resolver determinadas equações do 2º grau, mas não diz como eles chegaram até a fórmula, nem que é um caso particular de eq de 2 grau. Ele faz isso em quase todos os exemplos dados. Isso talvez não seja ruim, já que os alunos não vão usar estas fórmulas.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	É relevante, pois o capítulo trata de equações quadráticas e mesmo que o livro não apresenta como foram achadas as fórmulas ele apresenta a história da resolução de equações de segundo grau, e isto é relevante.
CONTEÚDOS IMPARES	DESENVOLVIMENTO	ABERTURA CAPÍTULO RADICIAÇÃO: CONVERGÊNCIAS	BOM	Esta página ao meu ver tem a finalidade de ser introdução ao capítulo de radiciação. O aluno já possui a noção do que é raiz quadrada, então ele apresenta três exercícios desafiantes envolvendo raízes quadradas. O desenvolvimento (apresentação dos textos e exercícios está bom) talvez o problema será na relevância destes exercícios e textos para o capítulo.
	RELEVÂNCIA		RELEVANTE	

CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	ABERTURA CAPÍTULO EQUAÇÕES: CONVERGÊNCIAS	<b>RUIM</b>	A contextualização não é uma boa escolha( num caso real teria resistência do ar). Mas depois ele apresenta menciona o conceito de queda livre (o que o aluno provavelmente não deve saber). E depois só aplicação de fórmulas, o que não contribui em quase nada para aprendizagem do aluno.
	RELEVÂNCIA		<b>IRRELEVANTE</b>	O aluno apenas usa fórmulas prontas. O problema que envolve área da horta é relevante e motiva o aluno quanto a razão de aprender equações do segundo grau, porém os dois anteriores (abrindo paraquedas e velocidade média em queda livre ) não são relevantes ao capítulo.
CONTEÚDOS ÍMPARES	DESENVOLVIMENTO	VERIFICANDO ROTA: CONVERGÊNCIAS	<b>BOM</b>	
	RELEVÂNCIA		<b>RELEVANTE</b>	

### 5.3 Anexo 3

Abaixo temos as tabelas utilizadas para a análise dos exercícios, tópico a tópico:

Tabelas utilizadas para análise dos exercícios:

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	6	6
Média dificuldade	3	2
Alta Dificuldade	3	0
<b>Somatório</b>	<b>12</b>	<b>8</b>
Contextualização	0	0
Distribuição	Positiva	

Tabela 5: Tabela sobre radiciação

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	3	3
Média dificuldade	0	2
Alta Dificuldade	0	0
<b>Somatório</b>	<b>3</b>	<b>5</b>
Contextualização	0	0
Distribuição	Negativa	

Tabela 6: Tabela sobre expoentes fracionários

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	1	1
Média dificuldade	0	3
Alta Dificuldade	0	1
<b>Somatório</b>	<b>1</b>	<b>5</b>
Contextualização	0	0
Distribuição		

Tabela 7: Tabela sobre simplificação de radicais

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	5	3
Média dificuldade	2	8
Alta Dificuldade	2	2
<b>Somatório</b>	<b>9</b>	<b>13</b>
Contextualização	0	0
Distribuição		

Tabela 8: Tabela sobre operação com radicais

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	1	2
Média dificuldade	0	5
Alta Dificuldade	0	0
<b>Somatório</b>	<b>1</b>	<b>7</b>
Contextualização	0	0
Distribuição		

Tabela 9: Tabela sobre racionalização

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	5	-
Média dificuldade	3	-
Alta Dificuldade	2	-
<b>Somatório</b>	<b>10</b>	-
Contextualização	0	-
Distribuição		

Tabela 10: Tabela sobre revisão de radicais

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	2	4
Média dificuldade	2	4
Alta Dificuldade	3	2
<b>Somatório</b>	<b>7</b>	<b>10</b>
Contextualização	0	0
Distribuição		

Tabela 11: Tabela sobre equação com uma incógnita

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	4	-
Média dificuldade	5	-
Alta Dificuldade	4	-
<b>Somatório</b>	<b>13</b>	-
Contextualização	0	-
Distribuição		

Tabela 12: Tabela sobre equações quadráticas incompletas

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	5	-
Média dificuldade	7	-
Alta Dificuldade	4	-
<b>Somatório</b>	<b>16</b>	-
Contextualização	0	-
Distribuição		

Tabela 13: Tabela sobre número de raízes e discriminantes, sistemas de duas equações

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	2	-
Média dificuldade	2	-
Alta Dificuldade	1	-
<b>Somatório</b>	<b>5</b>	-
Contextualização	0	-
Distribuição		

Tabela 14: Tabela sobre equações fracionárias, irracionais e biquadradas

	<b>Convergências</b>	<b>Vontade de Saber</b>
Baixa dificuldade	11	-
Média dificuldade	6	-
Alta Dificuldade	9	-
<b>Somatório</b>	<b>26</b>	-
Contextualização	0	-
Distribuição		

Tabela 15: Tabela sobre revisão de equações