Análise Vertical - Tarefa 5
Grupo B

José Laurentino Vieira Ruivo RA 141748
Otávio de Nadae RA 156899
Lucas Angelo Hernandes RA 172558
Paulo César de Oliveira Rodrigues RA 185451

Novembro 2017

1 Introdução

Nesta tarefa faremos uma análise vertical do capítulo de Números Complexos do livro didático Matemática Não Tão Complexa, direcionado para alunos da 3ª série do Ensino Médio, escrito por: LEITE, A. J. A; CANO, C. S. D; OLIVEIRA, G; BUCALON, N. L. pertencentes ao Grupo F da tarefa 4.

Essa análise crítica tem o intuito de destacar problemas e oferecer possíveis soluções para os mesmos. Além disso, desejamos dar sugestões que poderão ser acatadas ou não pelos autores. O objetivo de discutir estes pontos positivos e negativos é a melhoria do trabalho dos colegas.

2 Metodologia

A metodologia foi dividida em quatro eixos:

1. Estrutura:

    - Conexão: verificar se há sutileza na mudança de assuntos a fim de evitar uma quebra de raciocínio do leitor, avaliar se a sequência de apresentação de conceitos faz sentido e se são feitas ligações entre os conceitos matemáticos que estão sendo apresentados com conceitos matemáticos vistos em páginas anteriores.
    - Diagramação: observar novidades no formato do livro e verificar se existem problemas gerais de edição, como espaçamento entre textos, quebras do layout, erros de itemização, distância entre uma propriedade/teorema e sua demonstração, entre outros.
    - Caixas especiais: apurar o cumprimento da função de cada uma das caixas especiais, verificar se as mesmas possuem um papel pertinente e se estão distribuídas adequadamente.

2. Conteúdos matemáticos:

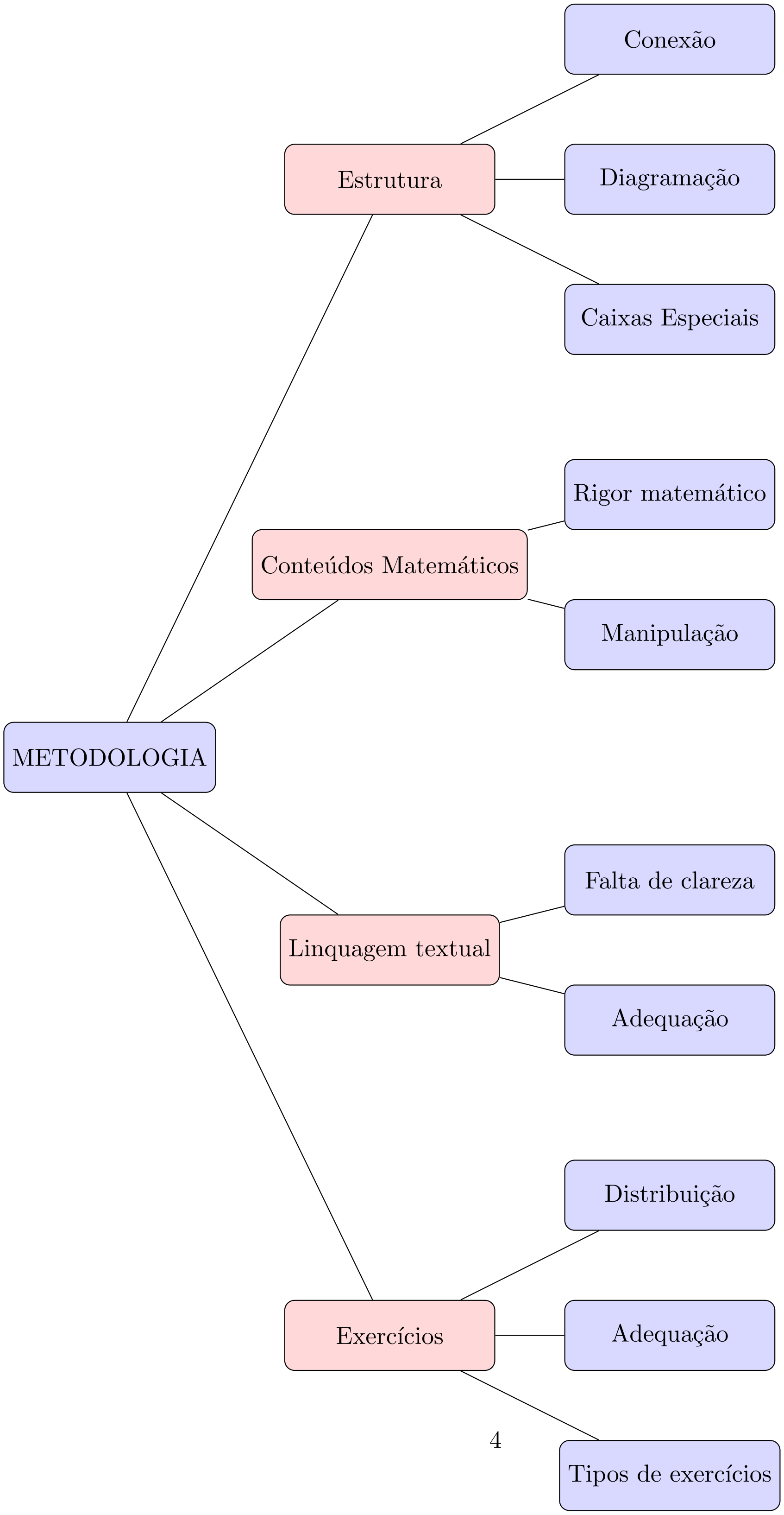
    - Rigor matemático: analisar a formulação de definições, o enunciado de proposições e se existe coerência na nomenclatura utilizada para um mesmo conceito.
    - Manipulação: analisar o desenvolvimento algébrico de expressões e equações.

3. Linguagem textual:

    - Falta de clareza: analisar ortografia, repetições de palavras, frases mal formuladas e ambiguidades.
    - Adequação: analisar se a linguagem utilizada no livro é adequada ao ano escolar e ao contexto social a que se destina.

4. Exercícios:

    - Distribuição: analisar a quantidade de exercícios no decorrer das páginas do capítulo, isto é, se possui uma proporção balanceada de exercícios.
    - Adequação: analisar se o exercício é apropriado para o ano escolar e se eles podem ser resolvidos com as ferramentas abordadas na teoria.
    - Tipos de exercícios: analisar se os exercícios enquadram em aplicação direta ou indireta. E ainda, em aplicação indireta verificar se este há contextualização, e qual tipo de contextualização é esta: problema ou investigação.


METODOLOGIA
Estrutura
Conexão
Diagramação
Caixas Especiais
Conteúdos Matemáticos
Rigor matemático
Manipulação
Linquagem textual
Falta de clareza
Adequação
Exercícios
Distribuição
Adequação
Tipos de exercícios

3 Análise

Para um bom entendimento da análise, organizamos a tarefa da seguinte maneira: após um comentário e sua localização no capítulo analisado, uma caixa de sugestão conclui a crítica feita. A página referenciada constará na margem esquerda e sua mudança será marcada por uma linha separadora. As caixas na cor verde sinalizam o reconhecimento de um ponto positivo do capítulo.

3.1 Estrutura

3.1.1 Conexões

Páginas 12 a 18

A seção Representação Cartesiana e Operações com Complexos começa a partir da página 12 e vai até a página 18. O capítulo não possui um sumário mas, se tivesse, seria:

Representação Cartesiana e Operações com Complexos - página 12.

Exercícios Resolvidos - página 17.

Exercícios Propostos - página 18.

Gostaríamos de chamar a atenção para o salto de páginas que ocorre entre o título da seção e seus exercícios. Isso indica que a representação cartesiana e as quatro operações que foram abordadas estão todas em um texto sem separação de subseções, um texto que só não é totalmente corrido por causa das ilustrações.

> Aconselhamos que essa seção seja fragmentada em subseções, de modo que cada operação tenha um destaque no texto corrido. Um sumário detalhado contribui na consulta rápida do livro e facilita quando o aluno precisar estudar especificamente uma das operações, por exemplo.

Página 13

No texto, estabelece-se a relação entra a representação cartesiana de números complexos e vetores. A ligação é feita sem qualquer preâmbulo do estudo de vetores e a notação da decomposição das coordenadas $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ é utilizada. Além disso, ao abordar a soma e a subtração de números complexos, a regra do paralelogramo é apenas citada, com uma ilustração que não possui um paralelogramo e sem uma retomada de seu funcionamento.

Sabemos que o conteúdo de vetores pode ser abordado na aula de Matemática e que cada vez mais este objeto de estudo tem sido apontado para entrar no currículo da disciplina. Caso o grupo tenha pensado que um capítulo sobre vetores fará parte da coleção em que o capítulo de números complexos está, a ausência de uma explicação mais aprofundada pode ser compreendida. No entanto, mesmo que tenha sido concebido dessa maneira, a ilustração com o paralelogramo e algum exemplo pode contribuir para que as relações entre os conteúdos seja feita com sucesso pelos estudantes.

> Recomendamos que sejam retomadas as operações entre vetores e também sua notação. Revisar as ilustrações com os paralelogramos pode contribuir na visualização da relação desejada.

Página 14

No bilhete, é dito para o aluno que a subtração $z_1 - z_2$ pode ser feita como uma adição do número complexo z_1 com o oposto do número complexo z_2, ou seja, calculando $z_1 + (-z_2)$. Porém o significado de um número complexo com um sinal de menos na frente ainda não havia sido mencionado.

Mesmo que, um pouco abaixo na mesma página, é dito que rotacionar um número por 180° significa multiplicá-lo por -1, os conteúdos ainda mantêm-se em uma ordem em que a apresentação da nomenclatura $-z_2$ não faz sentido no primeiro momento em que aparece.

Sugerimos que, antes da apresentação da soma e subtração de números complexos, seja introduzida a multiplicação de um número complexo por um número real. Ou seja, apresentar ao aluno o que significam, dado um número complexo z, os números $2z$, $-7z$, $-z$, $0z$. Pois, por mais simples que pareça ser, é possível que não seja direta para um aluno a implicação $z = a + bi \Rightarrow -z = -a - bi$.

3.1.2 Diagramação

Ao folhearmos um livro, a primeira avaliação que fazemos é totalmente visual, ou seja, a estrutura do livro é fundamental para chamar a atenção do leitor, em um segundo momento, a diagramação será de grande importância para facilitar a leitura e a compreensão do material.

A ideia de deixar uma pequena coluna à direita para objetivos, lembretes e observações, nas páginas de conteúdo, é ótima e aumenta a qualidade visual do livro.

O encadeamento entre textos e figuras está muito bom, tanto em relação ao espaçamento quanto ao tamanho das imagens.

Percebemos que as margens não estão padronizadas, ou seja, elas são diferentes no decorrer do capítulo, esse tipo de problema ocorre em diversas páginas, portanto achamos importante o grupo fazer uma revisão buscando uniformizar o layout das páginas. Por exemplo, observamos a diferença de margens laterais entre as páginas 5 e 12, além da diferença das margens da esquerda, também achamos que o quadrinho de objetivos, na página 5, ficou muito à direita. Outro exemplo é a diferença de margens inferiores entre as páginas 9 e 10, causando uma mudança na posição do número da página.

Ainda em relação à numeração das páginas, notamos que nas páginas 5 e 43 não existe a linha sobre o número da página.

Fica esteticamente melhor que o espaçamento seja padrão. Na página 14, não há um espaçamento maior antes do quadrinho laranja nem antes do Exemplo, como é feito em outras páginas. Também sugerimos que, na página 28, haja um espaçamento entre os passos 1 e 2.

Em algumas páginas percebemos a falta de espaçamento necessário entre palavras, listamos a seguir. Na terceira linha da página 6 falta um espaço depois da vírgula. Na última linha do terceiro parágrafo da página 13 também falta espaço após as vírgulas. Na página 20, na terceira linha do terceiro parágrafo tem um espaço antes da vírgula. Na segunda linha da página 21 existe um espaço antes do dois pontos. Na página 24 falta espaço após o símbolo de pertence. Na página 25, segundo parágrafo, também falta um espaço antes da palavra **temos**.

No primeiro parágrafo da página 19 existe uma igualdade separada em duas linhas, ela deve ficar na mesma linha. Essa quebra também acontece em uma igualdade na página 40, na primeira linha da demonstração.

No exercício 3 da página 32 há uma seta entre duas linhas, ficaria melhor na linha de cima.

> Sugerimos que sejam criadas caixas especiais para os exemplos, pois sentimos dificuldade em identificar o final de cada exemplo.

3.1.3 Caixas Especiais

Página 7

A interação computacional faz referência a uma série de vídeos muito interessante que apresenta de maneira didática e descontraída a história dos números complexos.

> A indicação contribui para a desmistificação dos números complexos e aumenta a bagagem cultural em matemática dos estudantes. Além disso, está harmoniosamente inserido na proposta do capítulo, que procura desde sua linguagem tratar os números complexos com naturalidade.

Página 8

O bilhete de observação diz “Preferimos não formalizar o conjunto dos reais devido à sua dificuldade”. Concordamos que tal formalização está além do que se desejava naquele momento, mas não julgamos essa justificativa relevante para os alunos.

> Sugerimos que o lembrete seja retirado e que seja mencionado que o conjunto dos reais é a união dos conjuntos de números racionais e irracionais. Isso geraria o problema de duas definições que se citam, pois os conjunto dos números irracionais foi definido usando o conjunto dos números reais. No entanto, o erro está na definição do conjunto dos números irracionais, que utilizou um conjunto que ainda nem tinha sido apresentado. Recomendamos que, nos números irracionais, diga-se que são os números que não podem ser expressos a partir do quociente entre dois números inteiros.

Página 9

A primeira definição possui o seguinte texto:

“Podemos ver que o formato do número complexo é dado por z = a+bi, sendo a representação de cada número única.”

Para um quadro de definição, consideramos ele muito cheio de texto que não é a definição em si.

Sugerimos que o texto dentro do quadro de definição seja: "A forma de um número complexo z é $z = a + bi$ e sua representação é única". Recomendamos o mesmo tipo de revisão em todas definições do capítulo, a fim de deixá-las mais condensadas.

Página 20

As duas caixas de definição foram usadas inadequadamente. Os conteúdos delas não se tratam de definições; são apenas manipulações das relações trigonométricas seno e cosseno.

Aconselhamos que as igualdades sejam retiradas das caixas especiais de definição.

Página 21

Na interação computacional, a proposta é apresentada muito brevemente e, caso o aluno queria saber mais, ele deve clicar no link. Não houve uma explicação, nem nessa página nem na página "Como usar esse livro", sobre como essa interação vai se desenrolar na versão física. A princípio, essa proposta ficaria inacessível para os alunos, exceto em uma versão digital.

Recomendamos que essa interação seja melhor explicada. Além disso, considerando a versão física, sugerimos uma apresentação mais extensa da proposta, para alunos que não possuam os meios de acesso à interatividade.

3.2 Conteúdos matemáticos

3.2.1 Rigor Matemático

Página 14 Abaixo da caixinha laranja, ao realizar sucessivas multiplicações de um número complexo $z_1 = a + bi$ pelo número $z_2 = i$, há um erro na notação pretendida. Entendemos que foi desejado expressar pelos números z_1', z_1'' e z_1''' as rotações de z_1 de 90°, 180° e 270° em torno da origem. Mas na primeira linha desses produtos foi escrito $z_1 = (a + bi) \cdot i = ai + bi^2 = ai - b$, e entendemos que esse número deveria ser z_1' já que no exemplo logo abaixo z' representa z multiplicado por i (ou rotacionado de 90°).

Essa pequena confusão também acabou causando um erro nas igualdades da primeira e da quarta linha. Pois na primeira linha é dito que $z_1 = ai - b$, enquanto na quarta linha é dito que $z_1''' = a + bi = z_1$, o que não é verdade.

> Antes de realizar os produtos de z_1 por $z_2 = i$, sugerimos que seja escrita a igualdade $z_1 = a + bi$ e que, na primeira linha dos produtos, seja escrito $z_1' = z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot i$, deixando claro que z_1' representa o produto de z_1 por i. Também realizar isso nas linhas abaixo, escrevendo $z_1'' = z_1' \cdot i$, $z_1''' = z_1'' \cdot i$ e $z_1'''' = z_1''' \cdot i = \ldots = z_1$.

Página 15 No segundo parágrafo, é dito: "O conjugado na radiciação é um número que, quando você soma ou multiplica o número com seu conjugado, o resultado é um número real". Observamos que o objetivo dessa fala é dizer que o conjugado é utilizado quando possuímos um número com uma raiz irracional qualquer e, a partir de alguma operação com esse número e o seu conjugado, eliminamos essa raiz irracional, obtendo um número racional. Percebemos que esse processo foi representado abaixo desse parágrafo, sendo utilizado para racionalizar o denominador de uma fração.

O problema encontrado na frase citada é que, ao abordar a definição do conjugado de um número complexo a partir do processo de racionalização, confundiu-se os dois universos. É dito que o resultado de uma operação de um número com o seu conjugado (falando aqui de "radiciação") é um número real, mas a princípio todos os números dos quais se pretende falar nessa abordagem são reais (incluindo os números apresentados na racionalização do denominador). Por outro lado, é verdade que ao somar ou multiplicar um número complexo pelo seu conjugado, o resultado da operação é um número real, mas na frase citada ainda não está sendo falado da operação entre números complexos.

> Uma mudança que pode ser feita é modificar "(...) o resultado é um número real" para "o resultado é um número racional", pois estamos falando de números irracionais que se tornam racionais a partir de uma certa operação. Outra sugestão é abordar o conjugado de um número complexo dizendo que, dado um número $z = a + bi$, pretende-se somar ou multiplicar outro número complexo e obter como resultado um número real.

Ainda nessa parágrafo, é dito que, ao encontrar um número como $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$, basta multiplicar o número pelo seu conjugado. Mas a operação que realmente é feita é multiplicar tanto o numerador quanto o denominador pelo conjugado do denominador, ou seja, por $1 - \sqrt{2}$.

Em vez de dizer “(...) bastava multiplicar pelo seu conjugado”, acreditamos que seja mais prudente colocar “bastava multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador”.

Página 19

No quadro de definição, é dito que o argumento de um número complexo é dado pelo ângulo que o vetor correspondente a esse número complexo forma com o eixo x. Essa definição não está muito apurada, porque se um número complexo estiver no segundo quadrante, por exemplo, o aluno pode pensar - por conta da definição - que o argumento desse número é o ângulo agudo entre o vetor do número e a parte negativa do eixo x.

Definições mais precisas do argumento de um número complexo sempre o descrevem como o arco formado a partir do semi-eixo x positivo até o vetor correspondente ao número complexo. Uma sugestão é a seguinte: “O argumento de z é o ângulo formado pelo vetor $\overrightarrow{OP}$ e pelo semi-eixo x positivo, tomado a partir desse semi-eixo, no sentido anti-horário”.

Página 20

Ao apresentar as fórmulas de multiplicação e divisão de números complexos em sua forma polar, o livro não dá nenhuma explicação de onde elas vêm, de por que elas são válidas.

Como o livro apresenta, no fim do capítulo, uma demonstração (mesmo que a um nível acessível aos alunos do Ensino Médio) do Teorema Fundamental da Álgebra, sentimos falta de demonstrações para essas fórmulas.

Acreditamos que essas demonstrações sejam simples e rápidas Por retomar algumas fórmulas da trigonometria, é válido que se incorpore no livro.

Página 25

No último parágrafo, é comentado que um polinômio de grau n possui n raízes. E, a partir disso e do que foi abordado anteriormente sobre radiciação, é feita uma conclusão errada. Essa conclusão é a de que, após encontrar a raiz de um polinômio de grau n, é possível encontrar todas as outras $n-1$ raízes desse polinômio, pois seus módulos serão iguais e seus argumentos equidistantes.

Essa conclusão equivocada ocorre pela confusão entre encontrar as n raízes enésimas de um número complexo e encontrar as n raízes complexas de um polinômio de grau n. A técnica descrita é válida somente quando encontra-se uma raiz enésima de um número complexo $z = a + bi$ e ainda deseja-se encontrar as outras raízes enésimas desse número. Para um polinômio qualquer de grau n, a afirmação de que os módulos de suas n raízes são iguais é facilmente contestada, por exemplo, com o polinômio $x \cdot (x-1) = 0$, que possui como raízes os números complexos 0 e 1 cujos módulos são distintos.

A primeira sugestão é que, logo no início desse parágrafo, o texto seja modificado para "Um polinômio de grau n terá n raízes complexas, $(\ldots)$". E uma sugestão de escrita para a parte seguinte, a fim de manter a ideia de que é possível encontrar as demais raízes de um polinômio a partir de uma única raiz, é afirmar que estão sendo considerados apenas os polinômios da forma $z^n = a$, onde a é um número complexo qualquer.

Página 27

No último parágrafo, é dito que ao colocar as n raízes de um número complexo no plano, será construído um polígono de n lados.

Acreditamos que seja válido comentar que o polígono de n lados formado é regular.

Página 39

No primeiro parágrafo, há um trecho em que é dito "raízes de equações do tipo $p(x) = ax^2+bx+c$". Primeiramente, $p(x) = ax^2 + bx + c$ é um polinômio de grau 2, portanto podemos encontrar as raízes desse polinômio. Ou então podemos encontrar as raízes da equação $p(x) = 0$, ou seja, $ax^2+bx+c = 0$.

E, no texto logo abaixo da fórmula de Bhaskara, é dito "as raízes de x". As raízes são, na verdade, do polinômio $p(x) = ax^2 + bx + c$ ou da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

Acreditamos que o texto pode ser readequado sutilmente de diversas maneiras a fim de evitar esse pequeno erro de nomenclatura. Nossa sugestão é modificar a primeira parte mencionada para "$(\ldots)$ encontrar as raízes de polinômios do tipo $p(x) = ax^2 + bx + c$", pois essa mesma escrita é repetido ao longo do texto. E, para a segunda parte mencionada, sugererimos que a modificação seja feita para "$(\ldots)$ as raízes do polinômio".

3.2.2 Manipulação

Página 10

No exercício resolvido 3, há uma implicação incorreta na seguinte passagem:
$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \sqrt{-1} = \pm i$

A indicação de "mais ou menos" deve aparecer a partir da igualdade $x = \sqrt{-1}$, ficando $x = \pm\sqrt{-1}$.

3.3 Linguagem textual

3.3.1 Falta de Clareza

Em um livro didático é muito importante ser claro e objetivo para facilitar a compreensão por parte do leitor.

Página 4

Na explicação da estrutura visual referente às propostas com tecnologia, entende-se que o símbolo do computador vem **após** as linhas.

Onde se diz: "Você encontrará **uma** seções..." deveria ser substituído por "Você encontrará **algumas** seções...".

Página 5

Na última linha do primeiro parágrafo a palavra **pra** deveria ser substituída por **para**.

O terceiro parágrafo está confuso. Sugerimos uma mudança para: "Então reescrevamos a fórmula de modo que possamos obter uma equação que possui uma fórmula de resolução conhecida".

Na frase seguinte as palavras **dizer que** são desnecessárias.

Página 6

No quinto parágrafo, achamos que os termos **comutatividade** e **distributividade** ficam melhor que **comutativa** e **distributiva**.

Página 7

No segundo parágrafo há um erro de digitação, a palavra **artimanhas** deve ser substituída por **artimanha**. No último parágrafo sugerimos que o termo "foi grande responsável" seja substituído por "foi a grande responsável".

Página 8

No primeiro parágrafo, no trecho "não era possível **de** ser resolvido", a palavra grifada deve ser extraída.

No último parágrafo, o trecho "números imaginários são reais", apesar da ressalva, pode gerar ambiguidade pelo contexto.

No trecho do último parágrafo onde diz "Do mesmo modo que os outros conjuntos já tiveram seus tempos de negação e estranhamento, os números imaginários sofrem um pouco mais com isso, pelo nome infeliz que foram dar a eles" achamos a frase e sugerimos mudar para "Assim como os outros conjuntos já tiveram seus tempos de negação e estranhamento, os números imaginários também sofrem com isso, porém um pouco mais pelo nome infeliz que foram dar a eles".

Página 9

O primeiro parágrafo se inicia com "**Deste** modo que", que deveria ser substituída por "**De** modo que" ou por "Deste modo".

No parágrafo seguinte encontramos a seguinte frase: "Desta forma, também **vem** mais naturalmente que", sugerimos a substituição por "Desta forma, fica claro que".

Página 13 Na quarta linha do segundo parágrafo a palavra **imaginário** deve ser substituída por **imaginária**.

No quarto parágrafo está escrito assim: "A soma entre dois **vetores** também é vista como uma soma vetorial", essa frase soa um pouco redundante, talvez os vetores façam referência aos números complexos, achamos que seria bom deixar mais claro.

Página 15 No final da página observamos a seguinte frase: "**Abaixo**, segue a representação algébrica e geométrica". Essa frase não condiz com o conteúdo que segue logo abaixo, portanto deve ser corrigida.

Página 25 Na caixa de definição, a palavra **enézima** deve ser substituída pela palavra **enésima**.

Página 27 Na última linha do terceiro parágrafo está escrito "cujo vértices", mas o correto seria "cujos vértices".

Página 30 No passo 2 existe um erro de digitação: deveria ser **4º** quadrante.

Página 31 As palavras "da reta" estão repetidas.

Página 35 A palavra "tenta" deve ser substituída por "tente".

Página 39 Na segunda linha deve ser acrescentada a palavra **com** antes de "uma fórmula".

Página 41 Na primeira linha está faltando a letra **r** após o sinal de igualdade.

Na terceira linha do primeiro parágrafo, antes da palavra "varia" deve ser colocado "e" ou "que".

3.3.2 Adequação

A linguagem utilizada durante o capítulo é o tempo todo direcionada à pessoa do aluno, funcionando como uma conversa entre os autores e o leitor.

> O capítulo possui uma linguagem que contribui para naturalizar o tema dos números complexos. Considerando que este capítulo faria parte de uma coleção, a linguagem certamente seria um forte diferencial do trabalho.

No entanto, alertamos para o risco da linguagem ficar oralizada em excesso como por exemplo no trecho destacado:

Página 17

"Como vimos, para realizar a soma de dois números complexos na forma algébrica, somamos as partes real e imaginária separadamente. Ou seja, **somamos o que for real com real e o que for imaginária com imaginária**".

> Dado que o livro é para jovens que possuem em média 16 ou 17 anos, consideramos positiva a linguagem utilizada, pois realmente se parece com um bate-papo descontraído sobre números complexos. No entanto, recomendamos uma revisão em trechos que estão muito oralizados como o destacado.

Em certos momentos do capítulo, os números e equações matemáticas não estão utilizando o comando que aciona a escrita em equação (o cifrão). Isso pode confundir o leitor. Por exemplo:

Página 9

"Se escrevêssemos **z = ai+b**, o **a** seria a parte imaginária e o **b** seria a parte real."

Nesse trecho, a e b são as partes real e imaginária e até estão destacadas pelo texto em negrito mas, no capítulo, o destaque está muito sutil e quase não conseguimos diferenciá-lo do resto do texto.

> Sugerimos a adição do comando de equação para todos os números, fórmulas e textos matemáticos em geral em todo o capítulo.

Páginas 8 e 9

A forma do número complexo é apresentada como sendo $z = a + bi$. Na página 9, as partes real e imaginária são destacadas. Essa página se encerra com uma observação que alerta para uma possível confusão entre essas partes caso sejam trocadas as letras que as representam. Julgamos esta observação pouco relevante, pois a discussão do significado das letras já deve estar bastante avançada pelo contato com conteúdos como resolução de equações do 2º grau com seus coeficientes.

Além disso, quando as partes real e imaginária são indicadas pelas letras a e b em qualquer material sobre números complexos, a ordem alfabética prevalece com a denotando a parte real e b denotando a parte imaginária.

> Sugerimos a retirada desse parágrafo.

3.4 Exercícios

Dentre as diversas ferramentas para escolarização, os exercícios têm grande destaque no processo de fixação dos conteúdos estudados, de tal forma separamos um eixo desta análise vertical apenas para os exercícios.

Recorrendo a metodologia, os exercícios serão analisados em distribuição, que visa apurar como os exercícios estão distribuídos ao longo do capítulo; a adequação dos mesmos, se estão apropriados para a faixa etária, se a ordem escolhida dos exercícios está favorável ao aprendizado do leitor e se o nível de dificuldade está coerente; por fim será analisado os tipos de exercícios.

Os tipos de exercícios serão divididos em dois grupos: os que são de aplicação direta, que usa conceitos, fórmulas, sem a necessidade de "raciocinar", está óbvio como resolver; e aplicação indireta, que são exercícios que necessitam de raciocínio, que não está óbvio como revolver.

Aplicação indireta ainda está dividida em dois grupos: problemas, são exercícios contextualizados, onde o aluno terá que interpretar as informações e chegar no que se pede; investigação, também são exercícios contextualizados ou não, e o aluno terá que interpretar as informações e chegar em uma das diversas soluções, geralmente são exercícios que pedem para o aluno explicar, conceituar com suas palavras, ou seja, que expressa a opinião no aluno, dando a possibilidade de infinitas soluções.

Foram analisados 75 exercícios, entre eles:

exercícios resolvidos	13
exercícios propostos	28
auto avaliação	10
exercícios complementares	24

3.4.1 Distribuição

Os exercícios estão bem distribuídos, tanto os exercícios resolvidos e os propostos estão no fim das seções de conjuntos numéricos, representação cartesiana e operações com complexos, representação polar e operações com complexos, radiciação. Vimos que a seção de introdução não há necessidades de exercícios, porque é uma seção introdutória para demais.

Sugerimos que dividam os exercícios no final de radiciação entre as seções que tratam potenciação e radiciação,para que fique mais claro ao aluno como trabalhar e para que haja mais possibilidades de trazer exercícios variados sobre potenciação e radiciação.

3.4.2 Adequação

No critério onde trata adequação, após a análise foi possível concluir que eles estão apropriados à faixa etária; a sequência lógica dos exercícios são favoráveis para o aprendizado, porque traz exercícios conceituais e os próximos vão aumentando o nível de dificuldade.

Na seção de conjuntos numéricos, na página 11,os exercícios propostos estavam mais voltados para os demais conjuntos, sendo que eles já foram trabalhados em anos anteriores e sabendo que o foco seria o conjunto dos números complexos, mesmo que sabemos que este engloba os demais conjuntos.

Na seção de representação cartesiana e operações com complexos, na página 18, não há exercícios que pedem a representação cartesiana, seque que em representação polar e operações com complexos a uma pequena quantidade que trata a representação polar geometricamente.

Houveram dois exercícios que não foi possível fazer a análise, pois estão com erros de escrita, portanto consideramos esses dois exercícios inapropriados para o livro na presente situação. Logo é recomendado uma correção da escrita. Segue a foto destes.

1. Dado o complexo $z = 4(\cos(15°) + i\text{sen}(15°))$, vamos usar a fórmula de Moivre para calcular z^{10}.

   Pela fórmula de Moivre, temos: $z^{10} = 4^{10}(\cos(10 \cdot 15°) + i\text{sen}(10 \cdot 15°))$

   Portanto, $z^{10} = 4^{10}.(\cos(150°) + i\text{sen}(150°))$

Figure 1: p. 32

Acreditamos que na figura 1 falta o exercício, talvez esta seja apenas a solução.

---

4. Verifique se os números complexos $z_1 = 2 - 2i$ são soluções da equação $z^2 - 4z + 8 = 0$

Figure 2: p. 34

Acreditamos que na figura 2 há um erro de linguagem textual, porque há incoerência na escrita.

Em relação ao nível de dificuldades, temos:

Não foi encontrado nenhum problema com o nível de dificuldade.

Foi localizado em todos os 75 exercícios 7 imagens consideramos um número baixo, porque sabem que figuram, relacionadas com o conteúdo, chamam a atenção do leitor. Visa ressaltar também que para tal conteúdo a disponibilidade de imagens é escassa.

	Frequência	**Frequência Percentual**
fácil	32	42,67%
médio	25	33,33%
difícil	16	21,33%
confuso	2	2,67%
Total	75	100%

Table 1: Classificação do nível de dificuldade

Sugerimos um pouco mais de exercícios focados em conjuntos dos números complexos na seção de conjuntos numéricos, assim como o acréscimo de exercícios que exijam necessariamente uma representação cartesiana, assim como na representação polar nas seções correspondentes, segue exemplos:

1. Representando geometricamente um número complexo

   a) z = 1 + i, A(1,1)

   b) z = 3 + 2i, B(3,2)

   c) z = -2 + 4i, C(-2,4)

   d) z = -3 -4i, D(-3,-4)

   e) z = 2 + 2i, E(2,2)

   f) z = 4i, F(0,4)

   g) z = -5, G(-5,0)

   Disponível em http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/plano-argandgauss.htm

2. (UFMS) Com relação às propriedades e representações dos números complexos, é correto afirmar que:

   (1) se z é o número complexo representado no plano complexo da $figura1$, então $z = -3\sqrt{3i}$.

   (2) o número $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}i^{24}$ é real

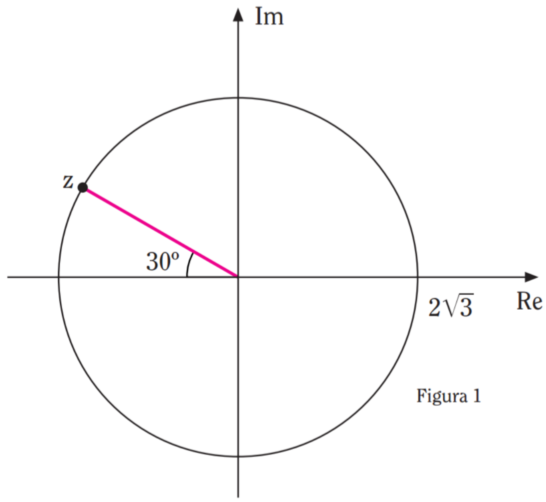


Figura 1

(4) o lugar geométrico dos pontos $z = x + yi$ do plano complexo, tais que a parte real do número $(z + 1)$ é igual a 2, é uma reta paralela ao eixo horizontal

(8) se z_1 e z_2 são os números complexos representados no plano complexo da $figura2$, então $z_1.z_2 = -6 + 2i$

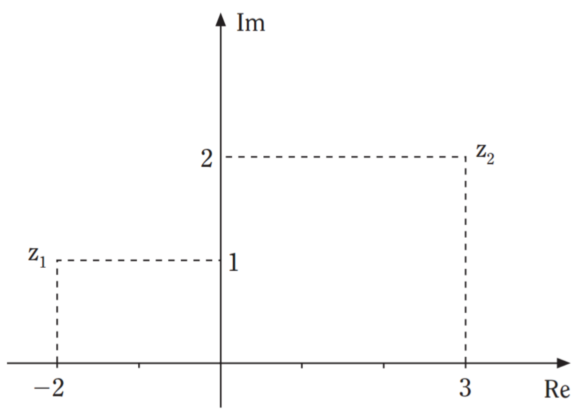


Figura 2

Em relação ao nível de dificuldade, sugerimos um pouco mais de exercícios difíceis, para que estes sejam preparativos para os vestibulares que os alunos irão prestar, assim como mais exercícios retirados de vestibulares, porque ao longo de todos os exercícios foi encontrado apenas um. A presença destes faz com que os alunos se familiarizarem, "quebrando a surpresa" quando forem prestar os vestibulares.

(Furg-RS) Os valores reais de x, de modo que a parte real do número complexo $z = \frac{x-i}{x+i}$ seja positiva, é:

a) $\{x \in \Re \| x < -1 \text{ ou } x > 1\}$

b) $\{x \in \Re \| -1 < x < 1\}$

c) $\{x \in \Re \| x < -1\}$

d) $\{x \in \Re \| x > 1\}$

e) $\{x \in \Re \| x > -1\}$

> E por último, sugerimos que a solução escrita dos exercícios resolvidos estejam em destaque: deixando escrito a palavra "Solução", ou algum sinônimo; colocar em itálico; etc. para que haja uma separação entre questão e solução.

1. Classifique em verdadeiro ou falso os itens a seguir:

   a) $-10 \in N$
   Solução: Falso. Não há negativo nos naturais.

   b) $-10 \in Z$
   Solução: Verdadeiro. Vide página 8.

   c) $\pi \in Q$
   Solução: Falso. π é um número irracional.

   d) $0 \in N$
   Solução: Falso. O conjunto começa no 1.

   e) $10 \in C$
   Solução: Verdadeiro. $z = 10 + 0i = 10$

   f) $\pi \in R$
   Solução: Verdadeiro. $I \subset \Re$

   g) $2i \in C$
   Solução: Verdadeiro. $z = 0 + 2i = 2i$

3.4.3 Tipos de exercícios

Em relação aos tipos de exercícios, temos:

	Frequência	**Frequência Percentual**
Aplicação direta	71	94,67%
Aplicação indireta	4	5,33%
Total	75	100%

Table 2: Classificação quanto ao tipo de exercícios

E ainda temos:

	Frequência	**Frequência Percentual**
Problemas	2	50%
Investigação	2	50%
Total	4	100%

Table 3: Classificação quanto ao tipo de exercícios

Notamos uma desproporção na quantidade de exercícios entre aplicação direta e indireta. Seria interessante uma quantidade maior de aplicação, sabemos que é difícil encontrar estes, mas tal justificativa não abona a falta.

1. (Unesp) Uma pessoa, em seu antigo emprego, trabalhava uma quantidade x de horas por semana e ganhava R$ 60,00 pela semana trabalhada. Em seu novo emprego, essa pessoa continua ganhando os mesmos R$ 60,00 por semana. Trabalha, porém, 4 horas a mais por semana e recebe R$4,00 a menos por hora trabalhada. O valor de x é

   a) 6.

   b) 8.

   c) 10.

   d) 12.

   e) 14.

2. (Unb) Um antigo pergaminho continha as seguintes instruções para se encontrar um tesouro enterrado em uma ilha deserta:

   Ao chegar à ilha, encontre um abacateiro, uma bananeira e uma forca. Conte os passos da forca até o abacateiro; ao chegar ao abacateiro, gire 90° para a direita e caminhe para frente o mesmo número de passos; neste ponto, crave uma estaca no solo. Volte novamente para a forca, conte o número de passos até a bananeira; ao chegar à bananeira, gire 90º para a esquerda e caminhe para a frente o mesmo número de passos que acabou de contar; neste ponto, crave no solo uma segunda estaca. O tesouro será encontrado no ponto médio entre as duas estacas.

Um jovem aventureiro resolveu seguir as instruções para localizar o tesouro e, sendo um bom conhecedor de números complexos, reproduziu o mapa no plano complexo, identificando a forca com a origem, o abacateiro com o número $A = 7 + i$ e a bananeira com o número $B = 1 + 3i$. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

(1) O menor ângulo entre os números complexos A e iA é igual a 90º.

(2) O ponto médio entre os números complexos A e B é dado por $\frac{(A-B)}{2}$.

(3) A primeira estaca foi cravada no ponto $A - iA$.

(4) Seguindo as instruções do mapa, o aventureiro encontraria o tesouro no ponto da ilha corresponde ao número complexo 3 - i.

3. (Uerj) Um matemático, observando um vitral com o desenho de um polígono inscrito em um círculo, verificou que os vértices desse polígono poderiam ser representados pelas raízes cúbicas complexas do número 8. A área do polígono observado pelo matemático equivale a:

a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $4\sqrt{3}$

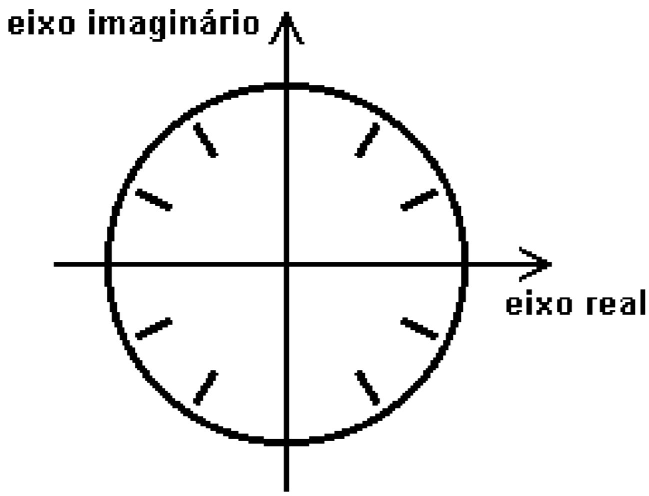
Vale ressaltar que dois exercícios de aplicação indireta eram problemas, consequentemente contextualizados e dois de investigação não eram contextualizados. E os dois exercícios confusos foram considerados aplicação direta devido ao contexto tratado.

"A resolução de problemas como uma tendência da Educação Matemática é colocada aqui no sentido de resolver problemas como "fazer matemática". Neste sentido a resolução de problemas é considerada na perspectiva de compreensão conceitual mais do que mero desenvolvimento mecânico de habilidades, o estudante é visto como um aprendiz independente, intérprete e usuário da matemática." (ZUBIOLO, A. R., p. 4, disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1843-6.pdf)

Assim, cabe um pouco mais de exercícios de aplicação indireta, para que tenhamos estudantes independentes dos docentes.

Sugerimos mais exercícios que sejam problemas e/ou investigação, de tal forma que sejam contextualizados, o objetivo disto é que o conteúdo seja inserido no âmbito cultural e social do aluno, como por exemplo:

1. (Ufrj) Um jantar secreto é marcado para a hora em que as extremidades dos ponteiros do relógio forem representadas pelos números complexos z e w a seguir: $z = \alpha \cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2}), w = z^2$, sendo α um número real fixo, $0 < \alpha < 1$.



   Determine a hora do jantar.

2. Luiz está com um triangulo equilátero, inscrito em uma circunferência de centro na origem, tem como um de seus vértices o ponto do plano associado ao número complexo $\sqrt{3+i}$. Explique para o Luiz como é possível existir números complexos associados aos vértices desse triângulo.

3.5 Conclusão

Através da análise, concluímos que a estrutura do livro é boa e que sua aparência visual é agradável, além de seu conteúdo ter bons momentos e de os exercícios estarem em quantidade apropriada e bem distribuídos. Considerando o curto tempo de elaboração do capítulo, é natural que se observe alguns aspectos que podem ser melhorados e corrigidos. Tentamos, com essa análise, apontar aquilo que identificamos como erros ou equívocos, somados aos elogios e sugestões.

É possível ver que o material tem potencial e, caso seja aprimorado, poderia integrar uma coleção que fosse comercializada.