

# Grupo C - MA255 - Tarefa 1

Diego Nascimento, Leandro Cordeiro e Sara Souza

29 de março de 2015

## 1 Introdução

Nesta tarefa será feita a análise vertical do livro “Manoel Paiva, Matemática Paiva, Editora Moderna, volume 3”, onde será feita uma análise do livro em si, buscando soluções para os possíveis problemas encontrados. O objetivo desta tarefa é criticar o material, apontando o que poderia ser feito diferente e como isso seria feito.

Esta análise será dividida em cinco pontos: Referência, Conteúdo, Erro, Metodologia, Correção/Melhoria e Observação.

Na “Referência” está explicitado o número da página, número de exercício/exemplo e local do texto/página analisado no momento. No “Conteúdo”, temos indicado o capítulo e conteúdo de que este trata. No “Erro” está indicado qual erro encontrado no texto. Na “Metodologia” é mostrada qual metodologia se enquadra melhor para classificação do erro de encontrado, de acordo com os critérios de cada categoria; primeiramente com uma das três componentes básicas do ensino matemático escolar: Conceituação, Manipulação e Aplicação; seguido de sua categoria entre parênteses. No item “Correção/Melhoria” são apresentadas possíveis soluções para os problemas encontrados no texto. No item “Observação”, comentários pertinentes sobre pontos relevantes a serem destacados, que não se enquadram como “erros” ou correções” a serem indicados.

## 2 Metodologia

Para a análise dos capítulos do livro levaremos em conta, acima de tudo, sua adequação às três componentes básicas desse ensino:

### 2.1 Conceituação

Serão usados os mesmos critérios de conceituação das análises do Elon, com o acréscimo do item Omissão, como segue:

#### **Erros de desatenção**

Erros de cálculo e impressão, corrigíveis pelo professor mas muito desagradáveis ao aluno.

#### **Erros de raciocínio**

Utilização errônea e equivocada de termos, chegando a conclusões forçadas ou erradas.

#### **Erros de definição**

Definição incompleta, abrangente em excesso, ou incorreta, estando em desacordo com a prática

universal, conduzindo a contradições.

### **Erros de conceitos mal formulados e vagos**

Dão lugar a ambiguidades, resultando em conclusões absurdas.

### **Excesso de formalismo**

Utilização de termos ou raciocínios dispensáveis que carregam a demonstração.

### **Linguagem inadequada**

Erros gramaticais matemáticos.

### **Imprecisão**

Definição incorreta de termos e elementos, objetos e propriedades.

### **Obscuridade**

Trechos ambíguos, ininteligíveis e contraditórios causados pela Conceituação e pela Didática.

### **Confusão de conceitos**

Principalmente em argumentos demonstrativos.

### **Objetividade**

Dar relevância a pontos triviais e, ao mesmo tempo, não destacar tópicos, conceitos e proposições de crucial.

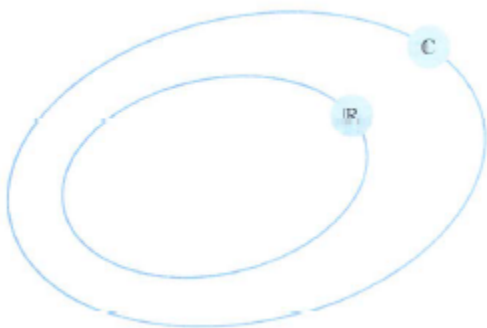
### **Conexões**

Os vários assuntos presentes no livro devem se relacionar entre si, sempre que possível.

### **Omissão**

Não abordagem de assunto ou conteúdo ainda não visto e utilizados para explicação de determinado assunto tratado no momento.

### **Exemplo da pg. 126:**



## 2.2 Manipulação

### Excesso

É o excesso do uso da álgebra, o abuso de manipulações desnecessariamente complicadas e inúteis, tornando o aprendizado confuso e difícil.

Exemplo da pg. 160:

### ► Dispositivo prático de Briot-Ruffini

Para efetuar a divisão de um polinômio  $E(x)$  por um binômio da forma  $x - a$ , em que  $a$  é uma constante qualquer, podemos aplicar o método da chave. Porém, com o objetivo de facilitar essa operação, apresentaremos um dispositivo prático conhecido como **dispositivo prático de Briot-Ruffini**, em homenagem aos matemáticos que a criaram, Charles August Briot (1817-1882) e Paolo Ruffini (1765-1822).

Vamos descrever esse dispositivo a partir da divisão do polinômio

$E(x) \equiv e_4x^4 + e_3x^3 + e_2x^2 + e_1x + e_0$  por  $x - a$ .

O quociente  $Q(x)$  dessa divisão deve ser um polinômio do 3º grau e o resto  $R(x)$  deve ser um polinômio constante, ou seja:

$$Q(x) \equiv q_3x^3 + q_2x^2 + q_1x + q_0 \text{ e } R(x) = R$$

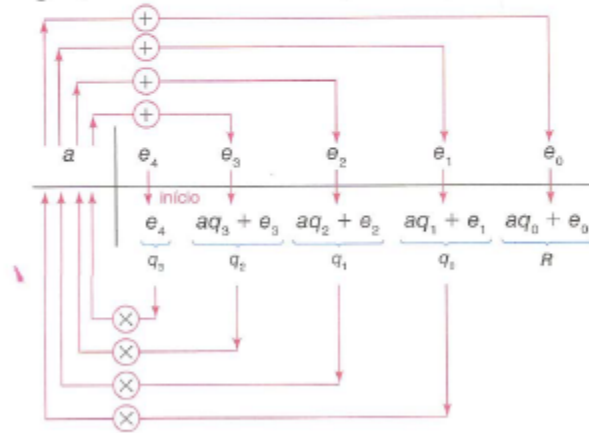
Devemos ter:

$$\begin{aligned} E(x) &\equiv (x - a) \cdot Q(x) + R \Rightarrow e_4x^4 + e_3x^3 + e_2x^2 + e_1x + e_0 \equiv \\ &\equiv (x - a)(q_3x^3 + q_2x^2 + q_1x + q_0) + R \Rightarrow e_4x^4 + e_3x^3 + e_2x^2 + e_1x + e_0 \equiv \\ &\equiv q_3x^4 + q_2x^3 + q_1x^2 + q_0x - (aq_3x^3 + aq_2x^2 + aq_1x + aq_0) + R \\ \therefore e_4x^4 + e_3x^3 + e_2x^2 + e_1x + e_0 &\equiv q_3x^4 + (q_2 - aq_3)x^3 + (q_1 - aq_2)x^2 + (q_0 - aq_1)x - aq_0 + R \end{aligned}$$

Logo, obtemos:

$$\begin{cases} q_3 = e_4 \\ q_2 - aq_3 = e_3 \Rightarrow q_2 = e_3 + aq_3 \\ q_1 - aq_2 = e_2 \Rightarrow q_1 = e_2 + aq_2 \\ q_0 - aq_1 = e_1 \Rightarrow q_0 = e_1 + aq_1 \\ -aq_0 + R = e_0 \Rightarrow R = e_0 + aq_0 \end{cases}$$

Os valores  $q_3, q_2, q_1, q_0$  e  $R$  podem ser calculados rapidamente, executando-se os passos descritos pelo esquema a seguir, conhecido como dispositivo prático de Briot-Ruffini:



Assim, temos:  $Q(x) = e_4x^3 + (aq_3 + e_3)x^2 + (aq_2 + e_2)x + aq_1 + e_1$  e  $R = aq_0 + e_0$ .  
 Pode-se generalizar esse método para qualquer polinômio  $E(x)$  com grau maior ou igual a 1.

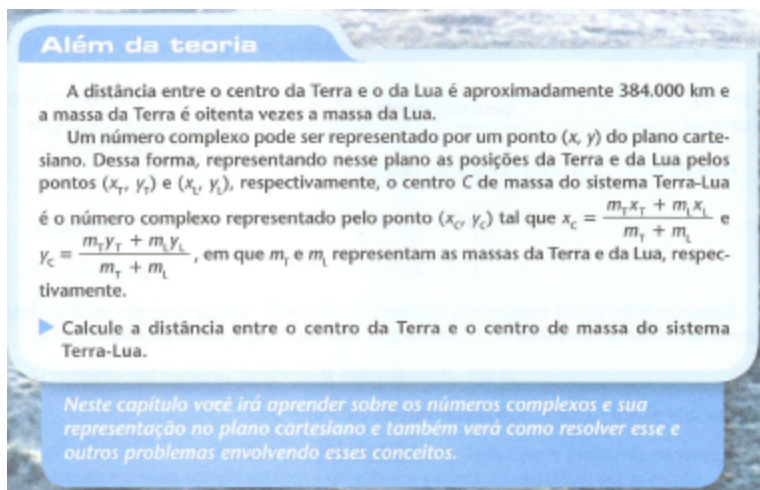
## Mecanicidade

É apresentar o desenvolvimento dos raciocínios algébricos de forma automática, utilizando verdadeiros reflexos condicionados, permitindo ao usuário da Matemática concentrar sua atenção nos pontos realmente cruciais, sem perder tempo e energia com detalhes.

## 2.3 Aplicação

### Inadequação teórica

É quando o objetivo principal dos exercícios e exemplos não é o assunto que acaba de ser estudado. **Exemplo da pg. 123:**



### Contextualização

É o emprego de noções e teorias da Matemática em situações que vão de problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas quer tecnológicas.

### Raciocínio repetitivo

É a apresentação de muitos exercícios com raciocínio repetido.

## 2.4 Casos gritantes

Os casos que merecem uma olhada mais de perto virão precedidos do aviso

**CASO GRITANTE!**

## 3 Análise do Capítulo 7

**CASO GRITANTE!**

**Referência:** pg. 123

**Conteúdo:** Exemplo de capa.

**Erro:** Aplicação (erro de contextualização)

Este exemplo não retrata a realidade em que o número complexo é usado.

**Correção/Melhoria:** Trocaria este exemplo para um contextualizado. Nossa dúvida seria quanto a qual exemplo colocar, algo contextualizado para os alunos. Alguns exemplos que utilizam o número complexo são: campo eletromagnético, fractais e teoria do buraco negro.

**Referência:** pg. 124

**Conteúdo:** A descoberta de um novo número

**Erro:** Conceituação (excesso de formalismo)

Exemplo da insuficiência dos números reais. O autor se preocupou em mostrar um exemplo evidenciando parte da história da matemática, mas pode ficar confuso.

**Correção/Melhoria:** Utilizaríamos um exemplo mais simples para mostrar a insuficiência dos números reais. Este exemplo não seria contextualizado mas poderia ser de mais fácil compreensão, como: "Quais números que somados dão 10 e que o produto entre eles seja 40."

**Referência:** pg. 126

**Conteúdo:** Forma algébrica de um número complexo

**Erro:** Conceituação (erro de raciocínio)

Afirmar que um fato geral é consequência de um caso particular.

**Correção/Melhoria:** Inverteríamos a ordem de apresentação posicionando a definição antes dos exemplos.

**Referência:** Desenho mostrando que o conjunto dos reais está contido no conjunto dos complexos, pg. 126

**Conteúdo:** Forma algébrica de um número complexo

**Erro:** Conceituação (erro de omissão)

Em geral, este desenho aparece retratando todos os conjuntos: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos.

**Correção/Melhoria:** Colocaríamos o desenho completo.

## CASO GRITANTE!

**Referência:** pág 131

**Conteúdo:** Potências de  $i$

**Erro:** Conceituação (erro de definição)

Valores de potências de  $i$  com expoentes inteiros. O livro traz como um teorema, mas causa confusão pois não é formalizado e dá a impressão de ser uma nota e não um teorema

**Correção/Melhoria:** Se fosse um teorema manteríamos a demonstração no quadro abaixo e formalizaríamos as palavras.

**Referência:** pág 134

**Conteúdo:** Módulo de um número complexo

**Erro:** Conceituação (erro de raciocínio)

Módulo de um número complexo a partir da definição de módulo entre números reais. O exemplo antecede a teoria.

**Correção/Melhoria:** Inverteríamos a ordem. Em primeiro lugar colocaríamos a teoria e em seguida o exemplo.

**Referência:** balão de borda verde no final da pg. 137

**Conteúdo:** Coordenadas polares no plano complexo

**Erro:** Conceituação (erro de raciocínio)

O livro define coordenadas polares no plano complexo através de um exemplo. Ele também cita que reciprocamente, a partir da forma algébrica é possível determinar as coordenadas polares de um número complexo, mas não demonstra e nem exemplifica.

**Correção/Melhoria:** Definiríamos coordenadas polares no plano complexo utilizando o caso geral, para depois dar um exemplo.

**Obs.:** o exemplo dado pelo livro é bem claro e objetivo.

**Referência:** pg. 137

**Conteúdo:** Argumento de um número complexo

Nesta parte, o livro apenas fala o que é o argumento de um número complexo utilizando o caso geral.

**Referência:** balão de borda verde no final da pg 137

Ele definiu o argumento para os números complexos não nulos. Aqui, ele completa dizendo que não se define argumento de  $z = 0$ .

**Referência:** pg. 138

**Conteúdo:** Cálculo do argumento de um número complexo Ele demonstra como calcular o argumento de um número complexo através do caso geral. A demonstração é clara e objetiva.

**Referência:** pg. 139

**Conteúdo:** Forma trigonométrica de um número complexo

Aqui é definida claramente a forma trigonométrica, ou forma polar, de um número complexo.

**Obs.:** o balão de borda verde no canto inferior direito da página completa dizendo que apesar de  $z = 0$  não ter argumento definido, é possível se representar a sua forma trigonométrica para qualquer argumento.

**Referência:** pg. 141, cap. 7.8

**Conteúdo:** Operação com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação)

**Erro:** Conceituação (erro de raciocínio)

Usa um exemplo para definir a multiplicação de números complexos na forma trigonométrica e depois define a divisão no caso geral.

**Correção/Melhoria:** Definiríamos a multiplicação no caso geral para depois exemplificar.

**Referência:** balão de borda verde no canto direito da pg. 141

Ele revisa um conteúdo já visto anteriormente (seno e cosseno da soma), necessário para demonstrar a multiplicação de números complexos na forma trigonométrica.

**Referência:** pg. 142

A divisão de números complexos na forma trigonométrica foi bem definido de forma simples e clara. A demonstração também é bem sucinta.

**Referência:** pg. 142

**Conteúdo:** Potencias de números complexos na forma trigonométrica

Ele dá  $z$  elevado à 0, 1, 2 e 3, observa que cada resultado está relacionado ao módulo, expoente e argumento do número e fala que pode ser generalizado por meio do teorema demonstrado por Abraham De Moivre.

**Referência:** Matemática sem fronteiras, pg. 147

**Conteúdo:** Movimentos no plano

Único exemplo de aplicação dos números complexos no capítulo. Define translação e rotação no plano complexo de forma simples e sucinta. Usa exemplos claros e fáceis para demonstrar os movimentos.

**Correção/Melhoria:** No final é dada uma atividade. Usaríamos problemas mais elaborados, onde o estudante não teria apenas que usar o que aprendeu e sim aplicar em alguma situação do dia-a-dia.

### 3.1 Erros encontrados no capítulo

#### 3.1.1 Erros de Aplicação

Erro de contextualização: 1

#### 3.1.2 Erros de conceituação

Erros de formalismo: 1

Erros de raciocínio: 4

Erros de omissão: 1

Erros de definição: 1

## 4 Análise do Capítulo 8

**Referência:** pg. 148

**Conteúdo:** Além da Teoria (exemplo inicial introdutório).

**Erro:** Exemplo vago

**Metodologia:** aplicação (contextualização)

**Correção/Melhoria:** O livro traz um problema inicial, apresentando-o como problema genérico ("...determinada espécie de animal"...), com uma imagem de mico-leão dourado citada e mostrada ao fundo. Poderia usar a imagem / espécie mostrada no exemplo.

## CASO GRITANTE!

**Referência:** pg. 149, comentário lateral ao gráfico central.

**Conteúdo:** Os polinômios na Economia.

**Erro:** Confusão em especificar como o gráfico determina a relação entre custo/produção de unidades de casas e apartamentos.

**Metodologia:** Aplicação (inadequação teórica).

**Correção/Melhoria:** Poderia ser explicado como o custo se relaciona com o gráfico e quantidades mencionadas.

**Referência:** pg. 150, definição dada de polinômio  $P(x)$  na segunda linha da seção 2.

**Conteúdo:** Polinômio com uma variável.

**Erro:** Aqui o autor poderia trabalhar os polinômios com os coeficientes e variáveis reais (R), focando o conteúdo e as propriedades dos polinômios de forma mais simples.

**Metodologia:** Conceituação (excesso de formalismo / objetividade).

**Correção/Melhoria:** Poderia apresentar os coeficientes e variáveis pertencentes aos complexos  $\mathbb{C}$  em uma observação, exemplo, exercício ou seção a parte no final do capítulo, apenas para indicar sua possibilidade.

**Referência:** pg. 150, 4º item (grau de polinômio).

**Conteúdo:** Polinômio com uma variável.

**Erro:** Utilizar o símbolo "df" para indicar o grau de um polinômio.



**Metodologia:** Conceituação (linguagem inadequada).

**Referência:** pg. 150, itens b e c; pg. 151, item d; Exemplos.

**Conteúdo:** Polinômio com uma variável.

**Observação:** O item b enfatiza a existência de coeficientes nulos nos polinômios. Os itens c e d dos exemplos são itens que esclarecem possíveis dúvidas dos alunos, frequentes de certa forma.

**Referência:** pg. 153, inícios das subseções: Adição de polinômios, Subtração de polinômios e Multiplicação de polinômios.

**Conteúdo:** Operações com polinômios.

**Erro:** Na soma e subtração o livro destaca propriedades de associatividade, comutatividade, existência do elemento neutro e inverso aditivo, sem defini-las anteriormente, supondo o conhecimento prévio dos alunos. Na multiplicação destaca as propriedades: associativa, comutativa, elemento neutro e distributividade, e não menciona a existência do elemento inverso multiplicativo.

**Referência:** pg. 154, início da subseção Divisão de polinômios.

**Conteúdo:** Operações com polinômios.

**Metodologia:** Manipulação (raciocínio).

**Observação:** Apesar de não apresentada como operação inversa da multiplicação, é mostrada utilizando-se de forma clara o algoritmo da divisão, com os conceitos de dividendo, divisor, quociente e resto, enfatizando-se as restrições em seus graus, nos três itens logo abaixo do algoritmo da divisão.

**Referência:** pg. 155, subseção Método da chave para a divisão de polinômios.

**Conteúdo:** Operações com polinômios.

**Metodologia:** Manipulação (raciocínio).

**Observação:** O método da chave para a divisão é bem apresentado, de forma clara e detalhado, com o raciocínio dividido e exposto em itens de fácil compreensão, com um bom exemplo ilustrativo a ser seguido pelo leitor em sequência.

**Referência:** pg. 156, Exemplos da subseção Frações polinomiais idênticas.

**Conteúdo:** Fração polinomial.

**Metodologia:** Conceituação (conexões).

**Correção/Melhoria:** A exposição poderia ter sido feita com alguma conexão com o conteúdo de divisão de polinômios. Nos exemplos de frações idênticas, poderia ter-se usado frações com denominadores diferentes.

**Referência:** pg. 159, subseção do Teorema do resto; Exercício resolvido R10.

**Conteúdo:** Divisão de polinômios por binômios do 1º grau.

**Erro:** Falta de exemplo.

**Metodologia:** Aplicação (contextualização) / Manipulação (raciocínio).

**Correção/Melhoria:** O enfoque ao teorema é bem dado, porém aqui, um exemplo de sua aplicação seria bom, como a divisão por algum  $P(x)$  por  $(x-a)$ , não deixando apenas o leitor com a visualização / raciocínio algébrico do teorema, de sua propriedade quanto a  $P(a)$ . O exercício resolvido R10 verifica o entendimento do teorema utilizando o raciocínio inverso daquele apresentado.

**Referência:** pg. 160, subseção do Teorema de D'Alembert;

**Conteúdo:** Divisão de polinômios por binômios do 1º grau.

**Metodologia:** Aplicação (contextualização).

**Observação:** O autor utiliza do matemático mencionado, fazendo ligação direta com o Teorema do Resto; além de apresentar um recorte histórico motivador para o leitor, citando D'Alembert e mostrando sua imagem no lado esquerdo da página.

## CASO GRITANTE!

**Referência:** pg. 160 e pg. 161, subseção do Dispositivo de Briot-Ruffini;

**Conteúdo:** Divisão de polinômios por binômios do 1º grau.

**Erro:** Excesso de algebrismo na demonstração da dedução do dispositivo, com figura confusa, em que o leitor pode se perder no entendimento do método.

**Metodologia:** Manipulação (excesso de formalismo).

**Correção/Melhoria:** A demonstração explícita do método feita no início poderia ser omitida, dando-se maior enfoque à aplicação do método com exemplos e figuras mais claras. A figura utilizada em no exercício resolvido R11 é confusa, bem como a simplificação esquemática apresentada no exercício resolvido R12 é rápida e pouco clara, pois pressupõe que o aluno interprete os números como os coeficientes polinomiais adequados à aplicação do método. Também poderia ter-se feito uma menção histórica aos dois matemáticos com fotografias etc., como feito sobre D'Alembert.

**Referência:** pg. 163, subseção Extensão do teorema do resto e subseção Extensão do teorema de D'Alembert.

**Conteúdo:** Divisão de polinômios por binômios do 1º grau.

**Erro:** Falta de exemplo com aplicações.

**Metodologia:** Aplicação (contextualização).

**Correção/Melhoria:** Aqui o autor apresenta a revisão de conceitos já vistos, trabalhando-os para uma maior generalização e fixação por parte dos leitores, sem a utilização de exemplos e aplicações em situações reais, que caberiam à seção.

**Referência:** pg. 164, Roteiro de Trabalho.

**Conteúdo:** Divisão de polinômios por binômios do 1º grau.

**Metodologia:** Aplicação (contextualização).

**Observação:** Trabalho em grupo objetivando a revisão dos conceitos vistos e trabalhados no capítulo. Poderia ter-se dado um exercício em grupo que envolvesse uma situação cotidiana, com maior ligação com a realidade e cotidiano dos alunos, destacando a empregabilidade do conceito de polinômio na vida dos alunos.

## 5 Exercícios

### 5.1 Propostos

Os exercícios propostos deste livro são, em geral, simples e triviais. Possuem apenas o objetivo de fixar o conteúdo apresentado na seção. Não há aplicação de contextualização.

## 5.2 Complementares

Os exercícios complementares deste livro são, em geral, simples, mas não tão triviais. Possuem o objetivo de revisar o conteúdo apresentado no capítulo.

## 5.3 Resolvidos

Os exercícios resolvidos apresentados nesse capítulo são, de uma forma geral, utilizados para exemplificar o conteúdo acabado de ser tratado. As manipulações são simples e sucintas, mas não há aplicação de contextualização.

## 6 Conclusão

O livro é apresentado em capítulos, seções e subseções que expõem conteúdos específicos de forma padronizada e gradual, aumentando-se a complexidade dos assuntos no transcorrer das seções ao longo dos capítulos; seguindo com Exemplos após determinados conteúdos, Exercícios Resolvidos e Exercícios Propostos em quadros coloridos que lhes dão destaque na página. Nos finais de cada capítulo aparecem Exercícios Complementares com objetivo de fixar o conteúdo trabalhado no capítulo, fixando-o com exercícios variados; aqui aparecem mais exercícios com aplicações a situações cotidianas, diferentemente dos exercícios presentes nas seções, mais mecânicos e algébricos. Também vemos um Roteiro de Trabalho, atividade propondo trabalho diferenciado com os alunos, em grupo ou apenas de pesquisa extraclasse, mesmo que de forma tímida e pouco adequada ao objetivo do roteiro. Com poucas figuras, em determinados pontos do texto utiliza de fotos para exemplificar exercícios e situações citadas; bem como para retratar matemáticos e figuras citadas no texto. O Estudo dos números complexos e dos polinômios, da forma que é apresentada pelo texto, poderia contar com situações reais, mais próximas dos contextos de vida dos alunos como exemplos nos exercícios, principalmente nos Exercícios Complementares, que acabam não conseguindo cumprir tal papel de forma satisfatória. Quanto à análise do texto, o livro acabou apresentando poucos problemas de Conceituação, com mais debilidades em relação à Manipulação, às vezes trabalhada de forma inapropriada, e à Aplicação, pouco verificada nos exercícios e exemplos. As categorias metodológicas para classificação quanto à conceituação foram pouco utilizadas, enquanto que as de manipulação e aplicação, muitas vezes mesclavam aspectos de categorias da conceituação, mas de baixa relevância para uma categoria nova; ou mesmo se interseccionando em determinados casos de exemplos ou exercícios resolvidos, gerando certa duplicidade e ambiguidades classificatórias para se enquadrarem em única categoria.

Portanto, apesar dos erros de conceituação e manipulação e da falta da aplicação de contextualização, o livro texto é razoavelmente adequado para o uso no ensino médio.