

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Allan Dulianel Manzini  
Carina Dorissotti Lofredo  
Débora Aparecida de Passos  
Júlia de Queiroz Caldeira  
Vítor Caetano Silva

Análise Vertical

Campinas - SP

2016

Allan Dulianel Manzini  
Carina Dorissotti Lofredo  
Débora Aparecida de Passos  
Júlia de Queiroz Caldeira  
Vítor Caetano Silva

## Análise Vertical

O intuito deste trabalho é fazer uma sucinta análise vertical do livro de Matemática do 9º ano da editora Apoema, cujo autor é Linos Galdone, para a composição avaliativa da disciplina MA225 no segundo semestre de 2016.

Professor: Dr. Henrique Sá Earp

Campinas - SP

2016

# Sumário

1. Metodologia . . . . .	<b>3</b>
2. Análise Vertical . . . . .	<b>5</b>
3. Gráficos . . . . .	<b>15</b>
4. Considerações finais . . . . .	<b>16</b>

# 1. Metodologia

A metodologia desenvolvida para realizar uma análise no livro didático será baseada em 4 tópicos principais:

- **Conceituação:** É a redação de definições e enunciados, o esclarecimento dos mesmos e a conexão entre os conceitos.
- **Manipulação:** É o desenvolvimento, principalmente algébrico, da explicação de exemplos, exercícios e demonstrações.
- **Aplicação:** É a contextualização do que foi ensinado, seja através de exercícios ou exemplos, nos quais a teoria anteriormente fixada é colocada em prática, criando assim uma ligação do conteúdo com as experiências do aluno e/ou com outras áreas de conhecimento.
- **Estrutura:** É a maneira com a qual o livro é dividido, isto é, sua sequência lógica e conexão entre os conceitos estudados. Neste tópico englobamos também a adequação dos exercícios e curiosidades apresentadas com o tema a ser ensinado.

Cada tópico será subdividido com o intuito de auxiliar a análise e deixá-la mais objetiva. Faremos essa separação da seguinte forma:

## Conceituação

- **(C.1) Erros:**
  - **(C.1.a) Erros de Desatenção:** Cálculos errados ou imprecisos, além de erros de digitação.
  - **(C.1.c) Erros em Conceitos:** Conceitos mal formulados, vagos e que podem levar a confusão durante a leitura, ou posteriormente em sua aplicação.
- **(C.2) Linguagem Inadequada:** Linguagem verbal e visual em desacordo com a faixa etária, termos matemáticos mal colocados e/ou explicados.
- **(C.3) Imprecisão:** Definições imprecisas.
- **(C.4) Obscuridade:** Trechos que podem gerar várias interpretações, ambíguos, ou que causam contradições.

### Manipulação:

- **(M.1) Incompleta:** Demonstrações ou desenvolvimento algébrico muito sucinto, com ausência de passos ou indicações que auxiliem na compreensão do aluno.
- **(M.2) Confusa:** Realização de passos muito complexos, confusos e/ou mal explicados no desenvolvimento de exercícios, exemplos ou demonstrações.

### Aplicação:

- **(A.1) Descontextualizada:** Com pouca ou nenhuma conexão com a vida e as experiências dos alunos.
- **(A.2) Limitada:** Falta de balanceamento nos exercícios e exemplos, isto é, excesso de um mesmo tipo de exercício, como por exemplo de fixação, onde o conceito necessário para a realização do mesmo é dito no enunciado, ou apenas problemas aplicados, ou ainda muitos exercícios de um mesmo nível de dificuldade.

### Estrutura:

- **(E.1) Adiantada:** Exercícios, notas ou exemplos que utilizam conceitos ainda não estudados, e atividades ou trechos quaisquer com assuntos que não foram abordados até o momento.
- **(E.2) Desconexa:** Desconectividade entre a informação, exemplo ou exercício e o restante do assunto naquele capítulo ou seção.

## 2. Análise Vertical

### Unidade 4: equações do 2º grau

- **Capítulo 10: Equações do 2º grau**

Na página 102, no segundo parágrafo é apresentada uma situação problema e nos parágrafos seguintes o autor vai enunciando tal situação, até que no terceiro parágrafo formula uma questão que é respondida nas linhas seguintes com uma equação do segundo grau. No entanto, tal assunto não havia sido introduzido ainda por nenhum tipo de definição e também não houve espaço para que o aluno pudesse tentar resolver o problema proposto com os conhecimentos que possuía até o momento, é apenas dada uma equação, que é chamada como equação do segundo grau, sem antes sequer ter definido o que seria isso.

Para um aluno de ensino fundamental, muitas vezes equações jogadas de forma direta, sem nenhum tipo de introdução ou conhecimento base podem causar grande incompreensão. Uma vez que toda a unidade destina-se ao assunto de equações do segundo grau, introduzi-las de maneira tão vaga e sem grande cautela na manipulação, pode causar grandes dúvidas conceituais iniciais. Tais erros podem ser caracterizados como estrutura adiantada e erro de conceito, **(C.1.c)** e **(E.1)**.

Logo em seguida, no trecho *“Nesta unidade estudaremos equações do segundo grau e veremos procedimentos que nos possibilitem resolvê-las com base nos coeficientes.”*, o autor faz referência à conceitos que ainda não foram explicados, dessa forma pode ser difícil aos alunos visualizar do que se trata, uma vez que ainda não foi apresentada a equação reduzida desse tipo de equação, o aluno pode não compreender o que exatamente seriam os coeficientes dela, conceito que é explicado logo em seguida, mas ainda assim, é sempre arriscado citar algo que não foi abordado até o momento, adiantando a estrutura **(E.1)**

Na linha seguinte, no primeiro parágrafo após o subtítulo: *“Resolução de equações incompletas”*, o autor primeiro define equação de segundo grau, seus coeficientes e como reconhecê-las para somente no fim da página seguinte inserir o assunto de equações incompletas. Seria mais coerente um outro subtítulo antes, como por exemplo *“Forma reduzida de uma equação do segundo grau”*, para em seguida, esclarecido os aspectos envolvendo identificação das equações e seus coeficientes, introduzir o assunto das equações incompletas. Como boa parte da seção não está diretamente relacionada com o assunto descrito no subtítulo, podemos classificá-lo como desconexo e adiantado **(E.1)** e **(E.2)**.

Ao final da página 103, na última linha da resolução do exemplo 4, temos:  $x = \sqrt{144}$ , e em seguida,  $x = 12$  ou  $x = -12$ , no entanto, falta o sinal de  $\pm$  antes da raiz, esse erro de digitação constitui um erro de desatenção do autor **(C.1.a)**

Na página 105, na seção "*Agora é com você*", percebemos uma aplicação limitada pois o nível dos exercícios é muito similar, não há diversidade quanto ao nível dificuldade e faltam exercícios de aplicação **(A.1)** e **(A.2)**. O exercício 7, apesar de poder ser resolvido com o conteúdo apresentado, constitui ainda uma estrutura desconexa e adiantada, uma vez que em toda a seção não é dado nenhum exemplo de exercício similar e até o fim da unidade serão trabalhadas apenas equações do segundo grau, nenhuma do terceiro, como essa. Introduzir esse assunto apenas com o enunciado de um exercício, é um erro estrutural **(E.1)** e **(E.2)**.

Na página 106, os exemplos 2 e 3, apresentam manipulação incompleta, **(M.1)**, uma vez que não é explicado o porquê de passos como, por exemplo, somar 4, no começo do exemplo 2. Para alguém que sabe completar quadrados, o procedimento pode parecer bastante lógico, mas para um aluno que tem contato com a técnica pela primeira vez, algumas notas e comentários explicativos seriam importantes, a ausência deles pode gerar muitas dúvidas futuras.

No início da página 108, é proposto demonstrar uma fórmula para a resolução de equações do segundo grau através do método de completar quadrados, a manipulação algébrica é feita de forma correta, no entanto, para um aluno que desconhece o resultado final, é possível que o processo pareça complexo e sem sentido, uma vez que não é deixado claro por qual razão devemos fazer cada passo, como por exemplo começar multiplicando especificamente por  $4a$ , essa falha pode ser caracterizada como uma manipulação confusa **(M.2)**. Uma maneira alternativa e que poderia deixar a demonstração mais clara seria começar dizendo que existe uma fórmula, chamada fórmula de Bháskara, através da qual é possível resolver equações do segundo grau e que podemos chegar a ela completando quadrados. Se a fórmula fosse apresentada inicialmente, faria mais sentido à quem vê pela primeira vez todos os passos necessários para obter aquele resultado partindo da equação  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Além disso, o passo da quarta para a quinta linha é justificado por se tratar de um trinômio quadrado perfeito, no entanto, alguns alunos do nono ano podem desconhecer produtos notáveis, e nesse caso, uma breve nota explicativa ao lado falando sobre o que é um trinômio quadrado perfeito seria interessante, essa omissão também pode ser considerada um erro de manipulação incompleta **(M.1)**.

Ainda na página 108, existe um balão em vermelho com o título "*Observações*", o terceiro tópico deveria explicar a relação entre a existência de raízes reais numa equação do segundo grau e o discriminante, no entanto, é dito apenas em quais situações as raízes existem ou não. Apesar do "*pois*" na frase "*Uma equação do segundo grau admitirá soluções*

caso  $\Delta \geq 0$ , pois se  $\Delta < 0$  a equação não apresentará raízes reais", não fica claro o porquê da existência (ou não) dessas raízes, a falta dessa informação deixa a impressão dessa observação ser apenas uma regra sem grande importância à se decorar. Isso pode ser considerado um erro de conceito (C.1.c) por ter sido muito vago. Tal conceito é explicado com mais clareza no capítulo seguinte, no entanto, apresentá-lo previamente de maneira mal explicada é também um erro estrutural (E.1), se a informação seria dada de maneira mais clara à frente, não era necessário adiantá-la neste capítulo.

Na página 110, temos alguns exercícios, nos dois primeiros é pedido que se resolva equações do segundo grau através da forma de Bháskara, para isso, é necessário que o aluno saiba identificar os termos  $a$ ,  $b$  e  $c$  na equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , no entanto essa habilidade só é trabalhada no exercício 3, caracterizando assim um erro de estrutura (E.1), pois falta uma sequência lógica na ordem dos exercícios. Faria mais sentido que o primeiro exercício fosse o de número 3, e em seguida viessem o 1 e 2 nos quais o aluno aplicaria o que firmou no exercício anterior. Outro problema nesses exercícios, e também nos exemplos que foram dados antes deles, é que temos questões em que o delta é negativo, no entanto a relação do discriminante com as raízes, como já dito, só é explicada plenamente no capítulo seguinte, outro erro estrutural (E.1), uma vez que é cobrada a compreensão do aluno sobre um assunto que não foi tratado ainda.

No segundo parágrafo da página 111, na frase "*Quando as raízes de uma equação do 2º grau são números inteiros, podemos determinar esses valores mentalmente*" apesar da ideia do autor ser dizer que quando os valores são inteiros é mais fácil determiná-los mentalmente, essa frase pode deixar ao aluno a impressão de que só é possível determinar os valores mentalmente quando eles são inteiros, o que não é verdade, quando as raízes de uma equação são frações a dedução mental só é mais difícil, porém não é impossível ou proibida. Uma vez que esse parágrafo introduz a apresentação da técnica de soma e produto, uma confusão conceitual (C.1.c) como essa pode deixar dúvidas futuras e privar o aluno de tentar a técnica sempre que aparecerem frações.

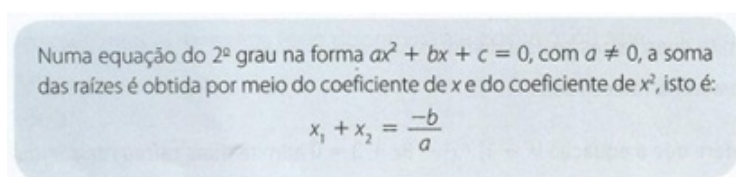
### • Capítulo 11: Propriedades de raízes e coeficientes

Na página 113, no "*Agora é com você*", o primeiro exercício pede que o aluno calcule o valor do discriminante de seis equações, no entanto, nos exercícios do capítulo 10 é pedido que o aluno resolva equações do segundo grau utilizando a fórmula de Bháskara, para isso o aluno deveria saber calcular o discriminante, habilidade que é melhor explicada e treinada neste exercício do capítulo 11, isso configura um erro de estrutura adiantada (E.1), uma vez que é exigido previamente do aluno uma habilidade que será fundamentada no capítulo posterior. Seria mais coerente que o exercício 1 da página 113 fosse o segundo exercício da página 110. Os exercícios seguintes, apesar de possuírem um nível de dificuldade muito



parecido e haver apenas um exercício que pode ser classificado como contextualizado, utilizam apenas conceitos apresentados até esse capítulo e têm uma sequência lógica coerente, mas ainda assim essa limitação constitui uma falha de aplicação **(A.1)** e **(A.2)**.

Na página 114, após a demonstração algébrica, é enunciada a relação da soma entre as raízes de uma equação do segundo grau. Como mostra a figura abaixo, no enunciado está escrito que a soma das raízes pode ser encontrada usando o coeficiente de  $x$  e de  $x^2$ , o que é verdade, porém, impreciso, esse erro de conceituação pode ser caracterizado como imprecisão **(C.3)**. Um enunciado mais completo, e claro, seria: "Numa equação do 2º grau na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ , a soma das raízes é obtida por meio da divisão do oposto do coeficiente de  $x$ ,  $(-b)$ , pelo coeficiente de  $x^2$ ,  $(a)$ ."

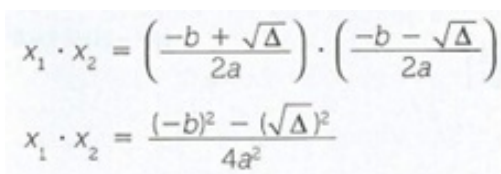


Numa equação do 2º grau na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ , a soma das raízes é obtida por meio do coeficiente de  $x$  e do coeficiente de  $x^2$ , isto é:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Figura 1

Ainda na página 114, durante a demonstração da relação do produto entre as raízes de uma equação do segundo grau, o passo mostrado na figura abaixo pode não ficar claro para alunos que não tenham domínio sobre produtos notáveis, para facilitar o entendimento desses alunos, poderia haver uma indicação do conteúdo que foi usado no desenvolvimento da fórmula ou um passo a mais mostrando a multiplicação realizada dos dois fatores. Essa falha de manipulação pode ser caracterizada como incompleta **(M.1)**.



$$x_1 \cdot x_2 = \left( \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \cdot \left( \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2}$$

Figura 2

No final da página 114, novamente aparece um erro de conceituação imprecisa **(C.3)** ao enunciar a relação entre o produto de duas raízes de uma equação do segundo grau. Como acontece na soma das raízes, a definição diz simplesmente que o produto das raízes é encontrado através dos coeficientes de  $x$  e de  $x^2$ , sem explicitar, no enunciado, como é essa relação. A afirmação do enunciado está correta, porém, incompleta e imprecisa. Para melhorar a compreensão dos alunos, seria mais interessante se estivesse escrito: "Numa equação do 2º grau na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ , o produto das raízes é obtido por meio da divisão do termo independente de  $x$ ,  $(c)$ , pelo coeficiente de  $x^2$ ,  $(a)$ ."

Numa equação do 2º grau na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ , o produto das raízes é obtido por meio do coeficiente de  $x^2$  e do termo independente de  $x$ , isto é:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Figura 3

No começo da página 116, existe um balão com o título “*Observação*”, como mostra a figura abaixo. Nesse balão existem dois erros, o primeiro é logo na primeira frase, quando no final da mesma é indicado que a forma fatorada de uma equação é expressa por  $ax^2 + bx + c = 0$ , o que é um erro de conceito (C.1.c), uma vez que essa informação não está totalmente correta. O segundo erro é na segunda frase, onde é proposta a divisão de cada membro da equação do segundo grau por  $a$ , porém, o livro mostra o resultado da divisão de cada termo por  $a$  possibilitando que o aluno confunda a definição de membro e termo de uma equação, essa falha pode ser caracterizada como erro de conceito (C.1.c).

**Observação:**

▶ Com base nas relações que envolvem a soma e o produto das raízes de uma equação, podemos obter sua forma fatorada, ou seja:  $ax^2 + bx + c = 0$   
 Dividimos essa igualdade membro a membro por  $a$ :  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$   
 Substituímos a soma e o produto das raízes:  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$   
 Fatoramos o primeiro membro da equação:  
 $x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1 \cdot x_2 = 0$   
 $x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1) = 0$   
 $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$

→ forma fatorada de uma equação do 2º grau

Figura 4

Na página 117, com relação aos exercícios, são apresentados exercícios de fixação do conteúdo aprendido, a maioria apresentam baixo grau de dificuldade mas há alguns poucos com grau de dificuldade maior. Muitos exercícios apresentam um raciocínio lógico parecido com os dos exemplos anteriores, o que pode auxiliar o aluno caso hajam dúvidas, porém, a seção não apresenta exercícios contextualizados e isso é um erro de aplicação descontextualizada (A.1). Para melhorar essa sessão de exercícios, o autor poderia acrescentar problemas nos quais o aluno pudesse ver onde os conceitos estudados estão presentes no seu cotidiano.

Ainda sobre os exercícios da página 117, os exercícios 2, 3, 4 e 5 possuem erros de conceito (C.1.c) pois não deixam claro sobre qual incógnita são as equações. No livro deveria estar claro que as equações do segundo grau são na incógnita  $x$ , caso contrário, as raízes podem ser os valores da outra incógnita ( $k$  ou  $m$ ) que satisfazem a equação.

- **Capítulo 12: Equações redutíveis ao 2º grau e problemas**

Na página 118 logo abaixo da figura, ao apresentar a fórmula do número de diagonais de um polígono em função do lado, não é definido o que cada incógnita representa e essa falha pode ser considerada um erro de conceito **(C.1.c)**, já que o aluno pode se confundir quando for o momento de usar essa fórmula. Para não causar essa confusão, poderia estar definido antes ou depois da fórmula o significado das letras  $d$  e  $n$  e quando elas devem ser usadas.

No exemplo 1 da página 119, a resolução da questão envolve uma equação do segundo grau incompleta, porém, não é indicado que ela é incompleta e que por essa razão o autor opta por não usar a fórmula de Bháskara, mas o aluno não estaria errado se o fizesse, no entanto, esse comentário poderia auxiliar na compreensão. Além disso, no final da resolução, são encontradas duas raízes para a equação, 0 e 5, porém, apenas uma delas é o resultado do problema e não é explicado o porquê de a outra raiz não ser resultado do problema, isso pode causar incompreensão para um aluno que não tenha pleno conhecimento sobre polígonos. Para evitar esse tipo de dúvida, a resolução poderia conter um breve comentário,(ou uma nota ao lado), com a explicação de que os polígonos possuem no mínimo 3 lados e, portanto, não há como construir um polígono de zero lados, assim, a raiz zero não é um resultado possível para o problema. Tais pontos podem ser considerados uma manipulação incompleta dada à ausência de dados pertinentes **(M.1)**.

No exemplo 2 da página 119, na terceira frase é utilizada a palavra "*uniforme*" que não é uma palavra habitual, no sentido que está empregado no exemplo, para os alunos da faixa etária do 9º ano, o que caracteriza um erro de linguagem inadequada **(C.2)**. Para simplificar a compreensão dos alunos, o livro poderia conter o significado e a importância dessa palavra no enunciado e no desenvolvimento do exemplo.

Ainda no exemplo 2 da página 119, como mostra a figura abaixo, o desenho não explica como foram encontradas as expressões que representam tanto o comprimento quanto a largura do quadro, o que seria uma falha de manipulação incompleta **(M.1)** Isso atrapalha a compreensão do aluno que tem dificuldade na interpretação de enunciados, fazendo com que o estudante não entenda a demonstração do exemplo e conseqüentemente não consiga aplicar o conceito na resolução dos exercícios. Para facilitar a compreensão, o livro poderia conter uma explicação sobre como foram obtidas tais medidas antes de apresentar o desenho.



Figura 5

Na página 120, na seção “*Agora é com Você*”, os exercícios, no geral, apresentam a característica de aplicação limitada e descontextualizada (A.1) e (A.2), isso se dá, principalmente, por terem um mesmo nível de dificuldade. O autor poderia ter começado com exercícios mais simples e de fixação, e gradualmente ir aumentando a dificuldade, colocando no fim situações problema, por exemplo.

Na página 121, logo após o quadrado azul com a definição de equações biquadradas, o autor não é claro em sua explicação. Uma explicação mais clara do conceito e da resolução de exercícios é mostrada apenas com exemplos resolvidos. Podemos enquadrar essa situação como um erro conceitual (C.1.c)

No início da página 122, quando o autor está terminando o Exemplo 2, ele chega a uma raiz quadrada de  $-18$  e diz que não existe resultado para ela. Ele foi impreciso, pois a raiz não tem resultado apenas no conjunto dos reais, caracterizando um erro conceitual de imprecisão (C.3).

Na página 122, novamente na seção “*Agora é com Você*”, o autor repete os erros da página 120, colocando apenas exercícios de fixação e muito parecidos uns com os outros, não há nenhum exercício contextualizado e todos têm o mesmo nível de dificuldade. O autor, como já dissemos, poderia ter aumentado gradualmente o nível de dificuldade e ter inserido exercícios contextualizados, (A.1) e (A.2).

Ainda na página 122, os exercícios 4, 5 e 6 não estão relacionados com o assunto abordado nessa seção, e caracterizam, portanto, um erro de estrutura desconexa, (E.2).

Na página 123, no primeiro parágrafo: “*O procedimento para a resolução de uma equação irracional consiste em eliminar o radical ou os radicais presentes. Nesse procedimento, elevamos os dois membros da equação a uma potência conveniente, isto é, uma potência que elimine o radical*” o autor explica como proceder, mas não diz como escolher quais potências eliminam os radicais, e nem porque isso ocorre. Falta precisão matemática e uma explicação clara dada de forma conceitual, e não apenas com exemplos,

como é feito. Pela falta de uma explicação completa e matematicamente precisa, podemos classificar este ponto como (C.1.c) e (C.3).

Nas páginas 123 e 124, na resolução dos exemplos de 1 à 3, o autor faz as manipulações sem nenhum tipo de explicação, se o aluno não tiver uma boa base matemática quanto à manipulação algébrica, é possível que ele não compreenda o porquê de todos os passos. Alguns comentários sucintos no decorrer da resolução poderiam evitar esse tipo de problema (M.1).

Na página 125, o enunciado do primeiro exercício é: “Resolva a equação biquadrada:”, o que foi uma falta de atenção do autor (C.1.a), uma vez que o exercício em questão é de equação irracional.

Na página 125, o autor repete os erros de aplicação que já citamos nas outras seções “Agora é com você”. (A.1) e (A.2)

Na página 126, o autor faz uma conexão entre as equações do segundo grau e o número de ouro, sendo esse tipo de conexão entre conteúdos muito positiva.

A escolha do número de ouro foi interessante por fugir do que usualmente é relacionado com as equações do segundo grau, como por exemplo funções e gráficos, resolução geométrica de uma equação do segundo grau, lançamentos oblíquos, etc. Uma breve apresentação da parte histórica, incluindo a foto colorida de umas das pirâmides famosas, também foi um ponto positivo, apesar de ser realmente muito breve. O autor poderia ter exposto muito mais o histórico deste assunto. Nesta parte encontramos um erro de digitação (C.1.a): “... Da Vinci, isso **são** significa que houve a intenção de utilizá-lo”.

Da Vinci, isso são significa que houve a intenção de utilizá-lo.

Figura 6

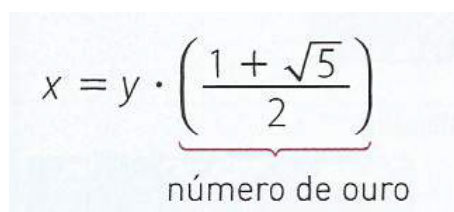
Seguindo, ainda na página 126, temos um exemplo de segmento de reta dividido em partes nomeadas, seguido da definição (matematicamente correta) do autor para a razão áurea. Este ponto é confuso (C.4). O autor fala em **razão áurea**, sem mencionar **proporção áurea** ou “**divina proporção**”, expressões comumente encontradas em outras literaturas. A definição é curta porém extensa e sem pausas, e o aluno provavelmente teria que ler e reler.

O autor faz o desenvolvimento da razão áurea em uma equação do segundo grau. Um dos passos utilizados, “... Vamos utilizar agora as propriedades da proporção” (quase no meio da página 127), é dito como “o produto dos extremos é igual ao produto dos meios”. O autor não especifica quem são os extremos e nem quem são os meios, essa propriedade não é formalizada e pode ser muito confusa (C.3).

É utilizada a fórmula de Bháskara para resolver a equação do segundo grau

resultante (do desenvolvimento feito acima). É interessante o autor considerar “... *que nessa equação a incógnita é x*” (meio da página 127), uma vez que a equação do segundo grau escrita com mais de uma variável facilmente confunde os alunos. Como sabemos, a solução de uma equação do segundo grau nos traz dois valores para a incógnita. Porém, o autor considera “*apenas o sinal +*” (final da página 127), e isso fica bastante obscuro (C.4) e, como não há explicação do porque está sendo utilizada apenas a parte positiva, podemos classificar como manipulação incompleta (M.2). Por que não a outra solução?

Considerando então a parte positiva, o autor chega em  $x = y \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$  (final da página 127), e faz uma indicação de que o fator multiplicativo de  $y$  é o número de ouro. Falta uma visualização geométrica desse fator multiplicativo no segmento de reta original (de onde partimos), e uma conclusão sobre todo o processo: chegar no número de ouro a partir da razão áurea (onde chegamos). Não são a mesma coisa! Além disso, o livro dá pouco destaque para o valor em si do número de ouro. Estamos há duas páginas tratando deste número e, quando se chega no valor numérico em si, este é pouco destacado, apenas indicado com uma chave vermelha. Mas um ponto positivo é o autor falar da representação do número de ouro “*pela letra grega  $\phi$* ” e até mesmo sua pronúncia, “phi” (final da página 127).



$$x = y \cdot \underbrace{\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)}_{\text{número de ouro}}$$

Figura 7

O autor poderia ter explorado melhor a visualização do número de ouro na natureza, com imagens que nos mostram a proporção na prática, facilitando o entendimento e a familiarização com o cálculo e resultado (C.2).

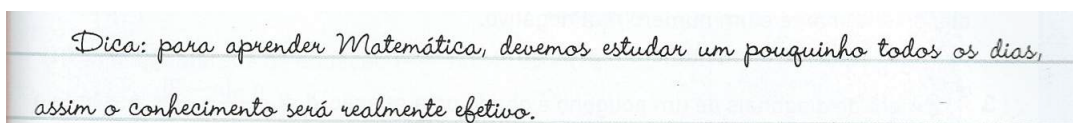
Em “Diversificando Linguagens” (página 128), vemos uma aplicação de manipulação algébrica de equações quadráticas de uma forma divertida e atrativa (apesar de dispensável) para o público-alvo do livro. Ainda na mesma página, temos dois desafios da OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) sobre o assunto do capítulo. É um pouco repetitivo fazer o mesmo tipo de exercício, do mesmo tipo de prova e na mesma página (A.2). Poderia ter diversificado o tipo de prova, e também aumentado o desafio com exercícios objetivos e/ou práticos. Há a falta de informação: de quais edições da OBM foram retirados esses exercícios?

Em “Explorando” (final da página 128), o autor sugere dois outros livros relacionados ao conteúdo. A sugestão é detalhada, inclusive com uma sinopse das histórias, o



que estimula o aluno a ler o livro. Além disso, os livros são atrativos para o público do 9º ano pelo tipo de histórias.

Na página 129, vemos um esquema que representa um resumo de tudo o que foi abordado no capítulo. Há também uma dica, um tanto óbvia e desnecessária neste capítulo, uma vez que ela serve para todo e qualquer estudo de Matemática: "***Dica: para aprender Matemática, devemos estudar um pouquinho todos os dias, assim o conhecimento será realmente efetivo.***". O resumo é bem completo e visualmente bonito, apesar de quase monocromático.



*Dica: para aprender Matemática, devemos estudar um pouquinho todos os dias, assim o conhecimento será realmente efetivo.*

Figura 8

Seguindo, temos duas páginas (130 e 131) de exercícios para a aplicação dos conceitos estudados. Os exercícios estão misturados, não seguindo uma ordem entre os tópicos. Por exemplo, vemos exercícios envolvendo as soluções de uma equação do segundo grau em 1, 2 e 16; exercícios sobre o discriminante em 2 e 8; exercícios de aplicação em geometria em 3, 4 e 12. Um ponto positivo é a existência de três exercícios que relacionam o conteúdo estudado com outro conteúdo: as equações do segundo grau e a geometria plana, envolvendo diagonais de um polígono, áreas e perímetro. O ponto negativo é que são apenas 3 exercícios em 16 que fazem essa conexão. Seria interessante uma quantidade maior de exercícios com mais tipos de conexões, tendo em vista que é o fim do capítulo, onde se espera uma conclusão e fixação do estudo.

### 3. Gráficos

De acordo com a análise vertical da unidade, temos os seguintes gráficos da frequência de cada erro e da porcentagem de cada categoria.

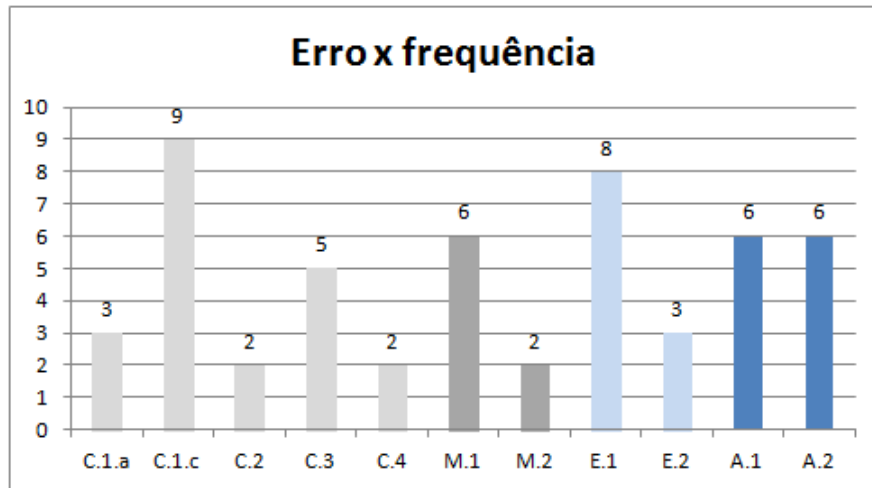


Figura 9

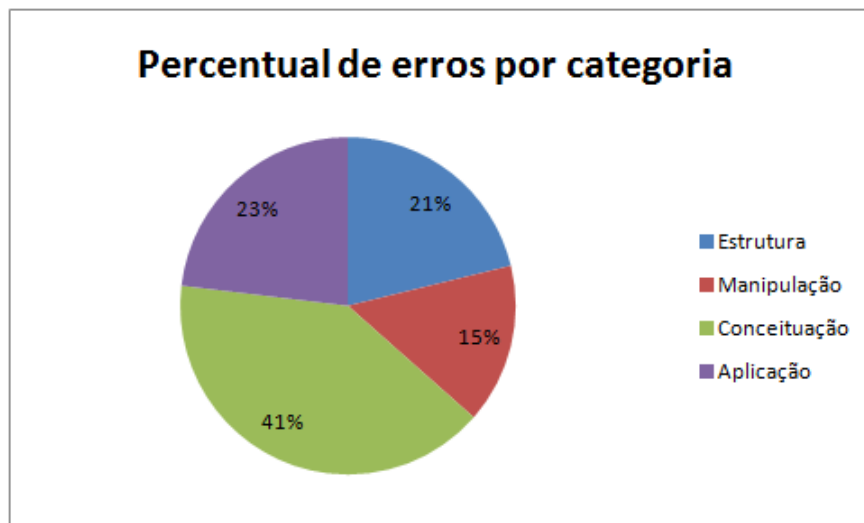


Figura 10



## 4. Considerações finais

Considerando a unidade que foi analisada neste trabalho, apesar de apresentar algumas ideias muito interessantes, para a metodologia escolhida, pode-se concluir que esse livro didático não é de boa qualidade.

Uma dessas ideias interessantes é a seção “Para não esquecer”, a qual fornece um auxílio de como o aluno pode escrever um resumo sobre a unidade apresentada, melhorando seu roteiro de estudo. Outro aspecto positivo dessa parte é seu aspecto visual, já que ela se assemelha à uma folha de um caderno, o que proporciona a aproximação da realidade do livro com a do aluno.

Porém, o livro apresenta muitas falhas, as principais delas, como é possível ver nos gráficos, são de estrutura adiantada, com falta de sequência lógica coerente, assuntos repetidos em mais de capítulo, ou abordados previamente de maneira confusa, quando poderiam ser deixados apenas para o capítulo destinado exclusivamente ao tal assunto, evitando possíveis confusões ao aluno e dificuldades no aprendizado.

Outro fator marcante é a aplicação limitada, uma vez que os exercícios e exemplos são todos muito parecidos, com falta de diversidade no nível de dificuldade e pouquíssimas questões contextualizadas, como exercícios-problema, por exemplo.

Por fim, acrescentamos ainda algumas sugestões de aspectos não presentes no livro, mas que poderiam melhorar a sua qualidade, tornando-o mais viável aos estudantes do nono ano, são elas:

- Presença de mais notas históricas e curiosidades para estimular o interesse dos alunos e auxiliar o professor à introduzir os assuntos de maneira mais didática.
- Mais exemplos e exercícios contextualizados, nos quais a experiência de vida do aluno possa ser assimilada e ajude-o na compreensão do enunciado.
- Durante as manipulações algébricas, poderiam ser utilizadas mais indicativos gráficos, como setas e comentários, afim de facilitar a compreensão dos alunos que não possuem tanta destreza algébrica.
- Ainda na parte gráfica, seria interessante o uso de cores diferentes para enfatizar expressões relacionadas ou de maior importância, aspectos como esse auxiliam aluno na hora de seu estudo individual.
- As notas do autor que aparecem apenas no livro do professor são muito interessantes, mas deveriam aparecer com maior frequência e poderiam conter algumas dicas para auxiliar o professor na utilização do livro didático.