Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Análise vertical

Cora Sanroman Duran e Cano
José Laurentino Vieira Ruivo
Otávio de Nadae
Talles Trama Buozzi

Professor Henrique Sá Earp

Análise vertical do livro Projeto Teláris: Matemática 9, livro do professor, escrito por Luiz Roberto Dante, na proposta da disciplina MA225, no segundo semestre de 2017.

Campinas - SP

1 Introdução

Tendo em vista a nova geração de alunos que chega à sala de aula – a chamada *geração y* – e o avanço tecnológico, que proporciona a essa geração cada vez mais facilidade de acesso, tanto ao aparato quanto à informação na rede, nos deparamos com a questão da utilidade que o livro didático ainda pode ter.

Entendendo o livro como a síntese de uma sequência didática, mas, em última análise, como um meio de comunicação a ser avaliado 1) pelo o que diz, 2) por como diz (visando a quem diz) e 3) pelo meio de dizer (no caso, a estrutura física livro), nos propomos aqui a avaliar as possibilidades didáticas trazidas pelo livro *Projeto Teláris: matemática 9 : livro do professor*[1], levando em conta a entrevista com Dante (o autor), onde ele explicita suas intenções com a escrita do livro, buscando ver se ele obteve êxito.

As principais intenções que o autor declara na entrevista são: trabalhar com o método de Resolução de Problemas do Pólya[2], com o tratamento de informações reais no bloco "Tratamento da Informação"e com problemas contextualizados no bloco "Outros Contextos", no estilo do vestibular, para preparar o aluno desde cedo para a prova.

2 Metodologia

A metodologia utilizada para a análise do livro foi inspirada no modelo feito pelo professor Elon Lages de Lima, com algumas alterações que o grupo julgou pertinentes, pelos critérios já mencionados. Assim, dividimos nossa análise de tal modo:

1 **O que diz**

Erros de Matemática: Relacionados aos conceitos propriamente ditos matemáticos.

2 **Como diz**

Erros de Linguagem: Avalia a relação entre locutor e interlocutor, julgando a clareza da comunicação.

3 **Meio de dizer**

Erros de Estrutura: Avalia a sequência do texto, as mudanças de assunto e as propostas de atividades.

(a) Os erros de matemática:

- **Desatenção (M1):** Envolvem erros de digitação, o passo a passo no manuseio de equações, o modo como são apresentadas as contas, e imprecisões, como o uso do sinal de igualdade para uma aproximação.
- **Raciocínio (M2):** Divisão por zero, generalizações por causa de exemplos particulares, confusão de hipótese, etc.
- **Conceituação (M3):** Conceitos mal formulados, vagos, ambiguidades que levam a absurdos e definições incorretas.

(b) Os erros de linguagem:

- **Falta de Clareza (L1):** Excesso de repetições de palavras, frases mal formuladas e ambiguidades (que não necessariamente levam a absurdos).
- **Excesso de formalismo (L2):** Termos desnecessários e formalidade sem propósito.
- **Exercícios (L3):** Se os exercícios demandam compreensão para sua resolução.
- **Contextualização (L4):** Se o enunciado é relevante para a resolução do exercício.

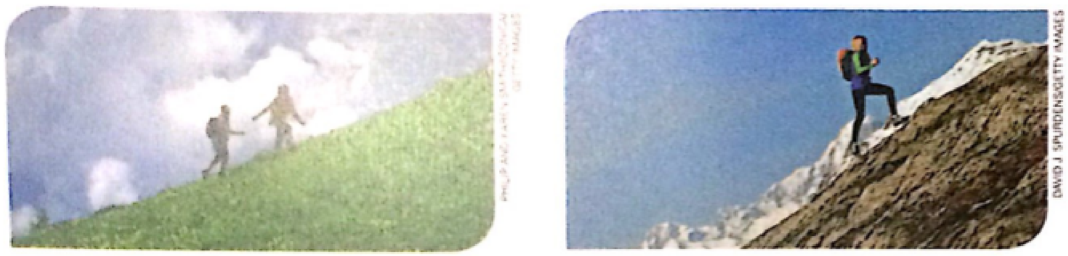
(c) Os erros de estrutura:

- **Conexão (E1):** A sutilidade com que o autor evita uma grande quebra de raciocínio do leitor quando muda de assunto, a sequência de apresentação de conceitos e se a conexão entre os conceitos matemáticos é lembrada, ou aparecem como assuntos diversos
- **Edição (E2):** Os tipos de atividade propostas, se o formato do livro for um diferencial, e problemas geral de edição, como páginas erradas, coisas fora do lugar, etc.

3 Análise

Na página 239, o autor introduz o assunto trigonometria ignorando a contextualização feita na página anterior sobre os gregos e astronomia (E1), para criar termos informais (L1), sem definir as nomenclaturas corretas dos lados do triângulo, como mostra a figura 1, um termo que nem faz sentido caso rotacione o triângulo, pois, ao invés de ter uma mesma tangente, o triângulo teria um "índice de subida"e um "índice de descida".

Você já percebeu como é difícil subir ladeiras muito inclinadas? Observe pessoas subindo ladeiras com inclinações diferentes.



Agora, considere as figuras a seguir. Em cada subida, um ponto **P** é obtido a partir de um percurso, que determina uma altura e um afastamento.

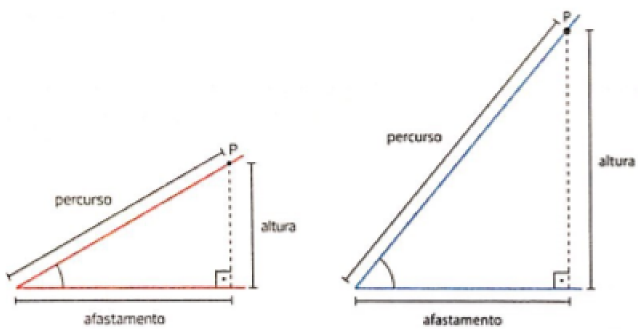


Figura 1: Ladeira utilizada para atribuir nomes informais aos elementos do triângulo.

Esses termos serão substituídos pelos nomes convencionais: tangente, cateto adjacente, cateto oposto e hipotenusa nas páginas 241 e 244. Inclusive, na página 241, quando explica a ideia de tangente, o autor escreve uma frase com português muito confuso (L1), como se pode ver na figura 2. Todos esses erros poderiam ter sido evitados, caso o autor aproveitasse a questão da astronomia e a utilizasse para introduzir o assunto, com a nomenclatura usual desde o início.

Usaremos a palavra *tangente* para associar a medida do ângulo de subida com o índice na mesma subida. A tangente do ângulo de subida é igual ao índice de subida a ele associado.

Figura 2: Exemplo de trecho confuso, com excesso de repetição da palavra "subida".

Ainda nesta página, há um exemplo na figura 3 de um erro que notamos ser característico deste autor no que diz respeito aos exercícios (L3): um exemplo é apresentado e, logo em seguida, há um exercício igual, somente com valores alterados, e vários outros exercícios semelhantes, que apenas reproduzem um mecanismo, sem despertar o raciocínio do aluno.

Esse tipo de problema poderia ter sido evitado, introduzindo exercícios com simples alterações

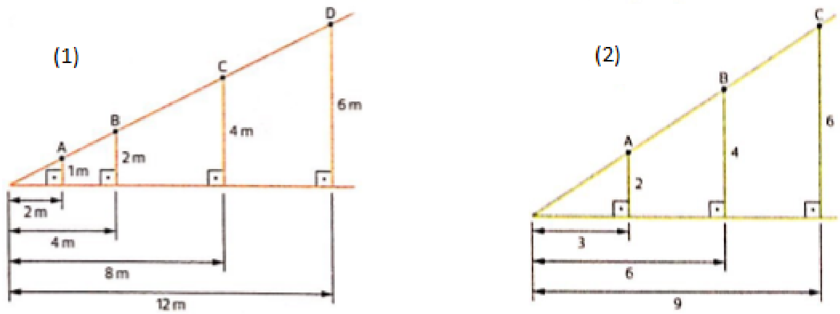


Figura 3: À esquerda o exemplo (pg.239) e à direita o exercício (pg.240).

a princípio, como triângulos formando quadriláteros ou outros polígonos, ou mesmo fazendo uma rotação que exigisse compreensão do conceito, aumentando a dificuldade paulatinamente, ao invés de tornar os exercícios meras cópias do exemplo.

O mesmo tipo de problema ocorre com os exercícios 3, 5 e 6 da mesma página, 9, 10, 11 e 12 (pág. 242), 15 e 17 (pág. 245), 20, 21 e 23 (pág. 247), 24, 25 e 27 (pág. 249), todos das páginas 251, 252 e 253 (exceto pelo 36), 43 (pág. 255), 47 e 48 (pág. 257), todos exercícios das páginas 258, 259 e 260, 61, 62 e 63 (pág. 262), 70 e 72 (pág. 266), 1 e 4 (pág. 267), 9 e 10 (pág. 268), 1, 2, 3, 4, 8 e 9 (pág. 269) e o exercício da página 271.

Na página 240, o autor propõe um bate-papo, localizado logo após o exercício 7, entre alunos, no entanto ele não dá direção para o rumo da conversa, nem orientação ao professor de como conduzí-la, e caso o aluno esteja estudando em casa, ele não conseguirá realizar a atividade, nem saberá se está seguindo um caminho certo de raciocínio (L3), de modo que essa atividade só pode ser bem feita por quem já sabe o conteúdo.

A proposta poderia ser apresentada já com certas perguntas-chave que guiassem o caminho que o aluno deve seguir, para que certos problemas que possam aparecer já fossem contornados com outras perguntas que fariam o próprio aluno refletir sobre, como, por exemplo, o método *Lesson Study*[3] propõe. Assim, ao invés de sugerir o bate-papo daquela forma, poderia ter feito perguntas como: Quando posso dizer que dois triângulos têm lados proporcionais? O que faz com que dois triângulos sejam semelhantes? Todo triângulo retângulo é semelhante? Em que condições, entre triângulos retângulos, haverá proporcionalidade entre seus catetos e hipotenusas?

No exemplo da página 241, falta argumentação no raciocínio utilizado para concluir que a primeira subida é mais íngreme que a segunda (M2). No primeiro parágrafo da página, o autor define que uma subida é mais íngreme que outra caso seu ângulo de subida seja maior. No final da página, ele compara os valores do índice de subida de duas subidas distintas e conclui a partir dessa comparação qual das subidas é mais íngreme. O autor deveria ter dado um passo intermediário afirmando que, se o ângulo de subida aumenta, então o índice de subida associado a esse ângulo também aumenta. A partir dessa afirmação, a conclusão no final da página poderia ser feita sem gerar problemas.

No exercício 8 da página 242, não era necessário dizer o valor do ângulo, nem dar o desenho, pois dando essa informação o enunciado fica inútil, uma vez que "bissetriz"já está definido (L4). Talvez, uma pergunta melhor, se o intuito é fazer o aluno enxergar o porquê do valor da tangente de 45 graus, seja "Por que a tangente de 45 graus é 1? Você pode dar exemplos com desenhos? Você pode generalizar?".

No exercício 10 da mesma página, o autor dá a seguinte dica para o professor: "Lembre aos alunos que, estamos usando a recíproca do Teorema de Pitágoras, que é verdadeira (ver página 228)." Acontece que o assunto da página 228 não é sobre o Teorema de Pitágoras (E2), e em lugar algum fala sobre recíproca e o porquê de essa ser verdadeira, podendo induzir o aluno a pensar que toda recíproca é verdadeira (M2). Isso poderia ser evitado com uma demonstração do porquê de a recíproca ser verdadeira.

Ainda na página 242, há um aviso logo após o exercício 11, numa caixa de diálogo, para o aluno não usar transferidor para medir o ângulo, pois pode haver imprecisões na medida, sem demais explicações sobre o porquê disso, no entanto, na página 247, no exercício 21, ele diz que Aninha usou um transferidor para medir um ângulo, contradizendo o que foi dito anteriormente (L1). Isso pode causar estranheza no aluno, que pode ficar com a impressão de que qualquer erro na medida seria advindo dele, não da medida em si, uma vez que outra criança usou o transferidor e a medida é confiável. Isso poderia ser corrigido se houvesse uma proposta de atividade que realizasse medições experimentais, onde os alunos pudessem perceber a imprecisão dos instrumentos, por exemplo, com a medição da constante relacionada com o diâmetro e o comprimento de uma circunferência, como na página 63 do Caderno do Aluno, no Roteiro de Estudo.

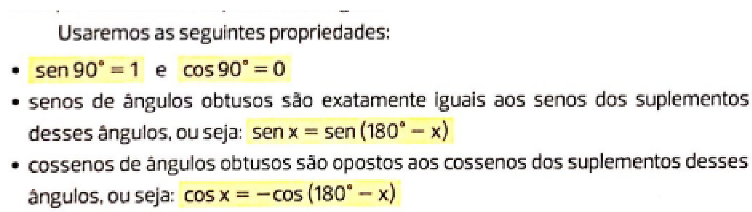
No primeiro parágrafo da página 243, o autor diz que, conhecendo o ângulo de subida de medida α, já ficam determinados o percurso, a altura e o afastamento. Mas, conhecendo o ângulo, o que se determina na verdade é a razão entre essas três medidas, duas a duas (M2).

No segundo parágrafo da mesma página, ao falar sobre a existência de um valor constante, ficaria mais claro se o autor evidenciasse que esse valor é constante somente para quando se fixa o ângulo de subida (M2).

Na segunda imagem da página 244, o segmento $\overline{AB}$ não é, por construção, necessariamente perpendicular à semirreta $\overrightarrow{OB}$ e essa perpendicularidade é indicada na figura sem nenhuma explicação (M1). Seria melhor colocar uma explicação sobre, ou uma pergunta que leve o aluno a pensar a respeito.

Na página 246, o autor se refere à relação fundamental da trigonometria como "relação fundamental do triângulo retângulo" (M3).

Na página 248, apresenta-se algumas afirmações sobre o triângulo equilátero, porém elas não são explicitadas (M1), ficando alheias em meio ao resto. Seria importante apresentar os passos para se chegar no resultado, pois não é óbvio para todos alunos desta idade. O mesmo erro (M1) acontece novamente na página 253, conforme mostra a figura 4. É necessário explicar de onde essas propriedades vem.


Usaremos as seguintes propriedades:

- sen 90° = 1 e cos 90° = 0
- senos de ângulos obtusos são exatamente iguais aos senos dos suplementos desses ângulos, ou seja: sen x = sen (180° − x)
- cossenos de ângulos obtusos são opostos aos cossenos dos suplementos desses ângulos, ou seja: cos x = −cos (180° − x)

Figura 4: Afirmações não demonstradas posteriormente.

Na página 249, a professora diz para serem utilizados valores aproximados para $\sqrt{2}$ e para $\sqrt{3}$; mesmo assim, o autor utiliza o símbolo de igualdade ($\sqrt{2} = 1,41$) enquanto deveria ter utilizado o símbolo de aproximadamente igual ($\sqrt{2} \approx 1,41$) (M1).

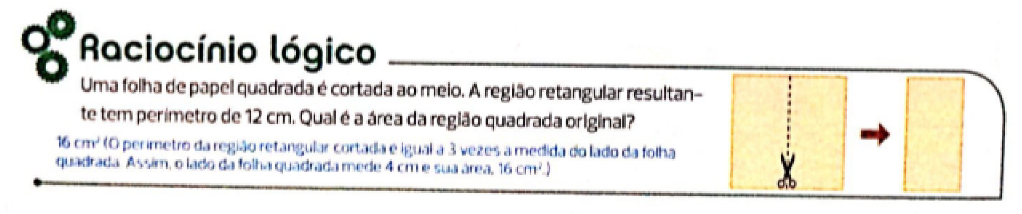
O exercício 26 da página 249 sugere ao aluno calcular a radiciação e a divisão, sem levar em conta que a maior parte das calculadoras têm as funções trigonométricas, e os alunos poderiam utilizá-las. Sem uma proposta onde a calculadora realmente seja fundamental, esse exercício parece apenas efetuação de contas sem significado (L4). Talvez fosse melhor retirá-lo, tendo em vista a atividade proposta na página seguinte.

Sobre a atividade proposta (L4) na página 250, talvez fosse melhor omitir a tabela, e trazer a atividade no início do capítulo, para introduzir a idéia de seno, cosseno e tangente. Trazendo diferentes desenhos de triângulos para os alunos, permitindo-lhes fazer as medidas de seus lados, gerar suas próprias tabelas e, com a calculadora, verificar o erro da medida (outro meio, aliás, para trabalhar imprecisão).

Na página 259, o autor apresenta o termo polígono regular, seguido de algumas "propriedades", no entanto esse termo não segue com uma definição muito nítida, afinal ele explica baseado num polígono específico (pentágono), o que não induz o aluno a pensar nos outros casos (M3). É necessário esclarecer a definição e especificar como se generaliza o conceito.

Na página 261 há o tópico generalizações, no qual ele generaliza apenas para três casos, ou seja, novamente não generaliza (M2). Uma boa modificação seria ele mostrar como fazer para um polígono de lado n, explicitando muito bem todos os passos.

No rodapé da página 262 há uma proposta de uma atividade de raciocínio lógico, indicada na figura 5.


Raciocínio lógico

Uma folha de papel quadrada é cortada ao meio. A região retangular resultante tem perímetro de 12 cm. Qual é a área da região quadrada original?

16 cm² (O perímetro da região retangular cortada é igual a 3 vezes a medida do lado da folha quadrada. Assim, o lado da folha quadrada mede 4 cm e sua área, 16 cm².)

Figura 5: Proposta de exercício lógico do autor.

Foi uma boa ideia para dar espaço para uma atividade prática em sala utilizando os conhecimentos trigonométricos, no entanto a atividade lá colocada não necessita destes conhecimentos (E1), e o aluno terá que mudar totalmente o foco do pensamento, ou se verá condicionado a utilizar a matéria em questão, reproduzindo exercícios mecânicos. Talvez, para melhorar, o autor pudesse ter buscado exercícios exploratórios sobre o assunto, onde pudesse trabalhar a lógica do aluno junto com o conteúdo.

Na página 263 o autor coloca um tópico chamado "Tratamento de Informação", no qual ele propõe um exercício com um longo texto que não remete a nada do que foi explicado em todo o capítulo, pois o exercício trata somente de estatística e interpretação das informações. Isso poderia ser retirado ou substituído por um exercício que estivesse inserido no contexto do capítulo (E2).

Tratamento da informação

67. Pecuária no Brasil e no mundo

O Brasil é um dos paises que mais se destacam na pecuária. Segundo dados do USDA (sigla em inglês para Departamento de Agricultura dos Estados Unidos), em 2010, o país possuía o segundo maior rebanho de gado bovino do mundo, com 185,1 milhões de cabeças de gado, atras apenas da Índia, que apresentava um rebanho de 316,4 milhões de cabeças.

Na pecuária de corte (para produção de carne, aproveitando-se também outras partes do boi, como o couro), o Brasil também ganha destaque na economia mundial. Em 2010, era o segundo maior produtor de carne bovina do mundo (9,115 milhões de toneladas), antecedido pelos Estados Unidos, que lideravam a produção com 12,048 toneladas.

LUIS SALVATORE/PULSAR IMAGENS

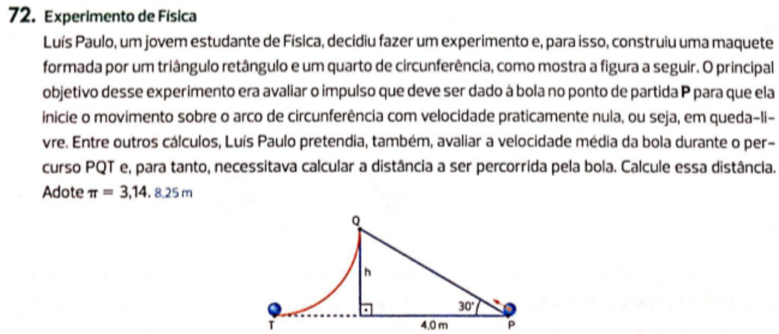
A pecuária leiteira (destinada à produção de leite e derivados) é bastante desenvolvida, colocando o Brasil entre os cinco maiores produtores mundiais em 2009, como mostra a tabela abaixo.

Figura 6: trecho com escandalosa desconexão com o capítulo

A página 265 contém a proposta de apresentar outros contextos de aplicação dos conhecimentos do capítulo, porém os exercícios presentes nesta seção são muito parecidos com os de seções anteriores (L4), como exemplo, compare o exercício 38 da página 252 e o 70 da página 266, ambos falam de avião e pista de pouso. As questões nessa seção poderiam ser melhor escolhidas, ou mesmo talvez este bloco pudesse ser suprimido, colocando exercícios bem contextualizados ao longo de todo o capítulo, não apenas no final.

No exercício 71 da página 266, o autor apresenta tabelas com os valores de seno, cosseno e tangente de três ângulos distintos, e em todas ele utiliza valores aproximados sem utilizar a simbologia correta. Deveria estar escrito, por exemplo, $\cos 15° \approx 0,97$ ao invés de $\cos 15° = 0,97$. E, como o próprio livro apresenta ao longo do capítulo uma tabela de razões trigonométricas para ângulos agudos e sugere a utilização de calculadora, esses valores não precisam estar indicados ali (M1).

Na mesma página, no exercício 72, em "Adote $\pi = 3,14$", o autor novamente utiliza uma aproximação sem utilizar o símbolo correto de aproximadamente igual (M1). Este mesmo exercício pode ser tido como exemplo para apontar outros erros, note na figura 7 que o enunciado não deixa claro sequer qual é a pergunta a ser respondida (L1), uma vez que o aluno pode interpretar essa distância percorrida como sendo $\overline{PQ} + \overline{QT}$, ou $\overline{PQ} + \widehat{\mathrm{QT}}$ ou ainda $\overline{PT}$. A contextualização no caso é totalmente inútil (L4), pois não é necessário nenhum conhecimento de Física para a resolução, e a questão pode induzir o aluno ao erro ao usar a expressão "queda livre"num caminho curvo, quando os alunos ainda não tem aula de Física nesta idade para conseguir interpretar a questão.


72. Experimento de Física

Luís Paulo, um jovem estudante de Física, decidiu fazer um experimento e, para isso, construiu uma maquete formada por um triângulo retângulo e um quarto de circunferência, como mostra a figura a seguir. O principal objetivo desse experimento era avaliar o impulso que deve ser dado à bola no ponto de partida **P** para que ela inicie o movimento sobre o arco de circunferência com velocidade praticamente nula, ou seja, em queda-livre. Entre outros cálculos, Luís Paulo pretendia, também, avaliar a velocidade média da bola durante o percurso PQT e, para tanto, necessitava calcular a distância a ser percorrida pela bola. Calcule essa distância. Adote $\pi = 3{,}14$. 8,25 m

Figura 7: Exercício do bloco ”outros contextos”

Ela poderia ser trazida, no entanto, num contexto exploratório, com outras perguntas, em que a possível mal interpretação da questão pudesse ser aproveitada para abordar outros assuntos, como corda, arco de circunferência, diferença entre caminho percorrido e deslocamento...

Problemas similares de falsa contextualização ocorrem nos exercícios 12 (pág. 242), 21 (pág. 247), 29, 31, 33 (pág. 251), 35, 39, Desafio (pág. 252), 69 (pág. 265), 70, 71, 72 (pág. 266), 1, 2, 4 (pág. 267), 6, 8 (pág. 268), 8, 9 (pág. 269) e o exercício da página 271.

Na página 269, na seção de revisão cumulativa, o autor diz que pretende abordar assuntos de todos capítulos vistos até o momento, a maioria dos exercícios tenta relacionar os conhecimentos do capítulo em questão, mas tem dois que fogem totalmente do assunto (exercícios 6 e 7). A presença desses exercícios ali causa um rompimento brusco com o que está sendo ensinado no momento (E1). O autor poderia buscar exercícios de capítulos passados que se relacionassem com trigonometria, para ter relação com o que o aluno está estudando, e mostrar ao aluno que os assuntos se conversam.

O mesmo acontece com relação ao texto “o último teorema de Fermat”, na página seguinte, que não utiliza nenhum conceito de trigonometria, e carrega um formalismo desnecessário que apenas confunde o aluno (L2), sem despertar o interesse (como deveria funcionar a contextualização e notas históricas).

Na seção ”Verifique o que estudou”, a ideia era ”amarrar”os conceitos do capítulo, porém há apenas um único exercício, semelhante a todos que já foram tratados no capítulo, além disso o enunciado trata-se de uma medida muito incomum: $4\sqrt{3}$ m, indicando uma contextualização mal feita (L4).

Para um fim de capítulo, poderia ser colocado um exercício que exigisse mais do aluno, contextualizado com o próximo capítulo, de modo a fazer com que um capítulo flua naturalmente para o outro, sendo uma revisão e um estímulo ao mesmo tempo.

4 Gráficos

Seguindo a proposta de análise vertical da disciplina MA225, no segundo semestre de 2017, obtivemos os seguintes gráficos de frequências de erro por categoria:

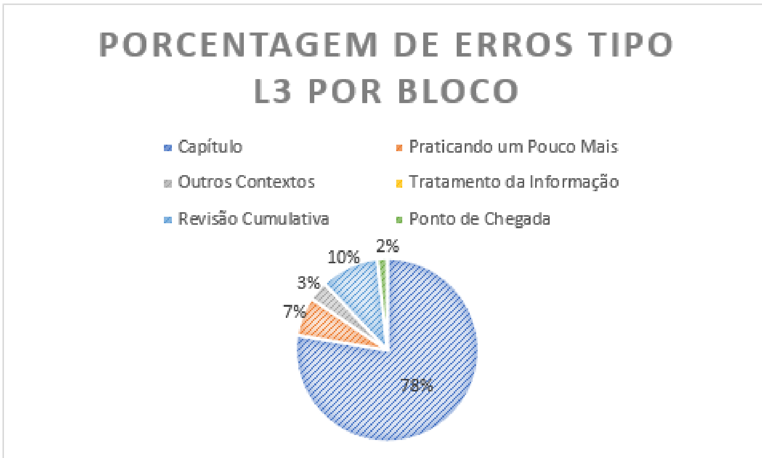


Figura 8

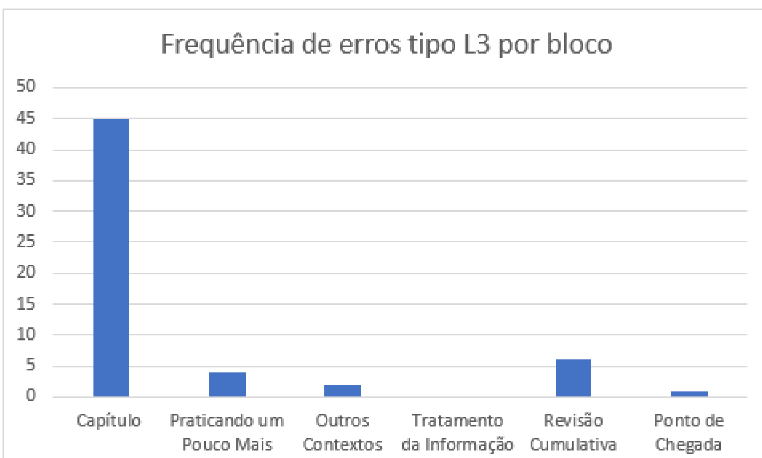


Figura 9

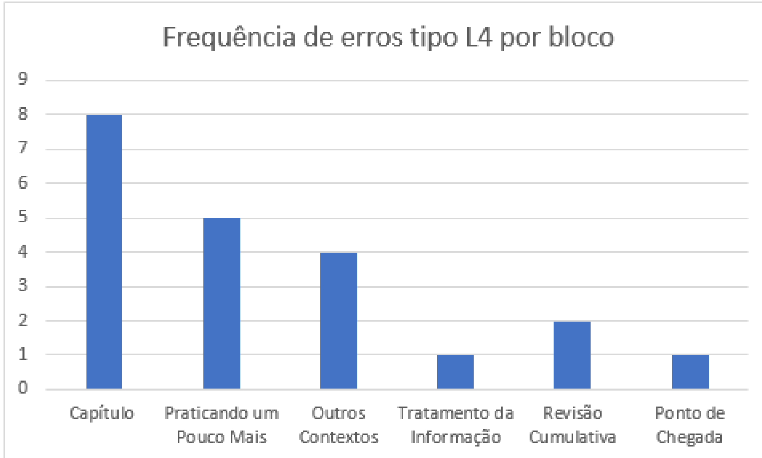


Figura 10

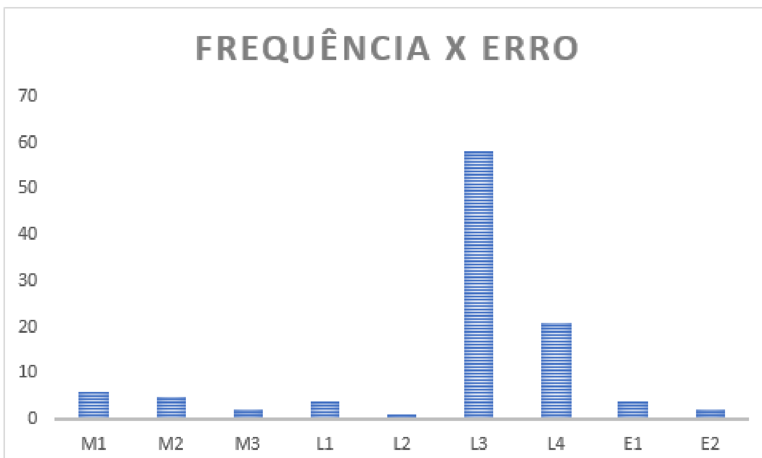


Figura 11

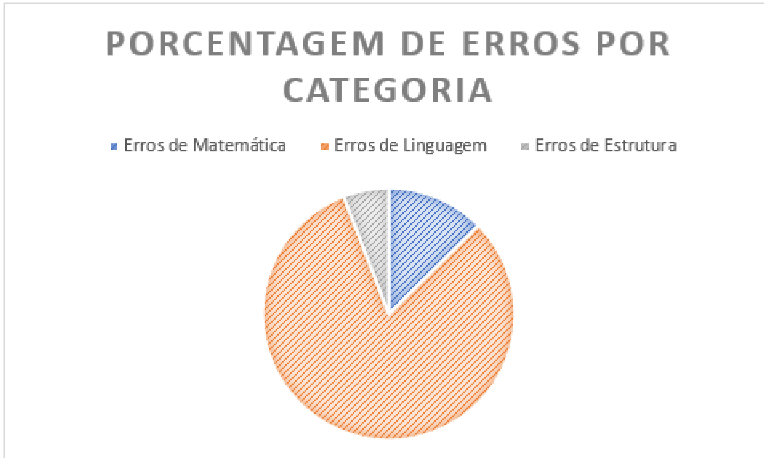


Figura 12

5 Considerações Finais

De acordo com a metodologia utilizada nesta análise, concluímos que o livro, apesar de ter bons referenciais e boas ideias, as boas ideias foram mal executadas, o que faz com que esse livro não seja bom.

O autor tenta trazer, sempre que possível, referenciais históricos, como faz trazendo os gregos (aliás, seria interessante incluir numa próxima edição as recentes notícias sobre os babilônios), porém ele falha em relacionar a história com a maneira de apresentar o assunto, tornando-se mais um tópico desconexo em meio ao resto, onde a maior parte das tentativas de contextualização foram falhas, como mostra a figura 10.

Outras boas ideias do autor são os blocos "bate-papo", "tratamento da informação"e "outros contextos". Infelizmente, no primeiro caso, a discussão fica sem um rumo, e em alguns momentos fora de contexto, sem que o aluno ou o professor tenham orientação a respeito. No segundo caso, o autor falha em conseguir relacionar conceitos estatísticos com o que está sendo abordado, ficando sem sentido – talvez na tentativa de cumprir a lei da PNLD, inserindo estatística "de qualquer modo", para ter o conteúdo no livro. E o último que acabou perdendo o propósito, uma vez que os "exercícios contextualizados", que, nas palavras do autor, são no modelo –ENEM, não passam de mera cópia do exemplo, sem semelhança com a realidade, com o ENEM, ou com uma contextualização bem feita.

O livro falha muito no quesito "exercícios", como é possível ver nos gráficos nas figuras 9 e 10 pela questão da contextualização, mas principalmente por ser o mesmo tipo de exercício que o exemplo traz, sem que o aluno precise compreender o assunto para resolvê-los. Na apresentação do assunto em si, os conceitos são mal formulados ou não formulados, de modo que, mesmo que esse tipo de erro venha em menor quantidade, são erros considerados crassos por nós. Criar um conceito para substituí-lo pelo conceito usual é desnecessário, se existe uma terminologia, é necessário usá-la, de modo que não seja mais complicada a ressignificação do que precisa ser.

Para um livro que pretendia trabalhar com os conceitos de Pólya[2], sequer parece que foi influenciado pelo autor. As etapas de Resolução de Problemas em momento algum são citadas ou trabalhadas, nem mesmo necessárias. Tudo que se precisa para os exercícios deste livro é de um olhar atento ao exemplo, como os gráficos mostram.

Nossa metodologia não é capaz de quantificar isso, mas o grupo sentiu com o livro que a Matemática é sempre apresentada como algo pronto e acabado, não como problemas que o aluno vai querer buscar soluções. Isso faz com que o aluno pense que a Matemática sempre existiu e foi vista desta forma (o que, se é o intuito do autor, poderia propor a discussão de modo que essa não fosse a única resposta aceitável, encorajando o debate).

Sendo este o livro do professor, falta muita coisa para que o professor possa, de fato, se amparar neste livro. O modelo apresentado neste livro é o tradicional: definição, exemplo, exercícios, sem qualquer quebra com o paradigma do exercício.

Do ponto de vista do aluno, é um livro confuso que, ao mesmo tempo, traz questões demasiadamente fáceis, subestimando a capacidade de aprendizado do aluno, trabalhando na zona de desenvolvimento real ao invés de trabalhar na zona de desenvolvimento proximal[4], desmotivando-o, assim, por estar aquém do que ele pode fazer, e traz conceitos tão confusos e avulsos que dificulta para o aluno encontrar relação entre eles, como se falasse com alguém que já sabe aquilo, estando além do que ele sabe, sendo desmotivador pelo extremo oposto.

Resumindo, para um livro no modelo tradicional: definição, exemplo e exercícios, as definições não são suficientemente claras, os exemplos não são suficientemente bons, e os exercícios são demasiadamente simples. Por fim, ressaltamos sugestões gerais baseadas nos erros mais recorrentes, visando que o autor possa melhorar o livro para próximas edições:

- Trabalhar a história com interdisciplinaridade, melhorando, assim, sua contextualização, não como nota de rodapé, mas sim percorrendo o caminho histórico, uma vez que assim conseguimos ensinar toda a Matemática.

- Trabalhar com contextualizações reais, onde o contexto realmente remeta o aluno a alguma vivência que o auxilie ao pensar no problema.

- Trabalhar com exercícios de diferentes dificuldades e estilos, para que o aluno não apenas se aposse do mecanismo, deixando de pensar no problema.
- Ao trabalhar o "tratamento da informação", buscar o contexto do capítulo, para que os dados estatísticos estejam relacionados ao assunto, e o aluno consiga ver que diferentes áreas da Matemática têm relação.
- Trabalhar melhor o passo-a-passo e a simbologia, bem como as definições, se necessário colocando notas de rodapé com explicações, para que o aluno consiga acompanhar o assunto.

Referências

[1] Luiz Roberto Dante, *Projeto Teláris: matemática 9 : livro do professor*, Ática, 2013.

[2] George Polya, *A arte de resolver problemas*, Universidade Stanford, 1977.

[3] Toshiakira Fujii, *Lesson study for improving quality of mathematics education*, Tokyo Gakugei University, 2015.

[4] Marta Kohl de Oliveira, *Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*, São Paulo: Scipione, 2010.