

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E
COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA

Alana Maria Felisardo
Carlos Eduardo Rodrigues
Paulo César do Carmo

Análise Vertical

CAMPINAS
2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E
COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA

Alana Maria Felisardo
Carlos Eduardo Rodrigues
Paulo César do Carmo

Análise Vertical

Trabalho apresentado à disciplina de
Análise de Livros Didáticos do curso
de Licenciatura em Matemática do
Departamento de Matemática, Es-
tatística e Computação Científica da
Universidade Estadual de Campinas.

Professor Dr. Henrique Sá Earp.

CAMPINAS
2015

Análise do Livro Matemática Volume 8, Linos Galdonne

25 de março de 2015

Sumário

1	Introdução	1
2	A Análise	2
2.1	Metodologia	2
2.2	Capítulo 15: Equações do 1 ^o Grau	3
2.2.1	Conceituação	3
2.2.2	Manipulação	4
2.2.3	Aplicação	6
2.3	Capítulo 16: Sistemas de Equações	8
2.3.1	Conceituação	8
2.3.2	Aplicação	9
2.4	Capítulo 17: Interpretação Geométrica	10
2.4.1	Conceituação	10
2.4.2	Manipulação	12
2.4.3	Aplicação	12
3	Análise quantitativa dos erros	13
4	Considerações Finais	14

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é analisar verticalmente uma unidade do livro Matemática do 8^o ano do Projeto Apoema, escrito por Lino Galdonne. A unidade escolhida pelos integrantes do grupo é a 7, Álgebra: Equações, que trata de Equações do 1^o Grau, Sistemas de Equações e Interpretação Geométrica.

Vamos fazer uma análise mais objetiva a fim de pontuar os maiores problemas do livro e propor uma melhoria.

2 A Análise

No início da análise nos perguntamos se seria o primeiro contato que os alunos de 8º ano teriam na vida com equações, obtivemos nossa resposta ao explorar o livro, pois este possui um Guia Didático no final.

Este Guia apresenta o Projeto Apoema, fala sobre o ensino de matemática, a razão de aprender, uma proposta para ensinar, papel do aluno e do professor, competências e habilidades, organização do projeto e aí entra um quadro de conteúdos, ou seja, mostra o que tem em cada um dos volumes dos livros de matemática do Ensino Fundamental II. Vimos que no volume 7, os alunos, teoricamente, aprendem a resolver equações.

O Guia Didático conta também com orientações do volume, ou seja, com os objetivos de cada unidade, com comentários sobre as atividades, faz uma discussão sobre avaliação e por fim, traz uma proposta de avaliação.

Os objetivos da unidade em questão (7) se encontra na página 21 do Guia Didático.

2.1 Metodologia

A metodologia utilizada são os fundamentos escritos pelo Professor Elon Lages de Lima, que tem três componentes básicas: Conceituação, Manipulação e Aplicação, dentro desses fundamentos fizemos algumas modificações listadas a seguir.

Em **conceituação** temos os tópicos:

C.1 Erro proveniente de desatenção;

C.2 Excesso de formalismo;

C.3 Imprecisão;

C.4 Obscuridade;

C.5 Objetividade;

C.6 Conexão;

C.7 Omissão: o erro de omissão é quando o autor omite alguma definição que poderia ajudar no entendimento do aluno sobre o assunto tratado;

C.8 Definição precoce: é quando o autor traz alguma definição que usa conceitos desconhecidos pelos alunos, ou seja, conceitos que serão aprendidos posteriormente.

Em **manipulação**:

M.1 Omissão: que é quando o autor omite passagens na resolução de algum exercício que poderia facilitar a compreensão do mesmo ou quando ele não dá exemplo que sirvam de base para o aluno resolver exercícios.

M.2 Manipulação complexa: é quando o autor escolhe um método menos adequado para apresentar alguma coisa, ou seja, ele teria facilmente a opção de escolher outro método de exposição dos resultados;

M.3 Falso gancho: quando o autor utiliza algo que ele só irá definir depois e não avisa isso para o aluno.

Em **aplicação**:

A.1 Falta de contextualização: é quando ocorre apenas problemas do tipo “resolva”, “represente”, ou seja, quando falta qualquer conexão do conteúdo com algo mais significativo para o aluno;

A.2 Aplicação disfarçada: é quando o autor inventa uma história para no final dizer resolva isso, ou seja, não contextualizou nada.

A.3 Falsa contextualização: quando o autor contextualiza o conteúdo e na realidade não se utiliza esse conteúdo para resolver a questão, ou seja, é mais fácil fazer de um outro jeito.

2.2 Capítulo 15: Equações do 1º Grau

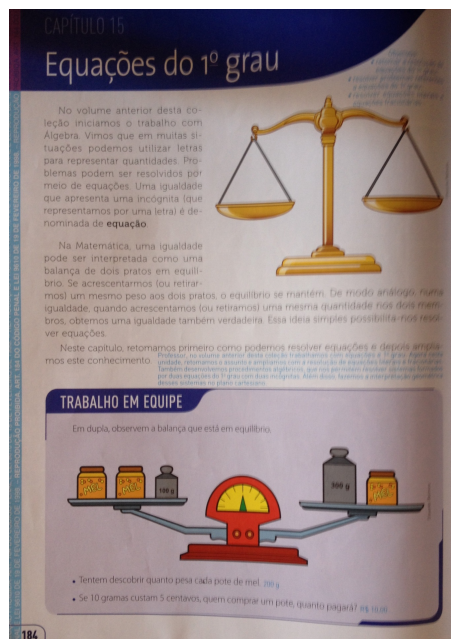
2.2.1 Conceituação

O capítulo 15 tem como objetivo: retomar resolução de equações do 1º grau, resolver problemas referentes a equações do 1º grau e resolver equações literais e fracionárias.

- Página 184

No primeiro parágrafo do capítulo, ele tenta fazer uma conexão com o volume anterior da coleção dizendo que já tiveram contato com equações e no 2º parágrafo tenta definir equações criando uma associação com uma balança. Ele não dá uma definição matemática para equações,

então tem um problema de omissão (C.7), ele poderia ter dado a definição de equações, mesmo que já tenha colocado no volume anterior, e depois fazer a analogia com a balança, até mesmo porque ele só cita o volume anterior, sem mencionar o capítulo.



- Página 187
No exercício 4 da primeira seção do capítulo 15 a unidade de medida utilizada no exercício é o grama, mas na resposta do professor ele da a resposta em kg, ocorre então um erro de desatenção (C.1).

2.2.2 Manipulação

- Página 184
O livro logo no início do capítulo já propõe uma atividade em equipe com o uso da balança sem ao menos dar um exemplo para os alunos se basearem (M.1).
- Página 185
Segue resolvendo alguns exemplos para que os alunos possam lembrar como resolver equações, olhando o primeiro exemplo o autor não mostra

claramente qual é o passo a passo utilizado para resolver a equação

$$4 \cdot (x - 1) + 6x = 7 - 2 \cdot (3 - x),$$

fala sobre eliminar os parênteses e omite a propriedade distributiva (M.1), já mostrando a equação da forma

$$4x - 4 + 6x = 7 - 6 + 2x,$$

pois o aluno poderia pensar que era só eliminar os parênteses sem fazer a distributiva, apesar desse conceito já ter sido abordado em ocasiões anteriores, há uma certa dificuldade dos alunos dessa série em enxergar como simples essa operação. Esse problema poderia ser sanado com pelo menos o uso de setas para indicar o que estava sendo feito, da seguinte forma

$$\begin{array}{c} \times \\ \downarrow \\ 4 \cdot (x - 1) + 6x = 7 - 2 \cdot (3 - x) \\ \uparrow \\ \times \end{array}$$

Ele segue omitindo isso em outros exemplos, poderia ser feito no primeiro exemplo pelo menos.

- Página 186

No exemplo 4 também ocorre um erro de manipulação, pois no enunciado do exercício se fala em 2% e quando se escreve a equação na resolução já coloca na sua forma decimal,

$$750 + 0,02 \cdot x = 3450.$$

Durante a resolução ele transforma o 0,02 em $\frac{2}{100}$ sem ao menos mencionar o porquê disso, o aluno tem que recordar as equivalências. O autor poderia ter feito a transformação de $2\% = \frac{2}{100}$ no início da resolução do problema e usado a partir de então, justamente para situar o aluno, aqui mais uma vez o autor omite passagens (M.1) de forma que pode confundir o aluno.

- Página 189

No primeiro exemplo de equações literais na resolução da equação

$$ax + b = c - 2x$$

ele coloca o x em evidência na quinta linha, sem mencionar o que foi feito (M.1), se ele não quisesse indicar, deveria ao menos escrever o que ocorre.

- Página 192

Na seção de equações fracionárias o terceiro exemplo o autor resolve muito bem a equação

$$\frac{4}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{3x}{x^2-4},$$

revedo produtos notáveis do tipo $x^2-4 = (x+2)(x-2)$, não cometendo omissão de passagens (M.1), dessa forma o aluno é capaz de resolver outro exercício semelhante. Infelizmente ele não fez isso em todos os exemplos.

2.2.3 Aplicação

Sabemos que o ensino da matemática em particular esbarra muito no questionamento dos alunos em sua aplicação em seu cotidiano, e muitos autores e professores pecam na não apresentação de exemplos práticos dos tópicos expostos aos alunos.

No livro em análise, encontramos falta dessa abordagem mais prática, principalmente nas sessões de equações fracionárias e literais.

- Páginas 185 e 186

Ao iniciar o capítulo 15, uma revisão de equações do primeiro grau, ele traz uma proposta legal de exemplos. Dos quatro exemplos apresentados, os dois primeiros são para lembrar como resolver equações mesmo, apenas o exemplo 4 tem uma aplicação mais cotidiana, pois traz uma situação problema sobre cálculo de salário de um vendedor que tem fixo mais comissão, interessante. O exemplo 3 também está em um contexto legal, pois é um tipo de exercício que os alunos quebram a cabeça e não conseguem chegar em uma resposta por não saber escrever o problema matematicamente, ou seja, modelar, então esse tipo de abordagem também é válida. A seleção de exemplos foi ok, não ocorreu só falta de contextualização (A.1).

Exemplo 3:

A soma de três números naturais ímpares e consecutivos é igual a 147. Determine esses três números.

• Para equacionar, precisamos observar que os números são ímpares e consecutivos. Um número ímpar pode ser representado por $2x + 1$. Sendo assim, escrevemos:

$$\begin{aligned} 1^\circ \text{ número} &= 2x + 1 \\ 2^\circ \text{ número} &= 2x + 3 \\ 3^\circ \text{ número} &= 2x + 5 \end{aligned}$$

• Agora, escrevemos uma equação que represente a situação e a resolvemos:

$$\begin{aligned} 2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 &= 147 \\ 6x + 9 &= 147 \\ 6x + 9 - 9 &= 147 - 9 \\ 6x &= 138 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{138}{6} \\ x &= 23 \end{aligned}$$

$$x = 23 \Rightarrow \begin{cases} 1^\circ \text{ número} = 2 \cdot 23 + 1 = 47 \\ 2^\circ \text{ número} = 2 \cdot 23 + 3 = 49 \\ 3^\circ \text{ número} = 2 \cdot 23 + 5 = 51 \end{cases}$$

Portanto, os números procurados são 47, 49 e 51.

• Página 188

Na seção “Agora é com você” encontramos apenas um exercício (exercício 10) dividido em quatro itens que podemos dizer mais próximo do cotidiano do aluno, pois traz situações problemas como corrida de táxi, porcentagem e equações que são escritas em forma de textos para que o aluno passe para a forma matemática, neste item não temos uma aplicação propriamente dita (A.2). Antes há um cansaço do aluno com exercícios do tipo “resolva” (A.1). O autor poderia ter explorado mais situações problemas, pois há muita aplicação de equações do 1º grau.

• Página 189

Na seção “Resolução de Equações Literais” o autor inicia com uma definição, sem depois trazer algo prático como exemplo (A.1), algo que o aluno possa usar em algum momento, mesmo que seja na sua vida estudantil, como por exemplo, a fórmula do juros simples.

• Página 190

Mesmo o exercício 6, que pode ser de maior interesse por exigir um pouco mais de raciocínio, não diz respeito a equação literal, mas uma equação de primeiro grau simples (A.3).

$$b) px + q = p - qx \quad x = \frac{p - q}{p + q}$$

$$d) a(ax - b) = b^2(x - 1) \quad x = \frac{ab - b^2}{a^2 - b^2}$$

6 Descubra o número em cada situação.

a) Pense em um número, dobre este número, some 12 ao resultado e divida o novo resultado por 2 para obter o número 15 ao final. Qual é o número? 9

b) Marcos pensou num número. Adicionou 7 a esse número e multiplicou o resultado por 3, obtendo o número 99. Qual é o número que ele pensou? 26

- Página 191
Na seção “Resolução de Equações Fracionárias” ocorre o mesmo que na seção anterior, sendo sentido a falta de um exemplo mais concreto do uso da equação fracionária (A.1), que seria de certa forma suprida com uma equação de velocidade, por exemplo.
- Página 194
Da mesma forma que nos exemplos dessa seção, os exercícios também não exploram exemplos práticos ligados ao cotidiano, ocorre essa falta de contextualização (A.1).

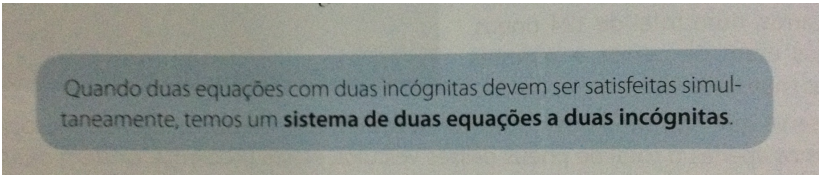
2.3 Capítulo 16: Sistemas de Equações

2.3.1 Conceituação

Esse capítulo trata sobre sistemas de equações e tem como objetivo: representar situações algébricas por meio de sistemas de equações do 1º grau e resolver sistemas de equações pelo método da adição e pelo método da substituição. Ele começa com uma historinha e utiliza ela para criar seu primeiro exemplo de sistemas, porém a definição de sistemas mesmo só vem após o exemplo.

Este capítulo é breve, o texto se resume mais em explicar os exemplos, pois o capítulo foi construído em cima de exemplos, para um aluno que vai resolver um sistemas de equações de forma mecânica, o autor deu conta do recado.

- Página 196
O capítulo se chama “Sistemas de equações” mas só define sistemas com duas equações e duas incógnitas, valeria falar que existem sistemas maiores, com mais equações e mais incógnitas e que isso o aluno aprenderia no decorrer da sua vida escolar, não necessariamente ele teria que explorar esses sistemas. Afinal, sistemas de equações não se resume a sistemas de apenas duas equações e duas incógnitas. A definição foi imprecisa (C.3), já não abrangeu tudo a que o título faz menção.



Quando duas equações com duas incógnitas devem ser satisfeitas simultaneamente, temos um **sistema de duas equações a duas incógnitas**.

No primeiro exemplo do capítulo tem o sistema

$$\begin{cases} 4x + 2y = 124 \\ y = x + 17 \end{cases}$$

O autor resolve ele de forma clara, indicando o que veio de onde, porém os alunos ainda não aprenderam como resolver sistemas de equações, tópico que será abordado somente na próxima seção do capítulo e o autor não faz nenhuma menção a isso, coisa que pode assustar o aluno olhar aquela resolução sem entender nada, foi dado aí um falso gancho (**M.3**).

Nos outros exemplos do livro temos uma boa manipulação, para o aluno que irá reproduzir o que foi ensinado mecanicamente está perfeito. A escolha de exemplos como dos exercícios foi pensada de forma que o aluno consiga manipular facilmente, ou seja, não colocou nenhum exemplo ou exercício que necessitasse multiplicar ambas equações por valores distintos, por exemplo

$$\begin{cases} 2x + 4y = 14 \\ 3x - 5y = -4 \end{cases}$$

Onde o aluno poderia multiplicar a primeira equação por 5 e a segunda por 4 ou multiplicar a primeira por 3 e a segunda por -2 , para assim somar as equações e conseguir eliminar uma incógnita.

2.3.2 Aplicação

- Página 195
O capítulo se inicia com um exemplo que conta a historinha de um garoto que está em um estacionamento que contém carros e motos e começa a pensar no número de pneus que teria lá, assim o autor induz a construção de um sistema linear de duas equações e duas incógnitas. Dada a forma que o autor vem trabalhando no livro, foi interessante este exemplo, claro que dificilmente uma criança vai se preocupar em saber o número de pneus que tem em um estacionamento, mas é válida a possibilidade apresentada.
- Página 200
Nos exercícios, dois são para o aluno resolver mecanicamente (**A.1**), o restante traz probleminhas do tipo de compra de materiais escolares, o que é interessante, pois é algo presente na vida dos alunos, contagem

de animais numa fazenda, contagem de sócios e não sócios em um determinado jogo de futebol, da mesma forma que foi exemplificado com a contagem de pneus.

2.4 Capítulo 17: Interpretação Geométrica

2.4.1 Conceituação

No capítulo 17 o autor fala sobre Interpretação Geométrica das equações de 1º grau, os objetivos desse capítulo são: conceituar o plano cartesiano, localizar pontos no plano cartesiano com base em suas coordenadas e interpretar geometricamente a solução de um sistema de equações lineares no plano cartesiano. Vale ressaltar que este é o primeiro contato dos alunos com o plano cartesiano.

- Página 201

O autor no início da seção “O plano cartesiano” lembra sobre a associação de número real e ponto da reta o que é legal da parte dele, mas logo em seguida fala sobre traçar uma perpendicular para dividir o plano em quatro partes. Se os alunos nunca viram o plano cartesiano, então o que é o plano que ele estará dividindo? Ainda, o que são retas perpendiculares? Caberia aqui o autor fazer uma conexão com unidades anteriores do livro ou colocar a definição para relembrar. Ocorre aqui um problema de conexão (C.6), pois a exposição dessas definições ajudaria no entendimento do aluno. Ele poderia no início do capítulo dizer: precisamos lembrar o que são retas perpendiculares, o que é um plano, etc.

- Página 202

Em seguida, ele coloca um quadro com observações onde nomeia as partes do plano e os eixos, o que é bacana. Depois ele tem um problema com a obscuridade (C.4), pois no trecho abaixo o autor fala que **qualquer** equação de 1º grau com duas incógnitas poderá ser observada no plano por uma reta e diz que vai exemplificar, realmente ele exemplifica, dando apenas um exemplo com uma equação específica. O que deixa o “qualquer” da fala dele contraditório, ele deveria colocar mais exemplos.

“Bem, agora que conhecemos um pouco a respeito do plano cartesiano, podemos ampliar esse conhecimento observando

que qualquer equação do 1^o grau com duas incógnitas, x e y , poderá ser representada por meio de uma reta no plano cartesiano. Vamos exemplificar!”

- Página 203

Ele traz um quadro de “Conexões” em que fala sobre René Descartes que foi algo interessante, tem as fontes certinhas, e um trabalho em equipe que falaremos melhor na parte de aplicação.

- Página 205

Na seção “Interpretação geométrica da solução de um sistema” na primeira possibilidade que são as retas concorrentes ele fala que são retas que possuem um ponto em comum, mais uma vez poderia ter sido feita uma conexão com unidades anteriores do livro (C.6), pois tanto para esse caso quanto para os outros a definição que ele dá está muito formal para alunos de 13 anos de idade, logo o autor tem um problema com excesso de formalismo (C.2). Ele sanaria esse problema dizendo que quaisquer retas que se cruzam tem um ponto em comum ou que para lembrar o que são retas concorrentes bastaria consultar a unidade 3 do livro.

No trecho a seguir o autor fala sobre um caso específico de sistema linear e depois vem com exemplos para definir os tipos de sistema, essa falta de objetividade (C.5) poderia ser sanada se ele aproveitasse aí e definisse todos os tipos de sistemas lineares e exemplificasse em seguida.

“Quando estamos diante de um sistema formado por duas equações do 1^o grau com duas incógnitas (x e y), a solução do sistema, caso exista e seja única, representará o ponto de encontro das retas associadas às duas equações.”

- Página 210

No final do capítulo o autor traz uma outra seção chamada “conexões” e define coordenadas polares, porém os alunos ainda não aprenderam o que é uma circunferência, ou seja, ele faz menção a termos desconhecidos pelos alunos, é um problema de definição precoce (C.8), pois o aluno aprenderá sobre circunferência somente na próxima unidade do livro, lá ele poderia criar um anexo sobre coordenadas polares fazendo uma conexão com o plano cartesiano apresentado aqui.

- Página 214

No final da unidade o autor traz uma lista de exercícios sobre tudo que foi abordado na unidade chamado “Resgatando Conteúdos”, porém o aluno tem que recordar de conceitos abordados em outros momentos de sua escolarização, por exemplo, os conjuntos numéricos (\mathbb{R} , \mathbb{N} , \mathbb{Q}), perímetro, ele também traz alguns problemas de interpretação que é bem interessante, pois o aluno tem que fazer uma modelagem matemática. O que o autor poderia fazer é colocar no final de cada exercício a referência de que capítulo o aluno poderia consultar para revisar o conteúdo caso não se lembrar (**C.6**).

2.4.2 Manipulação

- Página 202

O autor de forma geral trabalha bem com manipulação, pois os exercícios são parecidos com o que foi feito nos exemplos, mas há uma coisa no início do capítulo que ele pecou, no segundo exemplo ele dá uma equação e fala para atribuir valor para x e y para obter os pares ordenados, mas ele faz assim

$$y = -1 \Rightarrow x - 2 \cdot (-1) = 3 \Rightarrow x = 1 \quad (1, -1),$$

o que é confuso para os alunos que nunca viram isso, ele deveria fazer as atribuições de valores em forma de tabela como feito posteriormente na próxima seção (p. 206). Essa manipulação mais complexa (**M.2**) pode confundir o aluno.

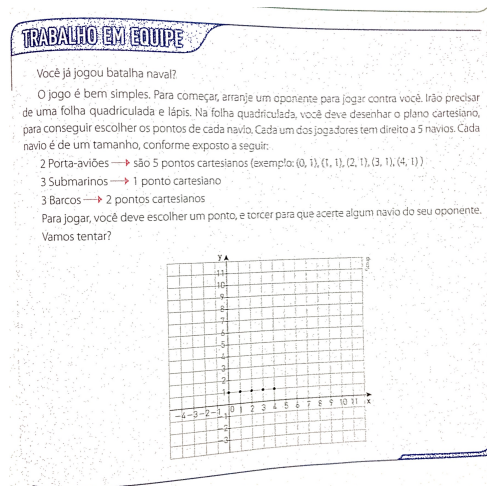
2.4.3 Aplicação

- Página 202

Os primeiros exemplos não teve nenhuma aplicação mesmo, só manipulação dos conceitos definidos (**A.1**).

- Página 203

Tem uma proposta de trabalho em equipe que achei genial, muito boa a associação do plano cartesiano com o jogo batalha naval, ele começa explicando as regras do jogo e nessa atividade o aluno consegue explorar localização de pontos no plano. É um tipo de atividade que desperta o interesse do aluno e é uma aplicação com algo que eles estão familiarizados, ou seja, não é de forma alguma um erro do tipo A.1.

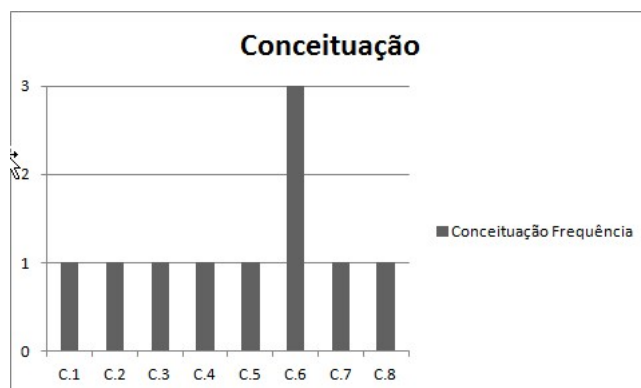


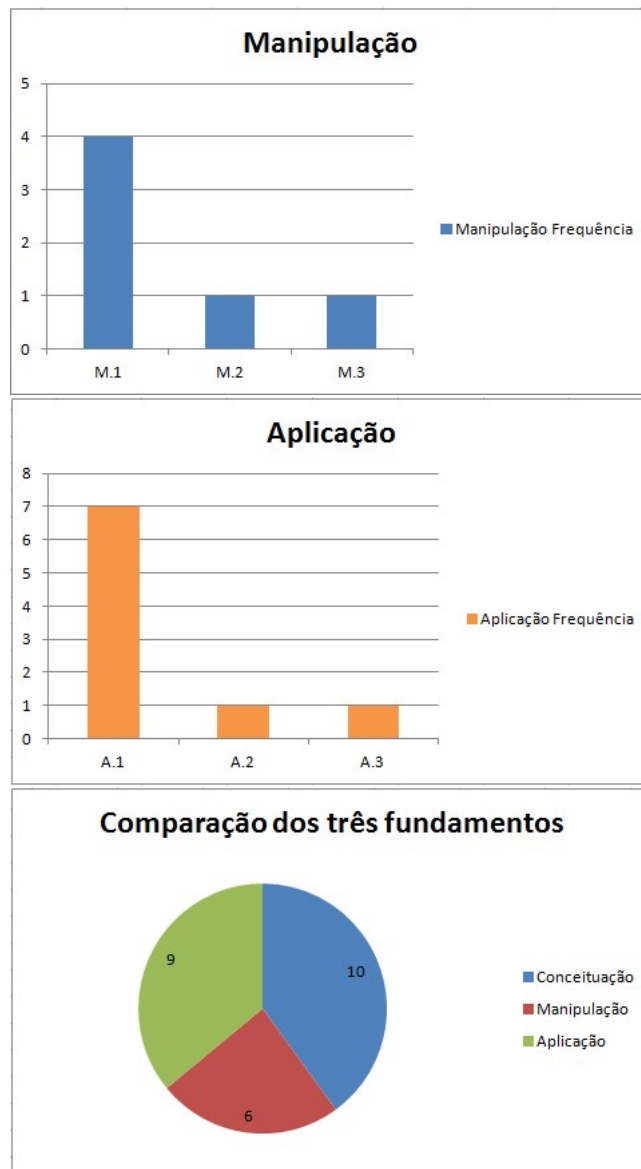
- Página 204

Na primeira seção de exercícios ele traz exercícios apenas do tipo “represente” assim como na seção seguinte (p. 208). Essa falta de contextualização (A.1) pode ser maçante e deixar a matemática sem significado para o aluno.

3 Análise quantitativa dos erros

Como poderemos ver nos gráficos a maior quantidade de erros é em conceitualização, pois tem uma lista de categorias maior e ocorreu pelo menos uma vez cada um dos erros. Mas, o erro mais cometido mesmo foi a falta de contextualização (A.1) dentro de aplicação, em geral, este foi o maior problema do livro.





4 Considerações Finais

Não podemos considerar este um bom livro, devida a quantidade de falhas apresentadas, dado que o público alvo são alunos de 13 anos de idade da rede pública de ensino, o livro poderia ser mais didático.

Os maiores problemas do autor são omissão em manipulação e falta de contextualização em aplicação. Os erros mais graves que encontramos foram as omissões em conceituação, como não definir ou relembrar a definição matemática de equações do 1º grau no capítulo 15, falta de conexão com a de-

finição de retas perpendiculares e omissão da definição de plano no capítulo 17, e talvez o mais confuso que é a definição precoce de coordenadas polares, também no capítulo 17, este foi um anexo completamente em vão.

O livro tem uma apresentação muito bonita, com várias figuras bem coloridas, não seria difícil ele fazer um trabalho melhor, porque tem algumas partes que foram muito bem feitas, ele tem ideias legais, bastaria um pouco mais de esforço.