

# **Análise Vertical**

Ana Cláudia Piau Candido  
Carlos Eduardo Oliveira Rodrigues  
Paulo César De Oliveira Rodrigues  
Viviane Silva Freire

Agosto/2017

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>3</b>
2.1	Conceituação . . . . .	3
2.2	Aplicação . . . . .	3
2.3	Destaques Positivos . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Análise</b>	<b>5</b>
3.1	Conceituação . . . . .	5
3.1.1	Capítulo 12 . . . . .	5
3.1.2	Capítulo 13 . . . . .	6
3.2	Aplicação . . . . .	8
3.2.1	Capítulo 12 . . . . .	8
3.2.2	Capítulo 13 . . . . .	11
3.3	Destaques Positivos . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Gráficos</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>18</b>

# 1 Introdução

Nesta tarefa será feita uma análise vertical de dois capítulos do livro didático “Matemática Paiva” ,volume 2, do autor “Manoel Paiva” , editora “Moderna” , 1ª edição (2009), baseada em análises feitas pelo Professor Dr. Elon Lages Lima.

Este livro é direcionado para alunos do 2º ano do Ensino Médio e faremos essa análise crítica com intuito de destacar problemas e oferecer possíveis soluções para os mesmos, levantando e estudando dados sobre os tipos de problemas encontrados para assim chegar a uma conclusão sobre a qualidade do livro.

Os capítulos analisados são:

**12** Geometria de posição e poliedros

**13** Primas e pirâmides

## 2 Metodologia

Analisaremos dois tópicos principais: **Conceituação** e **Aplicação** e em seguida destacaremos o que achamos de positivo nesses capítulos (**Destaques Positivos**).

### 2.1 Conceituação

Essa parte da Análise Vertical tem como intuito a checagem de como é elaborado o conteúdo matemático.

Cabe analisar os critérios no texto:

- Erros de definições (**C1**)  
Definições mal formuladas, confusas ou vagas.
- Linguagem Inadequada (**C2**)  
Observamos se a linguagem é inadequada gramaticalmente ou visualmente para o entendimento do aluno ou, também, inadequada para idade dos alunos que o livro atende.
- Obscuridade (**C3**)  
Conceitos mencionados que não foram antes definidos ou lembrados pelo autor, passagens que cabem demonstração e o autor não engendra-as. Conceitos que poderiam ser dedicados um ou dois parágrafos para explicar melhor e fazer apresentação de imagens para ilustrá-los.
- Rigor Matemático (**C4**)  
Abordagem do assunto em uma linguagem e/ou formalismo matemático não condizente com a faixa etária do público alvo do livro.
- Falta de Continuidade (**C5**)  
Mudança de assuntos repentinos são destacados aqui.

### 2.2 Aplicação

A obra analisada é destinada à adolescente de 16 anos, que se encontram na idade Operatório-Formal para Piaget.

"Operatório-formal (acima de 12 anos): A representação agora permite a abstração total. A criança não se limita mais a representação imediata nem somente às relações previamente existentes, mas é capaz de pensar em todas as relações possíveis logicamente buscando soluções a partir de hipóteses e não apenas pela observação da realidade"

Em outras palavras, as estruturas cognitivas da criança alcançam seu nível mais elevado de desenvolvimento e tornam-se aptas a aplicar o raciocínio lógico a todas as classes de problemas.

Exemplo: Se lhe pedem para analisar um provérbio como "de grão em grão, a galinha enche o papo", a criança trabalha com a lógica da idéia (metáfora) e não com a imagem de uma galinha comendo grãos. Fonte: Lopes, J. Reportagem publicada da revista Nova Escola, ano XI, nº 95, de agosto de 1996.

Inspirado na responsabilidade da matemática em fazer o papel de desenvolver relações lógicas esperaríamos encontrar na obra um número maior de exercícios com

intenção de fazer os adolescentes ativarem a abstração e um número menor que não dependem de abstração.

Cabe analisar nos Exercícios:

- Representação imediata (**A1**)  
Exercícios que não exigem raciocínio do aluno, que são simplesmente aplicação de fórmulas ou se o exercício fornece todos os dados.
- Exige abstração (**A2**)  
Exercícios que exigem do aluno maior concentração, análise, interpretação do texto e criação de uma linha de raciocínio.
- Contextualização (**A3**)  
Observamos se o exercício proposto possui falsa contextualização, isto é, se o exercício é distante da realidade do aluno, ou ainda, se poderia ser resolvido sem o texto apresentado.

Questionaremos ao exercício se: O problema parece relatar uma situação real? Parece viável? E a exposição será feita para exercícios que a resposta é não, seguindo de um comentário de como melhor trabalhar o exercício. E contaremos as vezes em que os casos 1, 2 e 3 aparecem, inspirados sempre em buscar o melhor entendimento do aluno.

## 2.3 Destaques Positivos

Neste tópico abordaremos o que nos chamou atenção positivamente no livro, como didática, exemplos, contextualização etc.

## 3 Análise

### 3.1 Conceituação

#### 3.1.1 Capítulo 12

Na página 187, seção "O que há além do plano?" logo no começo da seção o autor apresenta três imagens, sendo uma delas a de uma vela azul, que está numa qualidade ruim, não deixando claro se ela tem formato cilíndrico ou de prisma, caracterizando **(C2)** - linguagem visual inadequada para o entendimento. Uma solução seria a inclinação da imagem para que se possa ver o topo da vela.

Já na seção "O espaço e seus elementos", o autor define espaço como a união de todos os pontos, porém não define ponto, nem nos capítulos anteriores. Caracteriza **(C3)** - obscuridade. O autor poderia ter introduzido o conceito de "noções primitivas" do qual fazem parte: ponto, reta e plano, indicando que essas noções são a base da geometria e são aceitas sem definição. Outra opção, levando em consideração que em seguida no livro se encontra a definição de reta, seria definir ponto como: Ponto é aquilo que não possui partes (Euclides).

Na página 189, o autor usa o termo "figuras espaciais", porém não explica o que significa, retomando e explicando essa nomenclatura somente na página seguinte, caracterizando **(C3)**.

Ainda nessa página, na seção 3, tem-se a seguinte frase: "Duas retas coplanares podem ter duas posições relativas possíveis: paralelas (distintas ou coincidentes) ou concorrentes. No espaço, duas retas podem ter uma terceira posição relativa: elas podem ser reversas." Porém, em momento algum foi definido o que são "retas coplanares", e mais adiante, define-se "retas reversas" como duas retas que não são coplanares. Temos aqui **(C1)** e **(C3)**. Uma melhor divisão da classificação das retas poderia ser: duas retas em um mesmo plano podem ser paralelas ou concorrentes e analisando o caso espacial, duas retas no espaço podem ser coplanares ou reversas. Definindo que retas coplanares são aquelas que estão contidas no mesmo plano e neste caso, valem as classificações anteriores e que duas retas são reversas se não estiverem contidas num mesmo plano.

Na página 190, na seção 4, é usado o termo "pontos não colineares", sem explicar que pontos não colineares são aqueles que não pertencem a uma mesma reta. Identificamos mais uma vez **(C3)**.

Na seção 7, sobre Perpendicularidade, no final da página 196 é enunciado um Teorema, seguido de um exemplo, sem dar uma demonstração ou pelo menos uma ideia de como demonstrar esse teorema. O autor nem sequer se preocupou em colocar um quadrinho ao lado explicando que Teorema é uma afirmação que pode ser demonstrada (na página 118, ao enunciar um postulado, é colocado um quadrinho ao lado explicando o que é um postulado). **(C3)**

Na página 200, seção "Ângulos no Espaço", cabia ao autor relembrar o conceito de ângulo, caracterizando **(C3)** - Obscuridade. Definição aceitável: Ângulo é o conjunto de pontos formados por duas semirretas (lados do ângulo) que possuem a mesma origem. Na mesma seção, na subseção "Ângulo entre reta e plano, Ocorre Obscuridade, porque se usa o seno para estimar o ângulo entre reta e plano e o correto seria usar a relação de cosseno. Caracterizando **(C3)**;

### 3.1.2 Capítulo 13

Na página 212, é trabalhado prismas e pirâmides. O autor apresenta um iceberg parecido com uma pirâmide, porém, para quem está estudando estes sólidos pela primeira vez não é nada intuitivo visualizar a pirâmide. Como sugestão, trocaríamos a figura do iceberg por uma das pirâmides do Egito, ou ainda uma figura de um prédio em forma de prisma de base quadrangular. Neste trecho foi notado linguagem inadequada (C2), relacionando o conjunto título, imagem, questionário.

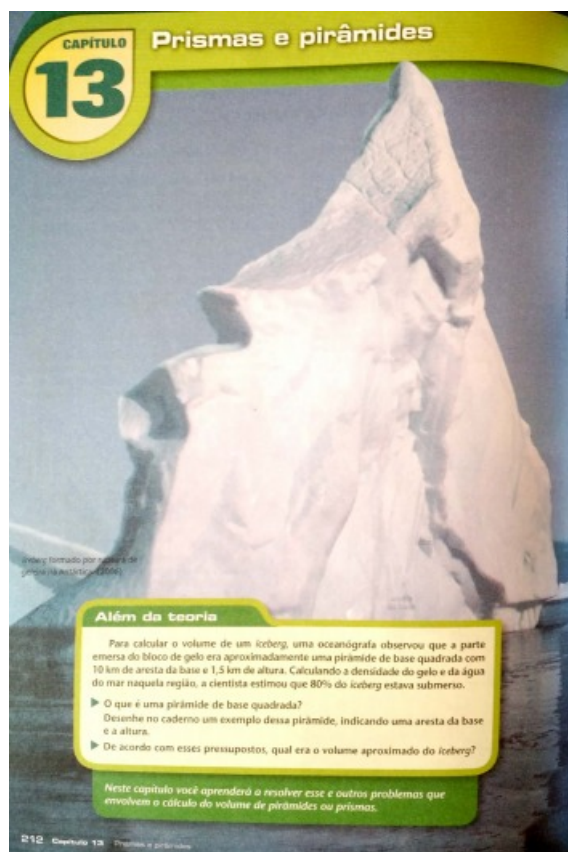


Figura 1: Capa do capítulo 13

Ainda na apresentação do capítulo, o autor pergunta para o leitor: “o que é uma pirâmide de base quadrada?”, porém ele apresenta uma imagem não coerente. E mais, logo a seguir ele pede para o leitor desenhar no caderno um exemplo dessa pirâmide, indicando uma aresta de base e altura. Porém o aluno não terá a mínima ideia do que fazer com as informações apresentadas neste início de capítulo. (C3)

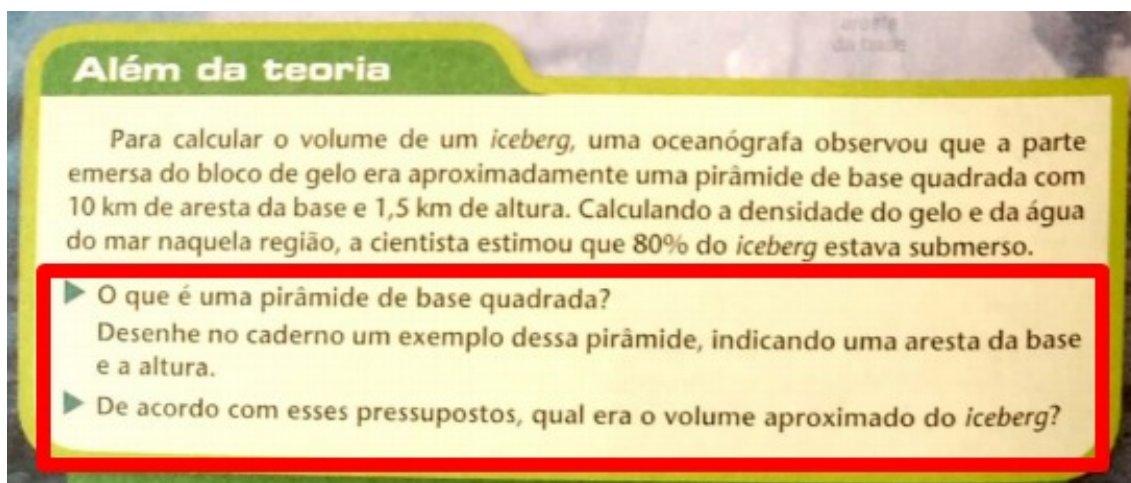


Figura 2: Questionário na capa do capítulo 13

Na página seguinte, 213, o autor define prisma e logo em seguida diz “Isaac Newton utilizou um prisma de cristal de bases triangulares como a da foto, para decompor a luz solar nas cores do arco-íris”. O intuito do autor seria mostrar uma utilidade para o prisma ou enfatizar a descoberta de Newton e dizer o quanto ele foi brilhante?

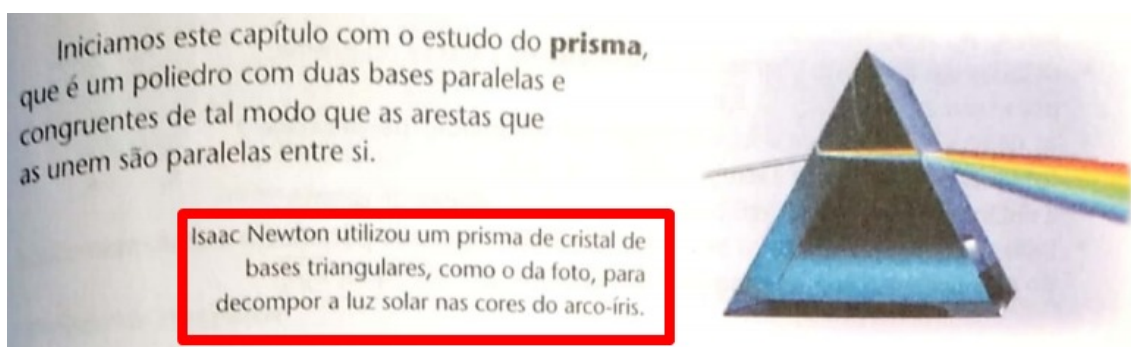


Figura 3: Prisma de bases triangulares

Caso seja mostrar uma utilidade para o prisma, esta é uma utilidade fora da realidade de muitos estudantes, provavelmente nenhum deles terá um prisma de cristal em casa para decompor o arco-íris. Trocaríamos tal informação por uma coisa mais próxima ao aluno, por exemplo: caixa de giz, a sala de aula, os pilares da escola, enfim, temos uma infinidade de outros prismas que aproxima a realidade do aluno, notável que ocorreu falta de Continuidade (C5) neste trecho.

Na página 232, no tópico onde ele aborda o tronco de pirâmide de bases paralelas, há um bom desenvolvimento de como obter o tronco, com uma boa ilustração, no final do tópico ele conclui que volume do tronco é igual a diferença entre os volumes da pirâmide maior e pirâmide menor, que pode ser observado o desenho na página citada. Notamos neste tópico que falta Rigor Matemático (C4) e objetividade porque para alunos dessa faixa etária cabe uma explicação de como chegar na fórmula, fazendo o passo a passo e concluí-la no final do tópico.



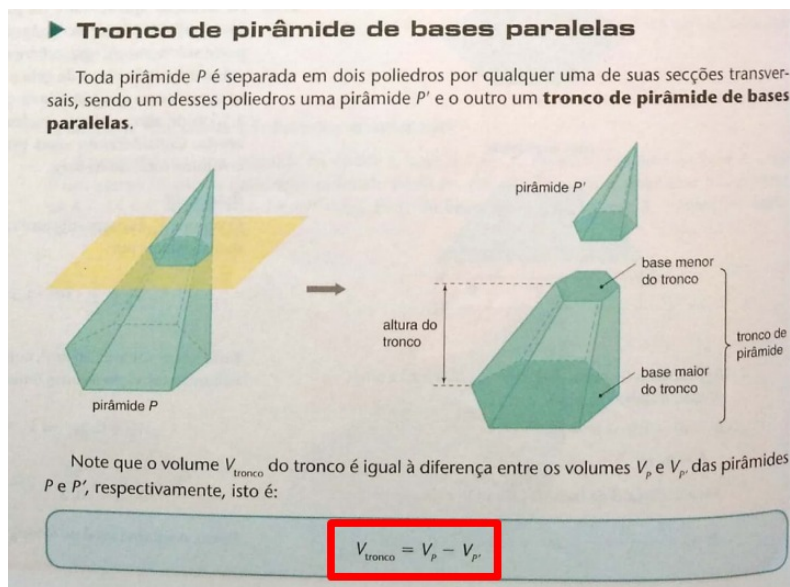


Figura 4: Tronco de pirâmide

Na página 237 que tem como tópico “Matemática sem fronteiras”, um título chamativo, que induz o aluno a continuar a leitura. Mas posteriormente, utilizadas imagem pouco coloridas tornando a leitura final do capítulo cansativa, obtendo aqui um pouco de obscuridade e linguagem visual inadequada (C3) e (C2). Como sugestão, utilizaríamos imagens mais coloridas e ainda mais imagens do passo a passo para obter os poliedros de Arquimedes. Acrescentaríamos também, um pouco da história de Arquimedes, poderia ser em uma caixa de texto chamativa ao lado da página como as anteriores utilizadas pelo autor.

Além desses erros, pensamos que o livro poderia ter algumas seções sobre História da Matemática, despertando a curiosidade dos alunos e retratando e mostrando a importância de alguns matemáticos, como Euclides, o "Pai da Geometria" que nem ao menos foi citado nesses capítulos.

## 3.2 Aplicação

### 3.2.1 Capítulo 12

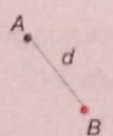
Analisando os exercícios do capítulo 12 - Geometria de posição e reta e aplicando a metodologia pré-determinada de análise vertical, vários muitos pontos foram passíveis de análise e de sugestões de correção ou melhoria. Durante a leitura, foi possível a verificação de que existem alguns tipos/modelos de exercício que se repetiram. Esses exercícios tinham como objetivo determinar se certa afirmação era verdadeira ou falsa. Esse tipo de exercício pode ser muito interessante na questão de fixação das definições aprendidas, entretanto, da forma que é exposto, exige pouco da capacidade do aluno. Além de tudo, o livro possui o gabarito no final, de forma que não desenvolve no aluno a capacidade de abstração e ainda permite que estes simplesmente copiem as respostas. Eles foram encontrados em diversas páginas, ex 1 - p. 190, ex 6 - p. 193, ex 7 - p. 195, ex 9 - p. 197. cada um retomando o que havia sido abordado na seção em que estava. Então, essas questões poderiam ser inseridas dentro de (A1), pois não exige abstração do aluno. Uma forma de melhorar esse tipo de exercício seria exigir que quando a resposta fosse falsa o aluno precisaria justificar o porquê.

No exercício proposto 5, 10, 12, p.191, 197, 198, a questão que é observada é a da contextualização (**A3**), pois todos estes abordam o contexto de construção, de pisos, paredes, etc, algo que pode ser em alguns casos de difícil compreensão se for considerado que grande parte dos alunos não trabalham no ensino médio ou mesmo porque não estão habituados a essa realidade. Portanto, nesses tipos de exercício haveria uma necessidade de abstração (**A2**) com relação à contextualização.

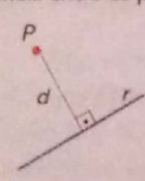
No ex 10, p. 197, é pedido que se identifique o teorema que pode ser verificado na situação descrita no problema, mas o teorema está imediatamente na página ao lado e isso é a única coisa que a questão pede. Portanto, é uma questão de Representação Imediata (**A1**). Como forma de correção, o exercício poderia pedir que os alunos justificassem e mostrassem que elementos do exercício correspondem com os elementos que o teorema traz ao lado, de forma que houvesse uma comparação mais direta.

Na p. 202, ex 14, pode-se observar também o fato (**A1**), porque se pede a medida de um ângulo formado entre uma reta secante à um plano, e outras informações são dadas, inclusive o desenho que forma um triângulo retângulo, e os outros dois ângulo já indicados. Então a única coisa que o aluno precisa fazer é  $180 - 50 - 90 = 40$ . Na mesma página o exercício 16 começa apresentando várias definições de distância entre pontos, ponto a reta, reta a reta (paralelas), ponto a plano, e plano a plano. Mas quando o problema é desenvolvido, não é praticamente necessário utilizar as definições dadas, porque a imagem da representação é dada completa. Portanto é possível observar falta de objetividade e representação imediata (**A1**).

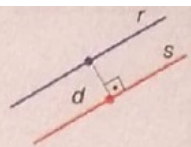
**16** Definição: A distância entre duas figuras geométricas é a medida do menor segmento de reta que liga uma figura à outra.



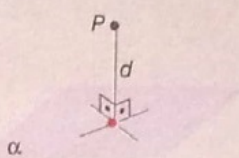
A medida  $d$  é a distância entre os pontos  $A$  e  $B$ .



A medida  $d$  é a distância entre o ponto  $P$  e a reta  $r$ .



A medida  $d$  é a distância entre as retas paralelas  $r$  e  $s$ .



A medida  $d$  é a distância entre o ponto  $P$  e o plano  $\alpha$ .

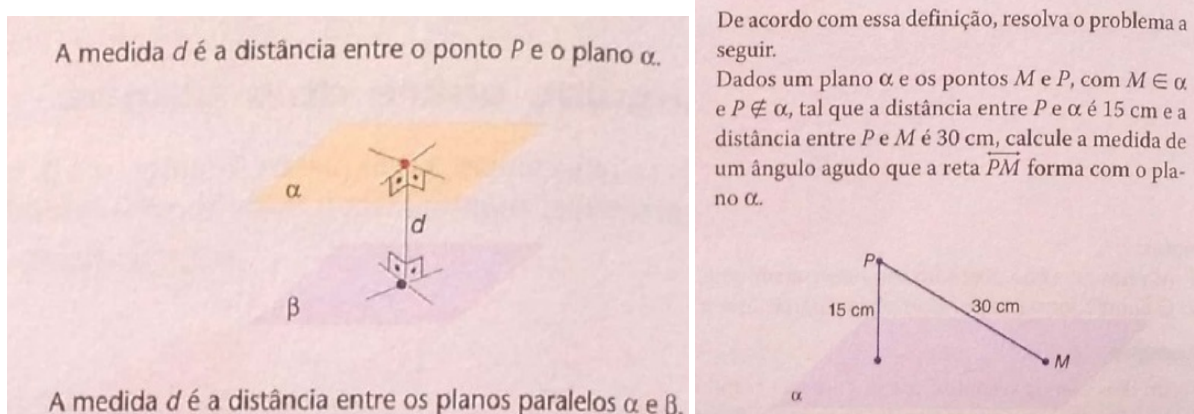


Figura 5: Exercício 16 proposto na seção Ângulos no Espaço

É possível identificar **(A1)** também no exercício 17, dessa mesma página, porque a imagem é dada e só exige a aplicação da relação de cosseno no triângulo retângulo. Uma forma de correção, para que os alunos precisassem raciocinar um pouco mais, seria simplesmente não apresentar o desenho narrado no enunciado. Pois com isso eles precisariam ler com mais atenção e interpretá-los para conseguir desenvolver o que foi pedido.

Na seção 10 de Poliedros (p. 207) todos os exercícios (19 - 30) são de aplicação da relação de Euler, e nada que exija alguma dedicação grande dos alunos, apenas a aplicação direta da relação. Todos, portanto, **(A1)**.

Com relação aos exercícios resolvidos, alguns problemas também foram analisados. No início do capítulo uma questão é inserida para que os alunos pensem no porquê o tripé de um fotógrafo não balança mesmo em piso irregular. No decorrer do capítulo esse assunto é retomado em um exercício resolvido 1, p.191, e agora o tripé foi mudado para um tripé de um pintor, mostrando uma mudança de contexto sem muito objetivo **(A3)**. Como os alunos estariam com esse exercício em mente, pelo menos teoricamente, uma vez que viram a capa do capítulo, seria mais interessante deixar que os alunos chegassem a conclusão que o exercício dá.

Na seção anterior aos exercícios R.5, R.6, R.7 (p. 205) a explicação do que são ângulos triédrico, tetraédricos, etc, estão muito vagas. Então nesse aspecto, se os alunos entenderem estes exercícios resolvidos, eles terão entendido a definição, mas os que não, terão dificuldade de acompanhar e abstrair **(A2)**. Então, para que esses exercícios atingissem uma maior porcentagem dos alunos, uma revisão na explicação das definições dos ângulos, e não uma simples imagem representando.

Na seção Roteiro de trabalho, uma atividade é proposta aos alunos, com 4 exercícios, e em um deles (4b) eles precisam criar uma tabela a partir dos poliedros (tetraedro, hexaedro, octaedro, etc) que eles construíram em um dos itens anterior (4a). Nesta tabela seriam anotados os números de faces, vértices, arestas, número de arestas por face, número de arestas por vértice. Da forma que o exercício é proposto ele seria uma representação imediata **(A1)** para construir a tabela, e na parte de construção dos sólidos existe a necessidade de uma certa abstração **(A2)**. Como medida corretiva, seria interessante e provavelmente acrescentaria muito aos alunos se esta atividade fosse apresentada antes da seção que aborda a Relação de Euler, porque seria uma ótima maneira de introduzi-la, uma vez que os alunos já estariam

familiarizados com os conceitos e para aqueles mais observadores, perceber a relação.

**Roteiro de trabalho**

- Em duplas, descrevam uma situação que possa servir de modelo para a representação de um ponto, de uma reta e de um plano; e duas situações que possam servir de modelo, uma para a representação de retas paralelas distintas e outra para retas concorrentes.
- Em duplas, descrevam um cenário do cotidiano que possa servir de modelo para a representação de planos paralelos distintos e planos perpendiculares.
- Junte-se a um colega e descrevam:
  - uma situação do cotidiano em que se observa um ângulo entre uma reta e um plano.
  - uma situação em que é possível observar um ângulo entre dois planos.
  - um objeto no qual é possível enxergar um poliedro convexo.
- Junte-se a um colega e façam o que se pede:
  - Desenhem em uma folha de cartolina cada uma das figuras apresentadas nas páginas de 284, 290, 295 a 297. Recortando, dobrando e colando, montem cada um dos poliedros regulares. (Tenham em mente que cada uma dessas figuras montadas representa a superfície do poliedro, pois o poliedro é uma figura maciça, ou seja, é a reunião da superfície com o seu interior.)
  - A partir dos poliedros regulares construídos no item a, copiem a tabela abaixo no caderno, substituindo as letras  $a, b, c, \dots, y$  pelos respectivos valores numéricos.

Poliedros regulares					
Nome	Número de faces ( $F$ )	Número de vértices ( $V$ )	Número de arestas ( $A$ )	Número de arestas por face ( $n$ )	Número de arestas por vértice ( $m$ )
Tetraedro	$a$	$f$	$k$	$p$	$u$
Hexaedro	$b$	$g$	$l$	$q$	$v$
Octaedro	$c$	$h$	$m$	$r$	$w$
Dodecaedro	$d$	$i$	$n$	$s$	$x$

Figura 6: Exercícios propostos pelo Roteiro de Trabalho

Por fim, a seção de exercícios complementares (p. 209-210) traz 8 problemas, sendo que o primeiro está o dentro do mesmo padrão apresentado durante os exercícios propostos dentro do capítulo todo, determinar se as sentenças são falsas ou verdadeiras. Portanto, não exige abstração dos alunos (A1). Nesse caso, como correção, seria melhor que um outro tipo de exercício fosse apresentado aos alunos, e não um que já esteve presente durante todo o capítulo. O exercício 3, apresenta a questão de ser um exercício que poderia estar junto com um dos outros exercícios que foram apresentados anteriormente, porque se encaixa no padrão, e nesse contexto final de capítulo se torna uma representação imediata (A1). No exercício 8, é pedido o cosseno de um ângulo a partir de alguns dados fornecidos. O exercício exige certa abstração (A2) porque nesse caso o desenho não é fornecido, então é preciso desenvolvê-lo. Mas seria completamente possível inserir uma contextualização (A3).

### 3.2.2 Capítulo 13

O capítulo 13 possui um título diferente para cada seção de exercícios, e as diferencia por cor também. Esse capítulo se divide em duas subseções: prismas e pirâmides e possui um total de 80 exercícios, contando os resolvidos. 54 deles não desenvolve/exige abstração, 26 deles exigem um certo nível de abstração, 6 desses contam com um tipo de analogia com o ambiente real. Houve um caso de descartável:

O exercício 3 da página 214, que poderia ter sido colocado como mais um item do exercício 1 dessa mesma seção, o que nos leva a chamá-lo de dispensável. Esses 54 exercícios enquadrados em **(A1)** são de calcule volume do sólido, do tipo: "dado um número de aresta calcule o valor de outra, calcule a superfície do sólido". Os 26 que enquadrados em **(A2)** são em maioria de vestibular. Agora será comentado sobre o enredo dos 6 exercícios que cabe qualificar como **(A3)**:

Exercício 13 página 221: aqui há uma contextualização onde a aluna pode se imaginar esvaziando uma prisma reto e colocando em um jarro. Ele também exige conversão de unidade de medida, o que faz com que o aluno possa trabalhar mais de um conceito.

Exercício 31 pág 232: há uma contextualização, com um potencial peculiar. O aluno é apresentado à uma indústria, destacamos que este é o último exercício do capítulo sobre volume de pirâmides, então poderia se investigar melhor com o aluno a palavra da sétima linha: "quadrangular" , e fazer uma adaptação propondo para que o aluno prove que a melhor base, a que desperdiçaria menos matéria prima e teria maior capacidade de volume, é a base quadrangular.

Exercício 6 da página 235: merece destaque pela ótima contextualização, envolvendo chuva, assunto super presente no cotidiano dos alunos. Ele desenvolve abstração, pois os alunos podem fazer analogia desse espaço com áreas abertas do pátio da escola que chove etc.

O número 10 dessa mesma seção e página levou ponto de destaque pelo enredo abordado, que caracteriza um empilhamento de objetos em caixas. As proporções também fazem parte do universo do aluno, que consegue visualizar sem problemas 120cm ou menores medidas em objetos na sala de aula ou na sua casa.

O exercício 12 da página 235 não traz uma figura pronta. O aluno tem que consultar seus conhecimentos para saber posicionar os 6m de comprimento da piscina. Muito acertado quando ele pede para confirmar informações ao invés de só pedir que o aluno calcule os valores do volume e da superfície. Ele poderia estar mais completo se colocasse a palavra "justifique" no fim do enunciado.

Exercício 14 página 235: nesse acontece uma contextualização negativa, onde a palavra "caçamba" é só usada para ligar a figura do prisma a uma "caçamba", o exercício não é desafiante quando já são dadas logo no enunciado todas as medidas da caçamba.

### 3.3 Destaques Positivos

Na página 189 é explicada a diferença de figuras planas e figuras não planas de uma forma muito didática.



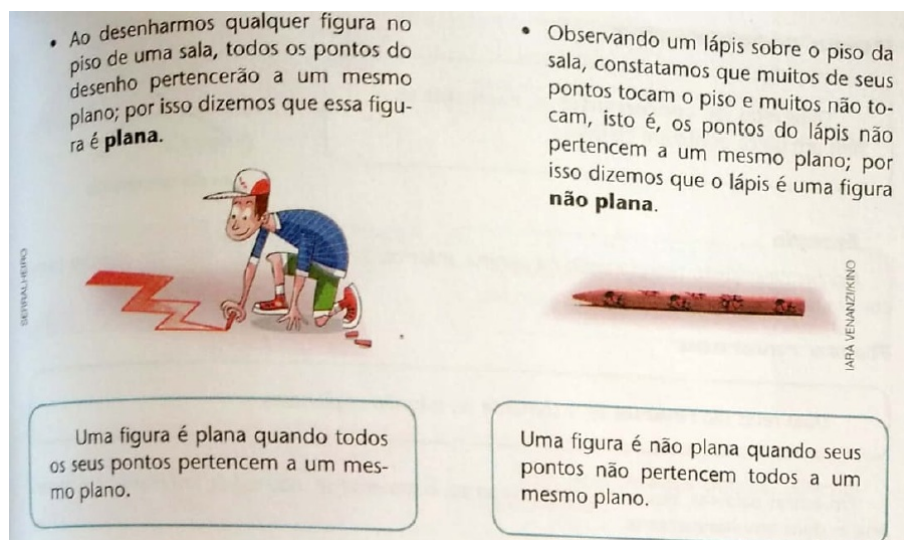


Figura 7: Exemplos: figura plana e figura não plana

O mesmo acontece na página 194, ao exemplificar planos paralelos distintos e planos paralelos coincidentes usando imagens de uma sala de aula, que faz parte do dia-a-dia dos alunos.

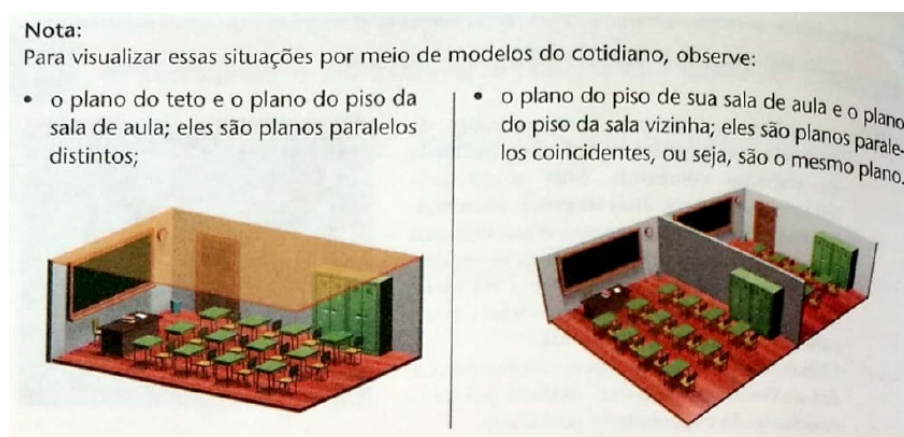


Figura 8: Exemplos: planos paralelos distintos e coincidentes

O autor também usa a sala de aula para exemplificar dois planos perpendiculares, na página 198, onde ele mostra uma foto e diz que o plano do piso e o plano de uma das paredes da sala de aula são perpendiculares.

Valorizamos a legenda no quadrado de contorno verde ao lado, na página 218, onde o autor ensina os alunos a ler os símbolos matemáticos, tipo centímetros cúbicos e outros, porque muitos alunos às vezes não sabem a simbologia e como se lê.

Na página 222, onde o autor introduz o princípio de Cavalieri, achamos bem apresentado, foi utilizada uma imagem de pilha de moedas que ficou bem intuitivo a ideia do que está passando neste tópico, nota-se aqui a objetividade concluída.



Figura 9: Princípio de Cavalieri

Na página 229, o autor demonstra duas propriedades e a seguir as utiliza para explicar o cálculo de volume de uma pirâmide. As demonstrações foram feitas utilizando um método fácil que os alunos acompanhados do professor, teriam uma boa compreensão de como chegou à fórmula de volume de um prisma. A linha de raciocínio empregado pelo autor foi interessante, depois das propriedades e de suas respectivas demonstrações ele conclui qual é a fórmula do volume, e ainda, ele demonstra para uma pirâmide de base triangular e depois ele generaliza para uma pirâmide qualquer.

Quanto a exercícios do capítulo 12 que exijam abstração e apresentem alguma contextualização, temos os seguintes:

Exercício 4, p. 191, pede que os alunos determinem quantos planos podem ser formados a partir de 4 pontos no espaço (que não sejam coplanares) e que façam um desenho representando cada um. Os alunos podem aplicar o conhecimento do capítulo anterior (Análise Combinatória) para resolver o exercício e neste caso não receberam o desenho do livro.

Exercício 11, p. 198, diferentemente de vários outros, não se utiliza um paralelepípedo para que relações sejam encontradas. Porém, uma cadeira é apresentada, um objeto muito comum a todos, portanto bem aplicável ao contexto de um aluno.

Exercício 31, p. 208, exige que os alunos descubram qual é o poliedro regular cujos vértices são os centros das faces de um octaedro. E portanto, eles terão que abstrair para construir o octaedro e visualizar o outro poliedro inscrito.

## 4 Gráficos

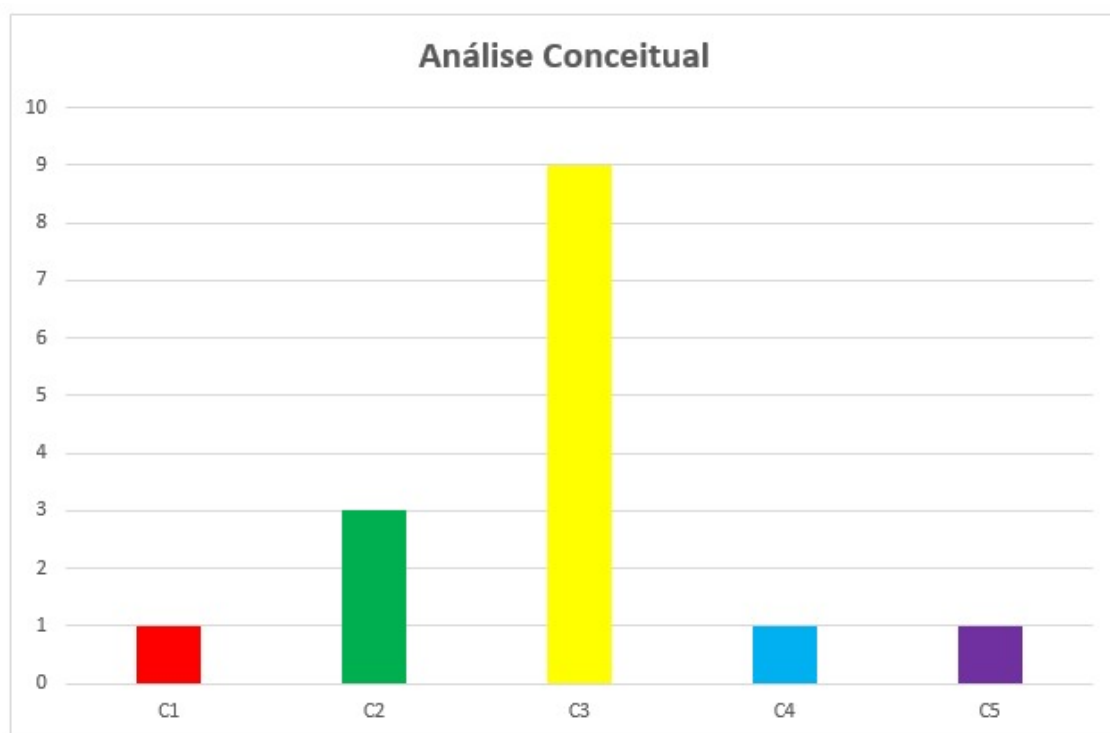


Figura 10: Conceituação - Cap. 12 e 13 - Conceito X Quantidade

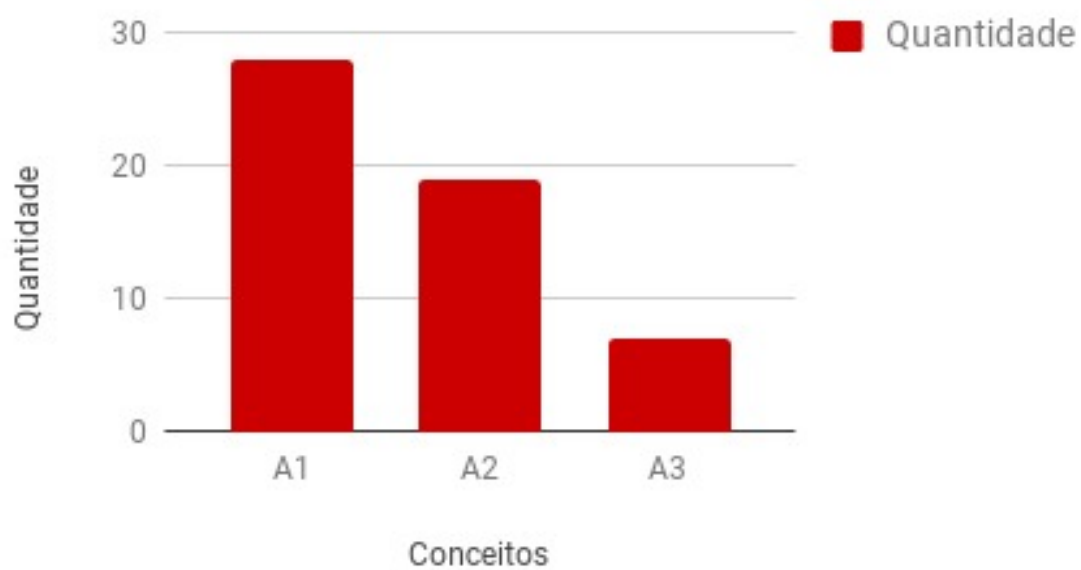


Figura 11: Aplicação - Cap. 12 - Conceito X Quantidade



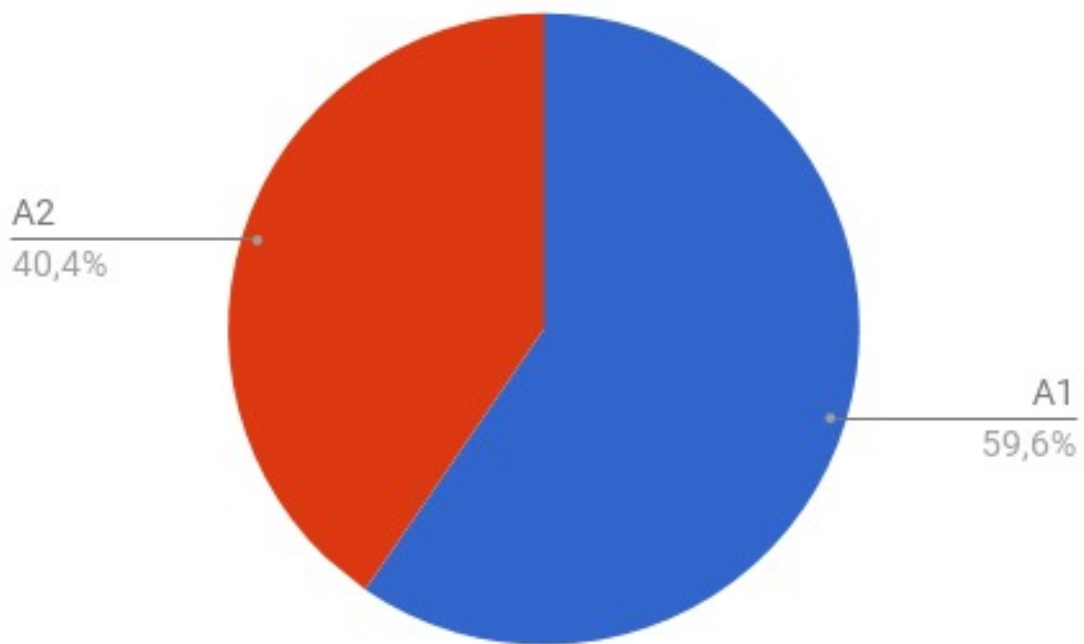


Figura 12: Aplicação - Cap. 12 - A1 X A2

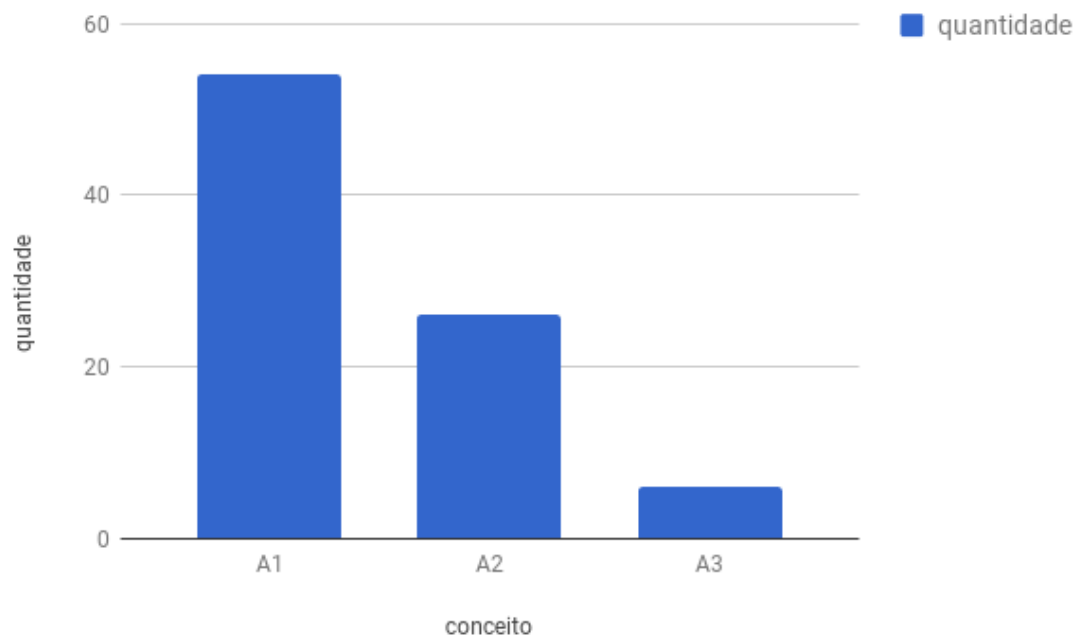


Figura 13: Aplicação - Cap. 13 - Conceito X Quantidade

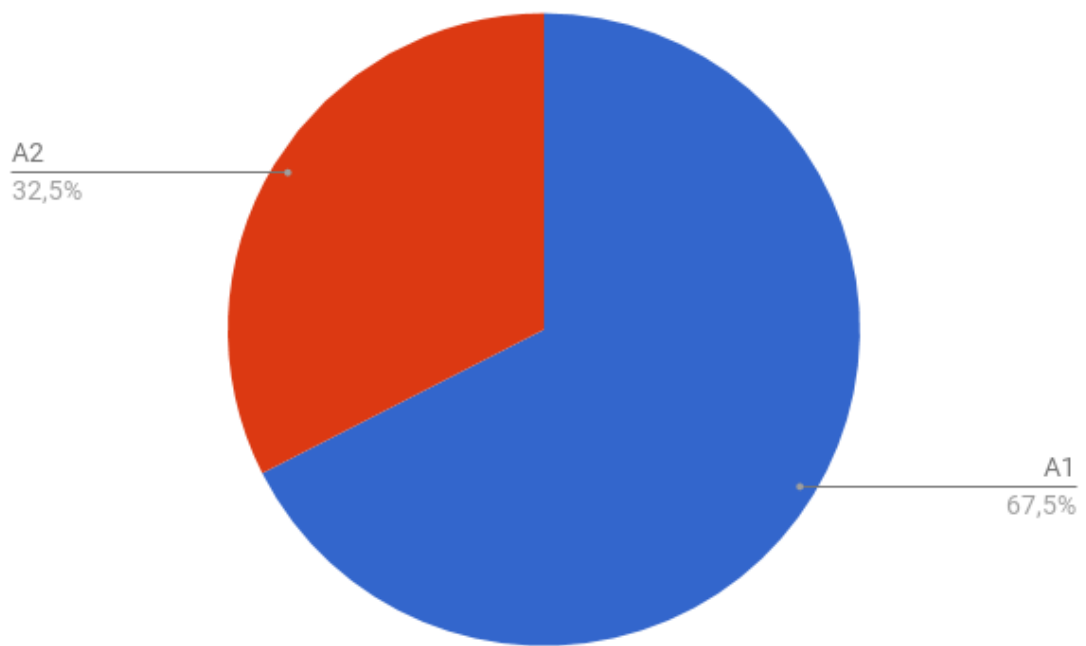


Figura 14: Aplicação - Cap. 13 - A1 X A2

## 5 Conclusão

Após analisar os dois capítulos na parte conceitual e observar os gráficos, vimos que os conceitos que mais se repetem são Obscuridade (**C3**), seguidos por Linguagem Inadequada (**C2**). Tais erros não são gravíssimos, visto que o conteúdo matemático não está errado, mas confuso em alguns casos. E embora exista essas imperfeições, notamos que o livro é bem didático, utiliza muitas imagens e bons exemplos.

Já na parte de aplicação, pode ser observado no gráfico que nos dois capítulos há uma proporcionalidade maior de casos de Representação Imediata (**A1**) do que exercícios que exijam abstração (**A2**) sendo que, nos dois capítulos, os exercícios com representação imediata retratam cerca de 60% do total. Pode-se ver também que apenas alguns exercícios tiveram problema com sua contextualização (**A3**), o que pode ser devido ao fato de que poucos exercícios possuam ao menos algum tipo de contexto. Além disso, os que possuem são, quase em totalidade, retirados de algum vestibular.

Concluimos então que a qualidade do livro é mediana. Apesar dos erros encontrados, o docente é capaz de adaptar esse livro a sua aula, trabalhando bem, e os alunos são capazes de acompanhar a leitura com facilidade, mesmo que em alguns pontos possa ocorrer alguns conflitos de interpretação.

O livro cumpre o papel ao qual se compromete nesses capítulos: ensinar conceitos de geometria espacial. Porém, ele necessita de uma reformulação em seus exercícios para que haja uma maior exigência dos alunos quanto a abstração e uma diminuição dos casos em que a interpretação ocorre de forma direta para fixação dos conceitos aprendidos. É necessário que tenha exercícios mais desafiantes para o aluno, fazendo com que ele possa desenvolver melhor o raciocínio e expandir seu conhecimento sobre o conteúdo abordado. Por fim, na roupagem que os gráficos apontam, a maioria dos exercícios seriam indicados para crianças e não para o 2º ano do Ensino Médio, para quem o livro se dirige. Mas como diria Ellon Lages de Lima " A única coisa perfeita é o conjunto vazio. "