



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA

ANÁLISE HORIZONTAL

Alex Junior Aparecido Leite
Bianca Carlstron Franco de Oliveira
Cora Sanroman Duran e Cano
Giovana de Oliveira

PROFESSOR HENRIQUE SÁ EARP

Análise horizontal dos livros do terceiro ano do
Ensino Médio: *Conexões com a Matemática e
Matemática Paiva*, na proposta da disciplina
MA225, no segundo semestre de 2017.

CAMPINAS - SP

Sumário

1	Introdução	3
2	Metodologia	4
2.1	Estrutura	4
2.2	Conteúdos Essenciais	6
2.3	Conteúdos Adicionais	6
2.4	Exercícios	6
3	Análise	9
3.1	Estrutura	9
3.2	Conteúdos Essenciais	13
3.3	Conteúdos Adicionais	15
3.4	Exercícios	19
4	Considerações Finais	21
5	Referências	22
6	Anexos	23

1 Introdução

Levando em consideração a profissão docente, na qual comumente se depara com questões sobre a qualidade dos livros didáticos, principalmente quando este tem de escolher um livro dentre os aprovados pela PNLD para trabalhar e recomendar para que seus alunos trabalhem, a presente análise consiste na comparação entre dois livros que foram aprovados: “*Conexões com a Matemática*” e “*Matemática Paiva*”, nos quais avaliaremos a exposição do assunto de Cônicas no terceiro ano do Ensino Médio.

Tal estudo será desenvolvido fundamentado em uma metodologia elaborada pelos integrantes deste grupo, após a observação de critérios utilizados por grupos de semestres anteriores desta disciplina, bem como outros aspectos que julgamos pertinente avaliar durante esta comparação.

De acordo com os parâmetros considerados, temos por objetivo eleger um dos livros como o mais adequado e apto a suprir as necessidades do aluno e do professor, de modo que, podendo escolher entre dois livros com a metodologia utilizada, o professor possa se amparar nela para escolher o melhor entre quaisquer dois livros, melhorando sua escolha.

2 Metodologia

Para dizer qual dos livros é o melhor atribuímos um sistema de pontuações na metodologia, do qual contaremos os pontos corridos, sendo o “vencedor” aquele com mais pontos. Considerando que é um livro de Matemática, erros nas definições ou na teoria terão um peso maior. Visto que o público-alvo é o terceiro ano de Ensino Médio, julgamos também o rigor matemático como componente importante, portanto também receberá um peso maior os possíveis erros nas demonstrações.

A metodologia empregada nesta análise horizontal dos livros *Conexões com a Matemática*[1] e *Matemática Paiva*[2], constitui-se, primeiramente, em avaliar se os livros tem os conteúdos que o grupo classificou como essenciais (ditos **Conteúdos Essenciais**) ao falar de Cônicas, sendo “essencial” o que avaliamos como o mínimo necessário. Essa avaliação consta no Anexo e foi feita por um consenso do grupo, uma vez que a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio está sob revisão desde a medida provisória da Reforma do Ensino Médio. Deste modo, se faltar algum desses tópicos, ou se os mesmos forem apresentados de maneira que consideramos errada ou obscura - sendo “obscura” uma explicação não-clara -, o livro perderá 3 pontos para cada tópico errado.

Considerando-se que não haja erros na parte dita essencial, julgamos que a ordem crescente de importância das coisas deve ser **Estrutura** (tudo que diz respeito a decisões estruturais do livro), **Exercícios** (que tipo de exercício o livro traz) e **Conteúdos Adicionais** (conteúdos que não estão listados como essenciais, mas são trazidos pelo livro). Assim, cada tópico de Estrutura valerá $\frac{1}{2}$ ponto, podendo somar 3 pontos nessa categoria caso não haja erros. Na categoria Exercícios será 4 pontos e na categoria Conteúdos Adicionais o livro poderá ganhar 2 pontos por conteúdo extra trazido, sendo o diferencial na pontuação a quantidade de conteúdos pertinentes que cada livro traz além do básico, no caso de as outras categorias não possuírem erros.

2.1 Estrutura

Examinamos o layout de cada livro, tendo em mente os aspectos:

- Motivação inicial:
 - Adequada: Introdução do assunto com um bom contexto, que instiga o aluno a querer saber mais.
 - Inadequada: Não tem motivação inicial, ou tem uma motivação desconexa que não é atrativa.

- Coerência visual para destaques:
 - Adequada: O autor é coerente ao seguir a estrutura específica pré-definida, de modo que observando algumas páginas pode-se imaginar o que vem a seguir.
 - Inadequada: Não tem coerência entre as escolhas visuais, é imprevisível.

- Divisão de capítulos e subcapítulos:
 - Adequada: O autor conecta os assuntos de forma sutil, sem grande quebra de raciocínio.
 - Inadequada: Não há conexão entre os assuntos, o que impossibilita a percepção de relação entre eles.

- Comentários para o professor:
 - Adequado: O autor traz comentários convenientes para o professor, e vai além da solução detalhada dos exercícios, oferecendo sugestões de atividades interdisciplinares ou o uso de softwares, por exemplo.
 - Inadequado: O autor traz apenas o gabarito das questões, sem demais comentários nos quais o professor possa se amparar durante o preparo da aula.

- Auto-avaliação para o aluno:
 - Adequada: Se traz uma proposta bem feita.
 - Inadequada: Se não traz uma proposta, ou se a faz de modo insatisfatório.

- Recursos visuais:
 - Adequado: Traz imagens que ilustram bem o assunto e esclarecem a explicação.
 - Inadequado: Traz imagens com conceito errado ou que confundem o aluno.

Para todos os itens apresentados acima, atribuiremos a seguinte pontuação:

Tabela 1: Pontuação de Estrutura por Tópico

Inadequada	Adequada
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$

2.2 Conteúdos Essenciais

No que diz respeito aos conteúdos essenciais, observamos se cada item da lista da figura 6.1 (em anexo) com conteúdos que julgamos essenciais é tratado e como o é feito. Como apenas listamos o que julgamos ser o mínimo necessário, não há premiação, apenas penalização.

- Adequado: Se é apresentado e de maneira clara.
- Ausente: Se não é apresentado ou o é com erro.

Tabela 2: Pontuação de Conteúdos Essenciais por Tópico

Ausente	Adequado
-3	0

2.3 Conteúdos Adicionais

Quanto aos conteúdos presentes nos livros não ditos essenciais, examinamos um a um, dentro dos seguintes tópicos:

- Interessante: Conteúdos que são atrativos ou significativos de se ensinar dentro do tema proposto, como curiosidades.
- Irrelevante: Conteúdos que não necessariamente dizem respeito ao assunto, mas estão bem feitos e não atrapalham a explicação.
- Contraproducente: Se o conteúdo apresentado for contraditório ou prejudicar o aprendizado de outros temas, confundindo o aluno.

Tabela 3: Pontuação de Conteúdos Adicionais por Tópico

Contraproducente	Irrelevante	Interessante
-2	0	+2

2.4 Exercícios

Examinamos ao longo do capítulo de cônicas, por todas as sessões de exercícios, contando-os e caracterizando-os nos seguintes aspectos para uma análise estatística dos dados:

- Conceituais: Exercícios que possuem articulação de conceitos.
- Contextualizados: Exercícios que envolvem modelagem e aplicação.
- Mecânicos: Exercícios de aplicação imediata.

Para o grupo, o ideal dos exercícios seria 20% de exercícios mecânicos, 40% de contextualizados e 40% de conceituais, porém consideramos um percentual de margem de erro para a pontuação.

Para os exercícios mecânicos, cujo ideal seria 20%, demos a margem de 10 a 25% para ganhar o ponto, caso tenha menos de 10%, ele perde 1 ponto, pois consideramos que é necessário ter um mínimo de exercícios de aplicação direta. Caso tenha de 25 até 45%, ele perde um ponto por ter mais exercícios que o necessário de aplicação direta, tirando espaço para os outros tipos. Se tiver de 45 a 55% de exercícios mecânicos (cerca de metade), perde 2 pontos, por excesso, e mais de 55% foi considerado um erro muito grave, perdendo 3 pontos.

Para os exercícios contextualizados e conceituais, cujo ideal seria 40%, demos a margem de 25 a 45% para ganhar o ponto, considerando que não necessariamente é algo ruim se tiver um pouco menos de exercícios contextualizados e um pouco mais de contextuais e vice-versa. Caso tenha menos de 10%, consideramos uma falha grave, sendo o ideal 40%, portanto o livro perde 2 pontos. Caso tenha de 45 a 55%, não demos nem tiramos pontos, pois consideramos que pode ser aceitável que em determinado momento o autor queira trazer mais exercícios contextualizados ou conceituais, sem ser prejudicial. Se tiver mais de 55%, consideramos que é danoso pelo excesso, prejudicando pela falta nos outros tipos de exercício, portanto perde 1 ponto.

Tabela 4: Subpontuação dos Exercícios

Tipos de exercício	Mecânicos	Contextualizados	Conceituais
0 a 10%	-1	-2	-2
10 a 25%	+1	-1	-1
25 a 45%	-1	+1	+1
45 a 55%	-2	0	0
55 a 100%	-3	-1	-1

Assim, fizemos um sistema de pontuação específico do tópico, para determinar quem é o vencedor neste aspecto, atribuindo os 4 pontos previamente ditos ao livro que tiver a maior pontuação nesse sistema e 0 ao que tiver a menor. Caso haja empate, nenhum ganha. Caso haja empate na

soma final dos pontos, e os exercícios forem o critério de desempate, o que deve ser observado é a aproximação das porcentagens da taxa ideal estabelecida.

Tabela 5: Pontuação de Exercícios de Acordo com a Tabela 4

Quem perde	Quem ganha
0	+4

3 Análise

3.1 Estrutura

- **Motivação Inicial**

Como motivação inicial, o livro Matemática Paiva recorre a um exemplo prático de um forno solar existente na França (pág. 196), explicando como ocorre o direcionamento dos raios solares refletidos em espelhos planos para uma superfície parabólica que, por sua vez, redireciona estes raios para o foco da parábola, local cuja temperatura atinge valores muito altos. Possui várias figuras, e o balanceamento entre texto e imagem é adequado, sendo visualmente atrativo e resumido de forma a abordar os pontos mais importantes e instigar a curiosidade dos alunos.

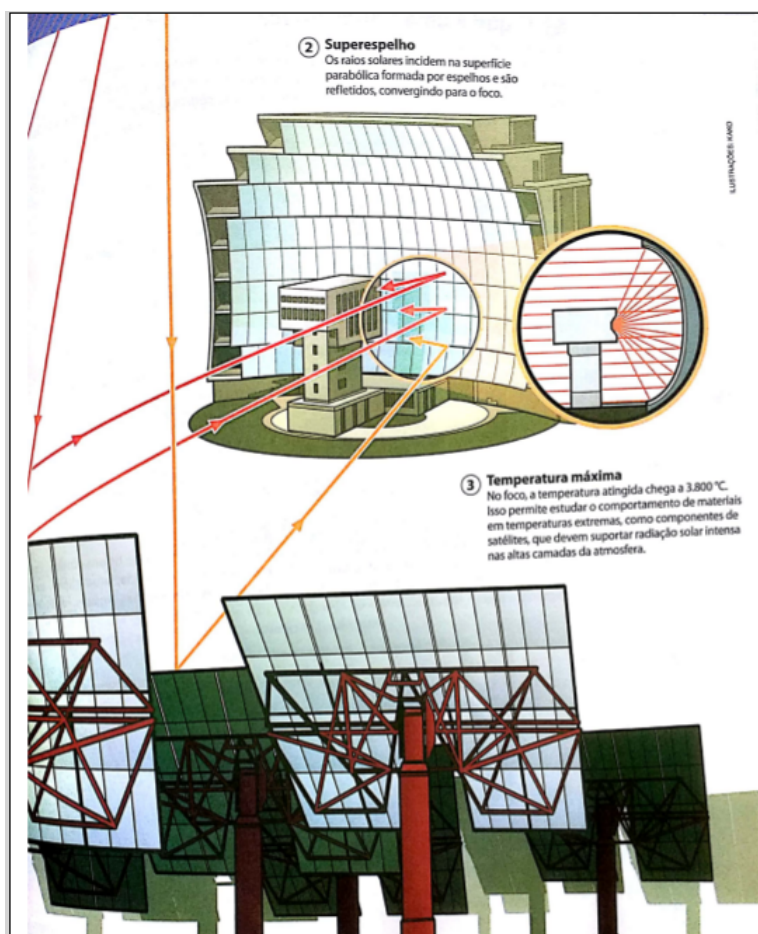


Figura 3.1: Motivação Inicial - Matemática Paiva

Por outro lado, Conexões com a Matemática meramente menciona que cônicas possuem

aplicações em áreas como Óptica, Astronomia, Engenharia e Arquitetura, já partindo para definições.

- **Coerência Visual para Destaques**

Ambos os livros seguem bem suas estruturas pré-definidas que envolvem definições, demonstrações, exercícios resolvidos e exercícios propostos, variando em sua maioria os tipos de exercícios propostos, mas ainda permitindo que o professor saiba o que esperar nas páginas seguintes.

- **Divisão de Capítulos e Subcapítulos**

Tanto Matemática Paiva quanto Conexões com a Matemática dividem adequadamente os subcapítulos e os conectam sem muita quebra de raciocínio, tendo divisões bem similares.

- **Comentários para o professor**

Conexões com a Matemática apresenta a resolução e as respostas dos exercícios, mas sem ir além disso, enquanto Matemática Paiva oferece propostas de reflexões a serem feitas a partir de um exercício ou demonstração, além de sugerir uma atividade interdisciplinar, e propostas de atividades extra para o professor.

- **Auto-avaliação**

Matemática Paiva não possui uma proposta autoavaliativa para o aluno. Conexões com a Matemática traz um tópico de exercícios no fim do capítulo que retoma conceitos estudados sobre cônicas, indicando o objetivo de cada exercício (que pode ser mais do que um), aconselhando a estudar novamente os itens nos quais o aluno teve dificuldade, lembrando as páginas em que o conteúdo está sendo abordado. Não são exercícios de grande nível de dificuldade manipulativa, cumprindo o propósito de somente conferir se os conceitos foram compreendidos.

- **Recursos Visuais**

À primeira vista, nota-se que Conexões com a Matemática, ao apresentar uma cônica, sintetiza os pontos mais importantes desta cônica em tópicos ao lado da figura, como podemos verificar na Figura 3.2, enquanto Matemática Paiva apresenta a figura, mas discorre sobre estes pontos em um texto longo e cansativo de ler.

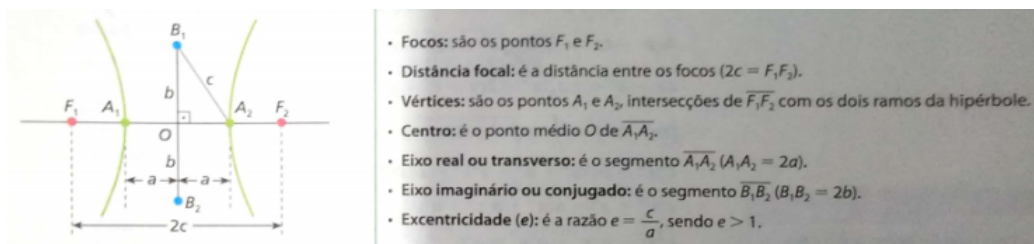


Figura 3.2: Síntese dos pontos de uma Hipérbole - Conexões com a Matemática

Conexões com a Matemática destaca definições e fórmulas em um retângulo de fundo de cor verde, como podemos ver na Figura 3.3.

Dados dois pontos em um plano, F_1 e F_2 , distantes $2c$ um do outro, **elipse** é o lugar geométrico dos pontos P do plano cuja soma de suas distâncias aos pontos F_1 e F_2 é constante e igual a $2a$, sendo $2a > 2c$.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ com } a > b > 0$$

Figura 3.3: Destaques para definições e fórmulas - Conexões com a Matemática

Já em Matemática Paiva, temos um retângulo com as bordas arredondadas para destacar definições e algumas fórmulas, como segue:

Fixados dois pontos, F_1 e F_2 , de um plano α , tais que $F_1F_2 = 2c$, com $c > 0$, chama-se **elipse** o conjunto dos pontos P do plano α cuja soma das distâncias PF_1 e PF_2 é uma constante $2a$, com $2a > 2c$.

$$PF_1 + PF_2 = 2a$$


Figura 3.4: Destaque para definições e fórmulas - Matemática Paiva

Ambos os livros utilizam-se de ferramentas para chamar a atenção do aluno ou para tentar fazê-lo desenvolver um raciocínio não apresentado diretamente no livro, como vemos em 3.5 e 3.6:


Apesar da estrutura utilizada no quesito “Recursos Visuais” ser similar nos dois livros, nos deparamos com um erro matemático em Matemática Paiva que foi determinante para a pontuação negativa recebida pelo livro. Ao definir hipérbole como a interseção entre um cone e um plano, Paiva não explicita que o plano deve ser paralelo ao eixo, e apresenta uma figura errada, apresentada em 3.7.

Observações	Explore
<ul style="list-style-type: none"> Pela relação entre a, b e c na figura acima: $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 - a^2 = b^2$ Como $a \neq 0$ e $b \neq 0$, $ab \neq 0$, então $a^2b^2 \neq 0$. Logo, podemos dividir a equação por a^2b^2. 	<p>Reúna-se com quatro colegas e pesquise, em sites, jornais ou revistas, construções arquitetônicas e obras de arte em que aparecem elipses, parábolas e hipérbolas.</p> <p>Elaborem painéis com fotos com os respectivos dados — autor, local, data, curiosidades — e, se possível, organizem com o professor uma mostra dos painéis.</p>

Figura 3.5: Quadros “Observações” e “Explore” - Conexões com a Matemática



Há outra maneira de obter as equações das assíntotas de uma hipérbole?
 Ver Suplemento com orientações para o professor.



A notação Pr indica a distância entre o ponto P e a reta r .

Figura 3.6: Quadros para lembrete ou para instigar questionamentos - Matemática Paiva

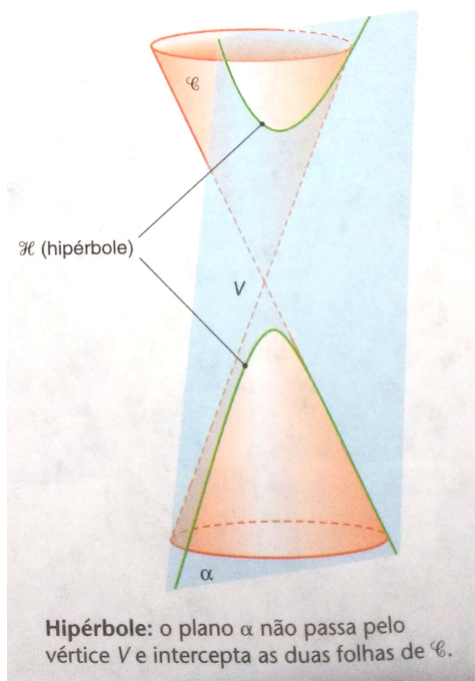


Figura 3.7: Definição de Hipérbole do livro Matemática Paiva (pág. 198)

Por fim, obtivemos:

Tabela 6: Contagem Estrutura

<i>Estrutura</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Motivação Inicial	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
Coerência Visual	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
Divisão de Capítulos	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
Comentários para o professor	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
Auto-avaliação para o aluno	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
Recursos Visuais	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
Total	+1	+1

3.2 Conteúdos Essenciais

Dos 23 conteúdos tidos como essenciais (Tabela 13 no Anexo), houve 9 que, ou não foram trazidos, ou foram trazidos de forma errada, como, por exemplo, a definição de hipérbole do livro Matemática Paiva (Figura 3.7), que falha ao definir a interseção com o plano, pois, para formar a hipérbole, é necessário que o plano que intersecta o cone seja paralelo ao eixo do cone. Como o livro não leva isso em conta, a definição fica errada, as propriedades da hipérbole não podem ser verificadas. Assim, essa definição foi tida como ausente.

O conceito de geratriz, que ambos os livros usam (pág. 198 no Matemática Paiva e pág. 155 no Conexões com a Matemática), porém nenhum deles define o que é, foi o único ponto em comum entre os erros dessa categoria nos dois livros. O resto dos erros quando está presente em um livro não está no outro.

Por exemplo, as equações reduzidas fora da origem que o Conexões com a Matemática não faz, em momento algum, uma demonstração ou exercício resolvido com qualquer uma das cônicas fora do centro ou vértice $(0,0)$, não é um problema para o livro Matemática Paiva, que traz os cálculos fora da origem, porém este falha em trazer a demonstração das equações reduzidas das cônicas na maneira mais simples delas, enquanto o outro faz detalhadamente as demonstrações.

Por fim, a questão das atividades que proponham alguma forma de visualização, o livro Matemática Paiva é o único a trazer, como pode ser visto na Figura 3.8. Independente do local no capítulo, o Conexões com a Matemática falha em trazer qualquer tipo de atividade sobre o desenho de cônicas.

CONECTADO

Digitando em um site de busca o termo "GeoGebra", você terá acesso ao programa gratuito *GeoGebra*, aplicativo de Matemática Dinâmica que combina Geometria e Álgebra. Instale-o em seu computador. A partir de então, recorra sempre a esse programa quando estiver estudando Geometria. Isso o ajudará muito.

Usando o *GeoGebra*, faça as construções a seguir na tela do computador.

- Represente um cone circular reto. Em seguida, desenhe a intersecção da superfície lateral S desse cone com um plano que intercepte todas as geratrizes de S , não seja perpendicular ao eixo do cone nem passe pelo vértice. Qual é o nome da figura representada por essa intersecção?
- No plano cartesiano, construa a elipse que passa pela origem do sistema de eixos e tem focos $F_1(4, 0)$ e $F_2(8, 0)$.
- No plano cartesiano, construa a elipse de excentricidade $\frac{4}{5}$ e focos $F_1(0, 2)$ e $F_2(0, 10)$.
- Represente uma superfície cônica de revolução de duas folhas e vértice V . Depois, desenhe a intersecção dessa superfície com um plano que intercepte as duas folhas, mas não passe por V . Supondo que as geratrizes dessa superfície cônica sejam ilimitadas, qual é o nome da figura representada por essa intersecção?
- No plano cartesiano, represente uma hipérbole que passa pelo ponto $P(8, 2)$ e tem focos $F_1(3, 0)$ e $F_2(7, 0)$.
- No plano cartesiano, represente a hipérbole de excentricidade 1,25 e focos $F_1(0, -5)$ e $F_2(0, 5)$.
- Represente um cone circular reto. Em seguida, desenhe a intersecção da superfície lateral S desse cone com um plano paralelo a uma das geratrizes de S . Supondo que essas geratrizes sejam ilimitadas, qual é o nome da figura representada por essa intersecção?
- No plano cartesiano, construa a parábola cuja diretriz tem equação $y = 2$ e o foco é $F(0, 5)$.
- No plano cartesiano, construa a parábola cujos foco F e vértice V são $F(4, 0)$ e $V(6, 0)$.

Ver Suplemento com orientações para o professor.

Figura 3.8: Proposta de atividade com Geogebra - Livro Matemática Paiva

Por fim, obtivemos:

Tabela 7: Contagem de Erros de Conteúdos Essenciais

<i>Conteúdos Essenciais</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Definição de Geratriz	-3	-3
Demonstração da equação reduzida da parábola	✓	-3
Equação da parábola fora da origem	-3	✓
Demonstração da equação reduzida da elipse	✓	-3
Equação da elipse fora da origem	-3	✓
Definição de hipérbole (<i>intersecção</i>)	✓	-3
Demonstração da equação reduzida da hipérbole	✓	-3
Equação da hipérbole fora da origem	-3	✓
Atividades que trabalhem visualização	-3	✓
Total	-15	-15

3.3 Conteúdos Adicionais

Em nossa análise encontramos poucos exemplos de conteúdos adicionais, sendo eles a construção das cônicas (com pregos e barbante, presente nos dois livros), uma proposta de montagem de um fogão solar caseiro (presente no livro Conexões com a Matemática), e um texto comentando sobre o uso de um espelho parabólico nos telescópios refletores (presente em Matemática Paiva.)

Abaixo temos o exemplo de construção da elipse trazido por cada um dos livros.

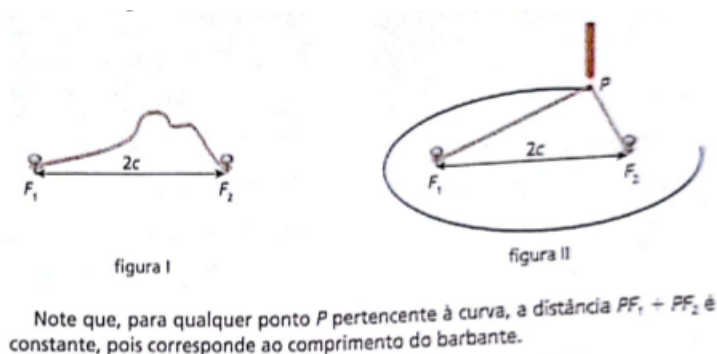
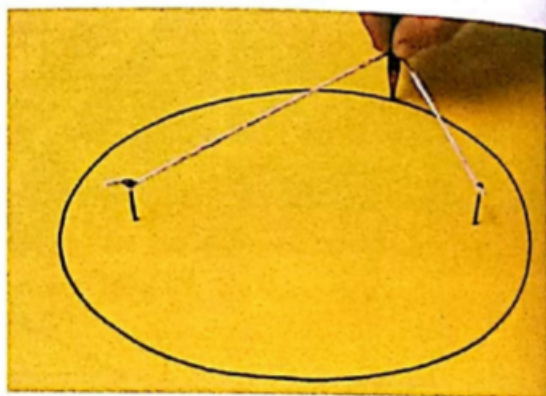


Figura 3.9: Construção de uma Elipse com pregos e barbante - Conexões com a Matemática

Construção de uma elipse

Usando tábua, pregos, barbante e lápis

Fixe dois pregos em dois pontos distintos de uma tábua e amarre neles as extremidades de um barbante de comprimento maior que a distância entre os pregos. Em seguida, desenhe uma linha na tábua com um lápis apoiado no barbante, mantendo-o o mais esticado possível, conforme mostra a foto ao lado.



A linha assim desenhada é uma elipse, pois a soma das distâncias de cada um de seus pontos aos dois pregos é igual ao comprimento do barbante.

Figura 3.10: Construção de uma Elipse com pregos e barbante - Matemática Paiva

Usando dobraduras

As dobraduras proporcionam interessantes construções geométricas. Uma delas é o traçado de uma elipse. Para isso, adotamos os seguintes procedimentos:

- (I) Desenhamos em uma folha de papel translúcido (papel-manteiga, por exemplo, é uma boa escolha) um ponto interior a uma circunferência, distinto do centro.
- (II) Dobramos a folha em torno de uma corda da circunferência de modo que o arco dobrado passe pelo ponto.
- (III) Desdobramos a folha e fazemos outra dobra em torno de outra corda, de modo que o arco dobrado passe pelo ponto. Repetimos esse procedimento várias vezes. As retas que contêm essas cordas são tangentes a uma elipse; quanto mais dobras fizermos, mais visível ficará a elipse.

Figura 3.11: Construção de uma elipse através de dobraduras - Matemática Paiva

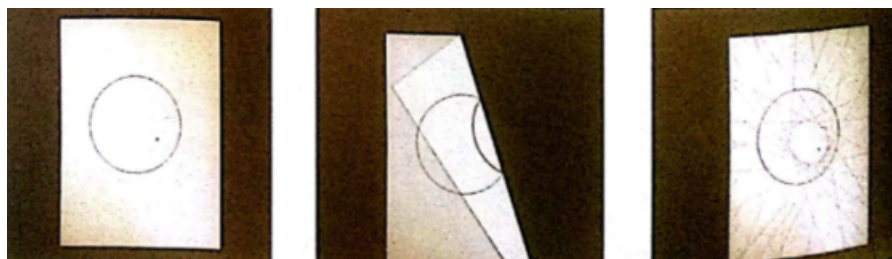


Figura 3.12: Construção de uma elipse através de dobraduras - Matemática Paiva

Este conteúdo foi considerado interessante por apresentar atividades simples que podem ser realizadas facilmente pelos alunos, e por auxiliar na visualização de que em uma elipse a soma da distância entre qualquer ponto e os focos é constante.

Conexões com a Matemática também trouxe a sugestão de fabricar um fogão solar caseiro, como podemos ver nas seguintes figuras:

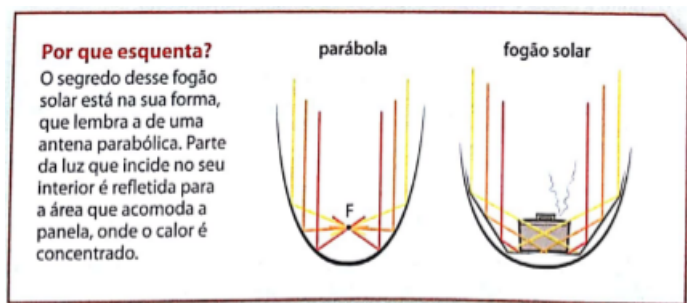
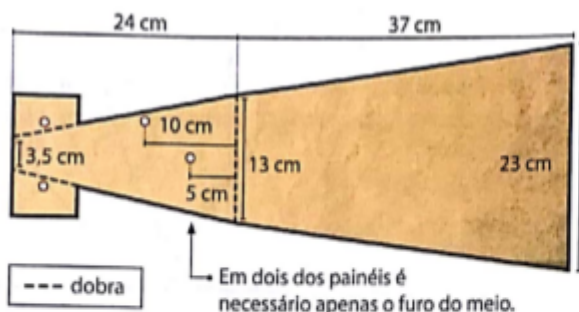


Figura 3.13: Funcionamento de um fogão solar - Conexões com a Matemática

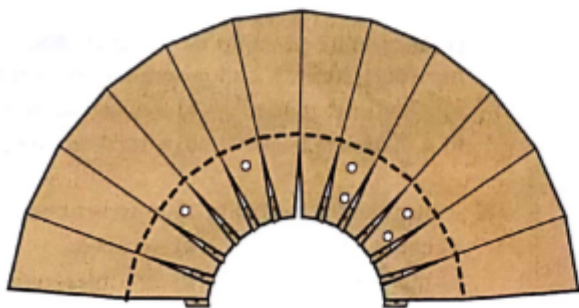
1 Recorte dos painéis

A estrutura pode ser composta de 12 painéis de papelão com as medidas indicadas abaixo. Quatro desses painéis são perfurados, como mostra o modelo.



2 Montagem dos painéis

Veja na figura a seguir a ordem correta da montagem dos painéis. Todos são colados, com fita adesiva, pelo lado maior.



3 Revestimento metálico

Para refletir a luz do Sol, a superfície interna do fogão precisa ser revestida com papel-alumínio.

4 Estrutura e fundo do fogão

Para finalizar, usa-se um cordão para amarrar todos os painéis, passando-o pelos furos na parte inferior. Para tampar o fundo do fogão, usa-se cartolina revestida com papel-alumínio.



Figura 3.14: Proposta de construção de um fogão solar - Conexões com a Matemática

Este conteúdo também foi classificado como interessante, pois ajuda os alunos a novamente enxergarem as propriedades das cônicas (neste caso, da parábola), desta vez com uma aplicação prática. Matemática Paiva traz um tópico similar (forno solar) em sua motivação inicial, porém em Conexões com a Matemática o texto vai além da motivação. Há uma proposta para o professor fazer essa atividade em conjunto com o professor de física, e questões acerca de energia limpa.

Por fim, Matemática Paiva traz uma tentativa de contextualização com telescópios, como mostrado na Figura 3.15. O texto traz somente em sua penúltima linha a ideia de que alguns telescópios trabalham com a reflexão da luz por um espelho parabólico, e possivelmente os leitores sequer cheguem ao final do texto para saber disso. Pela forma como o assunto foi desenvolvido o classificamos em “Irrelevante”, e acreditamos que se o mesmo houvesse sido escrito de forma mais atrativa e instigante, poderíamos tê-lo classificado como “interessante”.

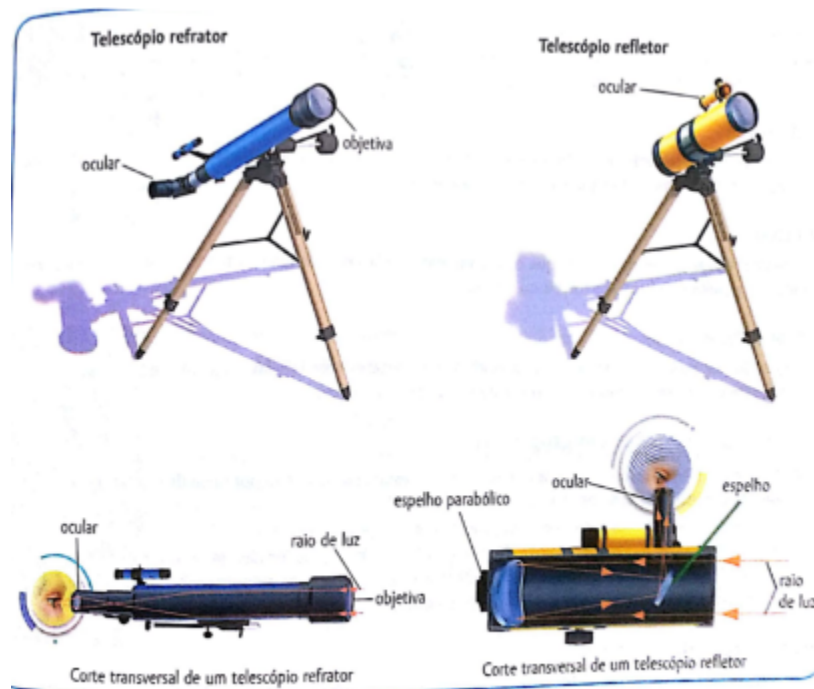


Figura 3.15: Contextualização de cônicas através de um telescópio - Matemática Paiva

Sendo assim, a contagem de pontos para a categoria de Conteúdos Adicionais foi a seguinte:

Tabela 8: Contagem de Pontos Conteúdos Adicionais

<i>Conteúdos Adicionais</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Fogão Solar	+2	-
Telescópio	-	0
Construção das Cônicas	+2	+2
Total	+4	+2

3.4 Exercícios

O livro *Conexões com a Matemática* traz os exercícios seccionados ao longo do capítulo, dispostos em *Exercícios Resolvidos*, *Exercícios Propostos* e *Exercícios Complementares*, estando a última seção dividida em *Aplicação*, *Aprofundamento* e *Desafios*. Ao fim do capítulo, existe ainda uma seção de exercícios denominada *Autoavaliação*. Totalizando, através do capítulo, um total de 64 exercícios.

Um ponto a ser observado nessas subdivisões são os “Desafios”, uma vez que os exercícios ali abordados não são desafiadores, apenas mantém os padrões dos exercícios anteriores, assim como a subdivisão aprofundamento. Porém o livro não perderá pontos por isso, pois este fator não está sendo julgado na nossa metodologia.

O livro *Matemática Paiva* segue praticamente a mesma disposição dos exercícios do livro *Conexão com a Matemática*. A diferença está na criação de duas seções: uma é *Conectado*, que está disposta entre os *Exercícios Propostos* das parábolas e *Exercícios Complementares*, e a outra é *Trabalhando em Equipe*, ao final do capítulo. Totalizando, através do capítulo, 61 exercícios.

Em termos de quantidade, pode-se notar que estão muito próximos. Analisando proporcionalmente as quantidades de exercícios ditos Mecânicos, Contextualizados e Conceituais, obtivemos a distribuição de exercícios no capítulo dada pela Tabela 9.

Tabela 9: Contagem Percentual Exercícios

<i>Tipos de exercício</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Mecânicos	49,2%	16%
Contextualizados	11,11%	32%
Conceituais	39,68%	52%

Analisando as porcentagens dos tipos de exercícios e aplicando em nossa faixa de percentual ideal previamente discutida na Tabela 4, obtemos a Tabela 10, com as subpontuações dos exercícios, que poderiam ir de -7 a +3.

Pode-se notar na percentagem dos livros como a distribuição dos exercícios é notoriamente melhor em um livro que no outro, em termos de equilíbrio. Considerando, também, a taxa que julgamos ideal, o *Matemática Paiva* é o que mais se aproxima do desejado.

Tabela 10: Pontuação dos Exercícios

<i>Tipos de exercício</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Mecânicos	-2	+1
Contextualizados	-1	+1
Conceituais	+1	0
Total	-2	+2

Por fim, obtivemos:

Tabela 11: Contagem Exercícios

<i>Exercícios</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Total	0	+4

4 Considerações Finais

Para a decisão final, analisamos todas as categorias de avaliação: Estrutura, Exercícios, Conteúdo Adicional e Conteúdo Essencial conforme nossa metodologia determinou o sistema de pontuações, obtendo a seguinte tabela:

Tabela 12: Pontuação dos Livros

<i>Categorias</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Estrutura	+1	+1
Exercícios	0	+4
Conteúdo Adicional	+4	+2
Conteúdo Essencial	-15	-15
Total	-10	-8

Ambos os livros trazem uma estrutura muito parecida, um modelo de apresentação de teoria, exercícios resolvidos e exercícios propostos, e mesmo os erros cometidos foram proporcionais. Porém, o livro Matemática Paiva traz exercícios melhores, que foi o diferencial em nossa avaliação. Portanto, pela metodologia proposta, o Matemática Paiva é o livro que melhor satisfaz os requisitos que o grupo julgou necessários ao desenvolver a metodologia, sendo o livro que seria escolhido para uso, entre os dois analisados.

Referências

- [1] Fabio Martins de Leonardo, *Conexões com a Matemática*, Moderna, 3ª edição, 2016.
- [2] Manoel Rodrigues Paiva, *Matemática Paiva*, Moderna, 3ª edição, 2015.

6 Anexos

Lista dos conteúdos tidos como essenciais:

- Definições de:
 - Geratriz;
 - Cada cônica (como a interseção de um plano com um cone de revolução e como conjunto de pontos que cumpram uma especificidade);
 - Eixo maior e eixo menor de uma elipse;
 - Excentricidade, foco e distância focal na elipse;
 - Excentricidade, foco e distância focal na hipérbole;
 - Assíntotas;
 - Vértice, foco, diretriz e parâmetro na parábola.
- Demonstrações de:
 - Relação entre o comprimento do semieixo maior da elipse, o semieixo menor e de metade da distância focal;
 - Equações reduzidas de cada cônica;
 - Equações de cada cônica rotacionadas em 90° e com o centro fora da origem.
- Sugestões de atividades que trabalhem a visualização das equações

Figura 6.1: Lista de Conteúdos Essenciais

Tabela 13: Contagem Conteúdos Essenciais

<i>Conteúdos Essenciais</i>	Conexões com a Matemática	Matemática Paiva
Definição de Geratriz	-3	-3
Definição de Parábola (<i>interseção</i>)	✓	✓
Definição de Parábola (<i>conjunto de pontos</i>)	✓	✓
Definição de vértice, foco, diretriz e parâmetro de uma parábola	✓	✓
Demonstração da equação reduzida da parábola	✓	-3
Equação rotacionada da parábola	✓	✓
Equação da parábola fora da origem	-3	✓
Definição de Elipse (<i>interseção</i>)	✓	✓
Definição de Elipse (<i>conjunto de pontos</i>)	✓	✓
Definição de semieixo, eixo maior e eixo menor de uma Elipse	✓	✓
Definição de foco, distância focal e excentricidade na elipse	✓	✓
Relação entre o comp. dos semieixos maior, menor e de metade da distância focal *	✓	✓
Demonstração da equação reduzida da elipse	✓	-3
Equação rotacionada da elipse	✓	✓
Equação da elipse fora da origem	-3	✓
Definição de hipérbole (<i>interseção</i>)	✓	-3
Definição de hipérbole (<i>conjunto de pontos</i>)	✓	✓
Definição de ramo, foco, distância focal e excentricidade na hipérbole	✓	✓
Definição de assíntotas	✓	✓
Demonstração da equação reduzida da hipérbole	✓	-3
Equação rotacionada da hipérbole	✓	✓
Equação da hipérbole fora da origem	-3	✓
Atividades que trabalhem visualização	-3	✓