Sumário

Prefácio

Este trabalho foi escrito por alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UNICAMP para a disciplina MA225 - Análise de livros didáticos de Matemática.

O conteúdo que o grupo escreveu e editou são dois capítulos do que seria um livro didático de matemática para o ensino de "Frações"para alunos do 6° ano do Ensino Fundamental brasileiro. O grupo tinha em mente criar um material agradável, passível de ser lido pelos próprios alunos, para que estes não precisem depender apenas da leitura do(a) professor(a).

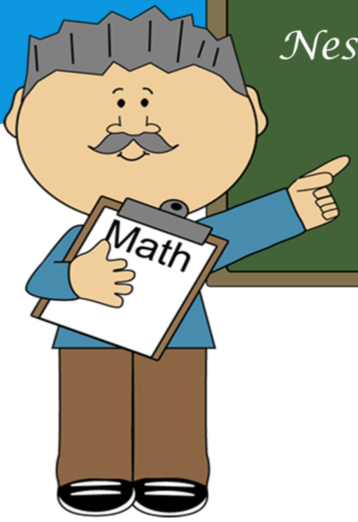
No primeiro Capítulo é feita uma revisão sobre o conceito de frações acrescida de tipos de frações e como depreender a quantidade que uma fração designa a fim de que se possa ordenar frações. O segundo Capítulo se dedica a operações com frações. Nele, a ordem das operações não é a tradicional pois entende-se que ao inverter a ordem algumas ideias, e até mesmo detalhes da técnica, podem ficar mais claras. Mais sobre a estrutura do livro pode ser lida na próxima página.

Por fim, pede-se ao leitor que note o cuidado com o qual o material foi desenvolvido e editado a fim de que o resultado final venha a ser uma incursão agradável no, até então, temido mundo das frações.

Os autores,

Waldeci R. do Nascimento	RA: 963396
Juliana Marta Rodriques de Souza	RA: 024184
Ivan X. M. do Nascimento	RA: 071212
Orlando da Cunha V. Neto	RA: 092532

Sobre este livro



Bem-vindos, pessoal!
Neste livro vocês vão encontrar todos esses boxes legais para acompanhá-los nessa nova aventura que está para começar! Preparados?

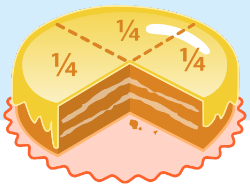
Você já estudou

☆ Conteúdos fundamentais para um bom aproveitamento do assunto do capítulo.

Já pensou???

Boxes na margem da página, com alguma curiosidade ou comentário interessante.

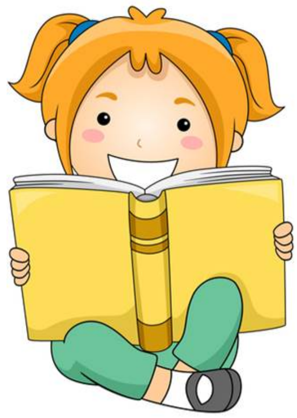
Exemplo ❶



Exemplos para ilustrar o conteúdo aprendido.

Objetivos do Capítulo

➻ Conteúdos a serem abordados e objetivos a serem atingidos em cada capítulo.



Saiba +

Dicas para ir um pouco além do conteúdo do capítulo.

Aquele sapinho verde sempre me deixa com a pulga atrás da orelha!

Vamos praticar!

Sempre ao final de cada bloco de conteúdo, uma seleção de exercícios de fixação e aprendizagem!

Revisando Frações

Capítulo 1

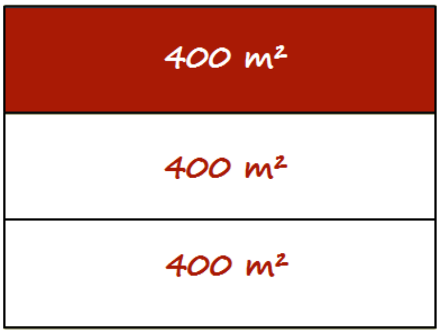
Você já estudou

☆ Definição de fração como um quociente entre dois números

☆ Introdução a operações básicas com frações

Maria decidiu repartir, em vida, seus bens entre seus três filhos: Márcio, Lucas e Juca. O maior de seus bens é um terreno retangular de 1200 m^2. Cada filho receberá uma parte do terreno; cada parte deste terreno terá a mesma área.

Dizemos que cada parte do terreno corresponde a uma **fração** do terreno; no caso, esta fração corresponde a **um terço** do terreno.



Objetivos do Capítulo

Esclarecer, apresentar e/ou aprofundar conceitos e técnicas relacionados a frações, tais como:

- Relacionar a representação matemática de frações como partes de um inteiro por meio gráfico.
- Representar uma fração como um número decimal.
- Compreender que uma fração pode ser menor, igual ou maior que outras.
- Representar frações de denominadores distintos através de um mesmo denominador.
- Reconhecer tipos de frações.

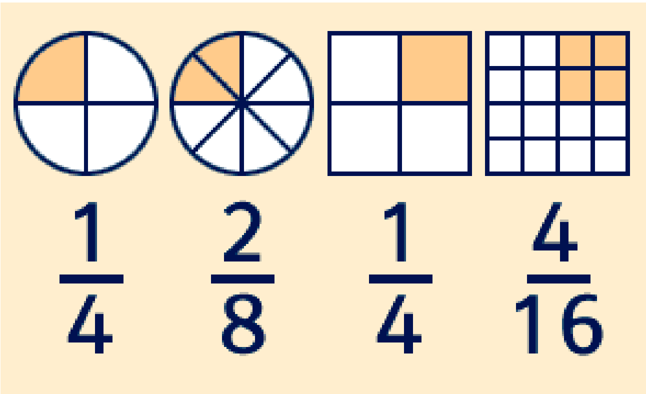
Mas o que era mesmo uma fração?

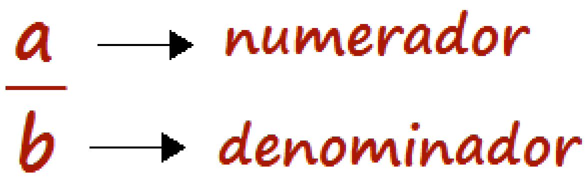
Fração é uma forma de representar uma quantidade a partir de um valor, que é dividido por um determinado número de partes iguais.

Ou, ainda:

Em matemática, pode-se dizer que uma fração de um número, representada de modo genérico como $\frac{a}{b}$, designa o inteiro dividido em b partes iguais ao qual usa-se o número a de partes.

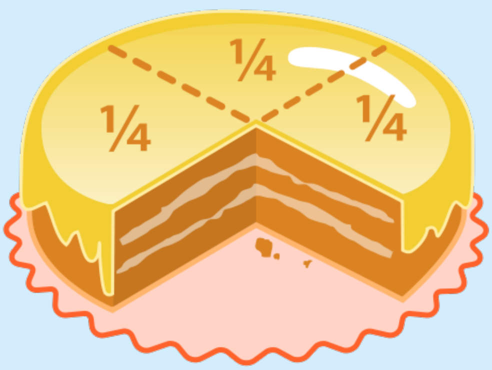
Os dois números que compõem uma fração recebem uma nomes específicos. O **denominador** corresponde ao número de partes *iguais* em que um todo será dividido e o **numerador** corresponde ao número de partes que serão consideradas.





Vejamos um exemplo.

Exemplo ❶



Observe a figura ao lado e responda às perguntas:

(a) Que fração do bolo foi comida?

(b) Que fração restou?

Resposta. Observamos que o bolo foi repartido em quatro pedaços e que já foi comido um pedaço. Portanto a fração do bolo que foi comida é de $\frac{1}{4}$ e a fração do bolo que sobrou foi de $\frac{3}{4}$.

Nomenclatura

Denominador quer dizer "aquele que dá o nome". É o denominador que dá o nome à fração. Por exemplo, as frações de denominador 3 são chamadas de "terços".

Dividimos os denominadores em três grupos para que você possa entender melhor como se nomeia uma fração.

O primeiro grupo contém as frações cujos denominadores são inteiros entre 2 e 9.

O segundo grupo consiste de frações com denominadores 10, 100, 1000 e assim por diante. São as chamadas **frações decimais**.

A leitura do denominador das frações do primeiro e segundo grupo deve ser feita da maneira como indica a tabela.

Denominador	Leitura
2	Meio
3	Terço
4	Quarto
5	Quinto
6	Sexto
7	Sétimo
8	Oitavo
9	Nono
10	Décimo
100	Centésimo
1000	Milésimos
⋮	⋮

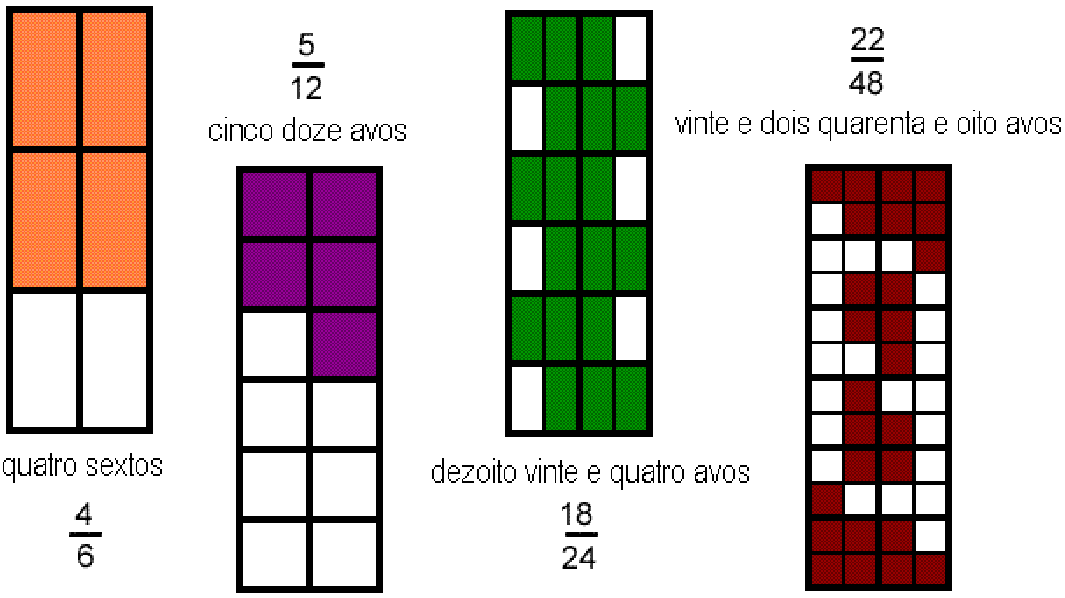
Por fim, o terceito grupo é aquele ao qual pertencem as frações com denominador (inteiro) maior do que nove e diferente de 10, 100 e demais múltiplos de dez. A leitura destas frações é feita lendo-se o numerador e o denominador, seguidos pela palavra «**avos**».

Por exemplo:

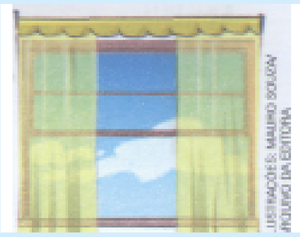
$\frac{3}{12}$ se lê «três doze avos»

$\frac{45}{120}$ se lê «quarenta e cinco cento e dois avos»

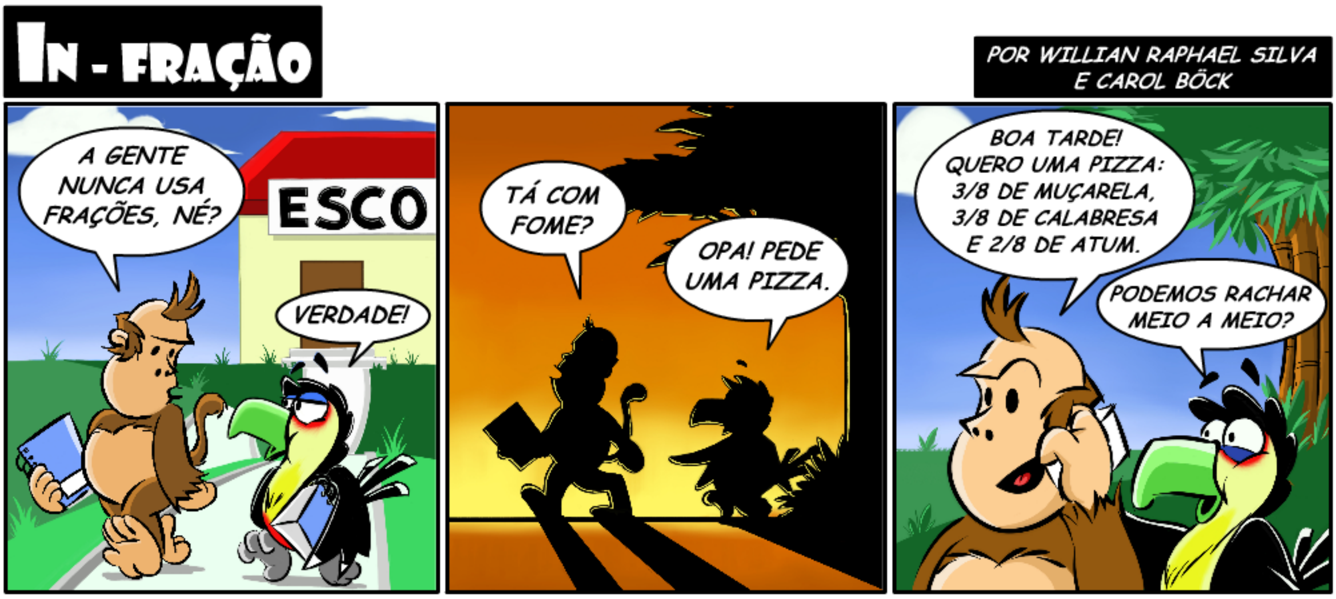
Veja alguns outros exemplos na figura abaixo.



Exemplo ❷

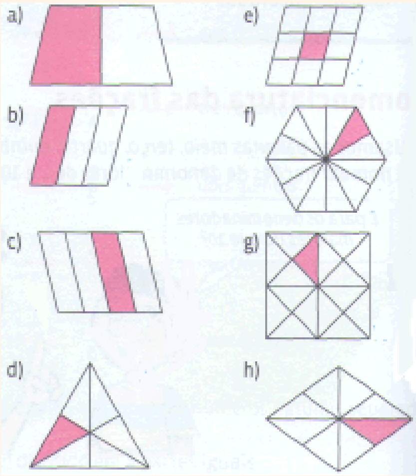


Que fração da janela está coberta pelas cortinas? Que fração não está coberta? Notamos que a cortina cobre duas partes das três em que a janela está divida. Portanto a fração da janela que está coberta pela cortina é $\frac{2}{3}$ e a fração da janela que não está coberta é de $\frac{1}{3}$.

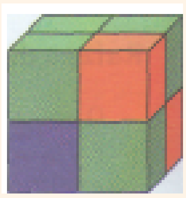


Vamos praticar!

1. Escreva a fração correspondente à parte pintada em cada figura.



2. O cubo da figura foi dividido em cubinhos iguais. Dois cubinhos foram pintados de laranja, um foi pintado de roxo e os demais foram pintados de verde. Escreva a f ração que representa:

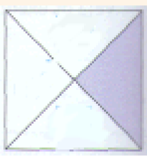


a) a parte pintada de laranja;

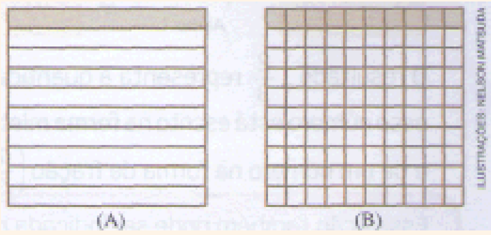
b) a parte pintada de roxo;

c) aparte pintada de verde.

3. A parte pintada da figura representa $\frac{1}{4}$ do quadrado. Desenhe, em seu caderno, as outras três maneiras possíveis de representar $\frac{1}{4}$ do quadrado.



4. Uma mesma figura foi dividida de dois modos diferentes, porém, em cada caso, uma mesma parte foi pintada.



(a) Represente a parte pintada em A na forma de uma fracão.

(b) Represente a parte pintada em B na forma de fracão.

5. Escreva em forma de fração:

(a) cinco terços;

(b) dois décimos;

(c) nove vinte e um avos;

(d) quinze milésimos;

(e) treze centésimos; -

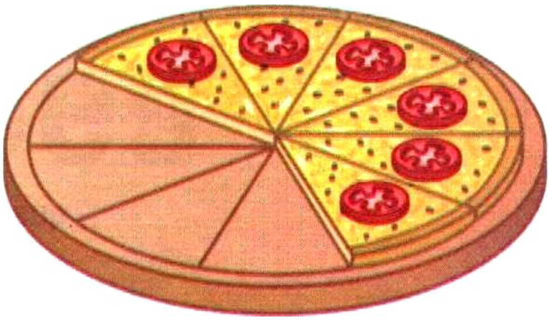
(f) sete milionésimo

6. Escreva por extenso como se lê cada fração.

(a) $\frac{26}{49}$ (c) $\frac{7}{100}$ (e) $\frac{5}{100}$

(b) $\frac{5}{7}$ (d) $\frac{9}{300}$ (f) $\frac{3}{18}$

Números mistos, frações próprias e impróprias



Maria, João, Lucas e Caio foram estudar para a prova de matemática na casa de Marina. Depois de muito estudar, decidiram fazer uma pausa e comer alguma coisa. Decidiram comer uma pizza. Todos os que estavam presentes disseram que comeriam, no mínimo, dois pedaços de pizza. Como a pizza é dividida em apenas 8 pedaços, optaram pela compra de duas pizzas. Marina e João comeram três pedaços cada um; Lucas, Caio e Maria, dois pedaços.

Como podemos representar a quantidade de pizza comida pelos jovens estudantes?

Números Mistos

No exemplo anterior, foram comidas 12 fatias de pizza. Ao todo, os estudantes comeram uma pizza inteira e mais quatro fatias. Podemos representar essa quantidade da seguinte maneira:

$$1\frac{4}{8}$$

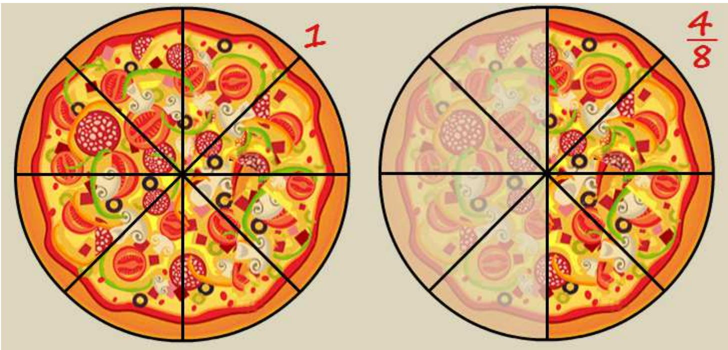
onde:

1 é a parte inteira e

$\frac{4}{8}$ é a parte fracionária

A representação em questão é denominada número misto.

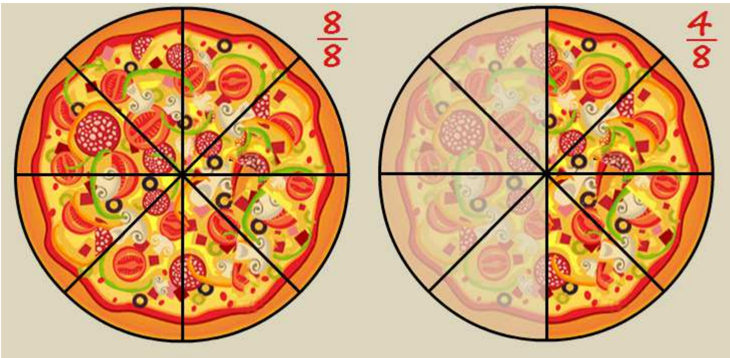
> $1\frac{4}{8}$ se lê «um inteiro e quatro oitavos».



Frações próprias e impróprias

Ainda com relação ao exemplo anterior, podemos representar a parte inteira na forma da fração $\frac{8}{8}$. Logo, os estudantes comeram 12 fatias de pizza, a qual foi dividida em 8 pedaços.

Podemos dizer então que foi consumida $\frac{12}{8}$ da pizza. Quando o numerador é maior do que ou igual ao denominador, dizemos que a fração representada é uma **fração imprópria**.



Por outro lado, quando o numerador é menor do que o denominador, dizemos que a fração é uma **fração própria**. São exemplos de frações próprias:

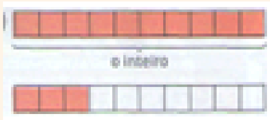
$$\frac{7}{8}, \frac{3}{4} \text{ e } \frac{4566}{10000}.$$

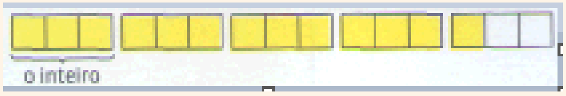
Já pensou???

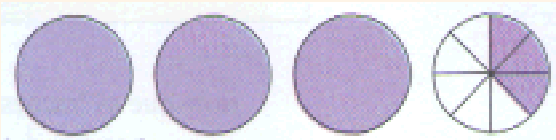
No exercício do «*Vamos Praticar*», você encontrará algo muito curioso sobre o possivelmente mais famoso número misto dos livros infanto-juvenis: $9\frac{3}{4}$. Já pensou nesse número antes?

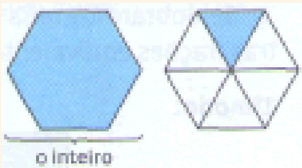
Vamos praticar!

1. Escreva a fração correspondente a cada uma das figuras.

a) 

b) 

c) 

d) 

2. Represente as frações a seguir com desenhos.

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{8}{2}$ (c) $\frac{10}{4}$ (d) $\frac{2}{3}$

3. Classifique as frações abaixo em próprias e impróprias

(a) $\frac{6}{9}$ (d) $\frac{7}{7}$ (g) $\frac{41}{2}$

(b) $\frac{9}{3}$ (e) $\frac{3}{10}$ (h) $\frac{16}{3}$

(c) $\frac{3}{5}$ (f) $\frac{15}{4}$ (i) $\frac{14}{7}$

4. Escreva cinco frações que representem:

(a) números maiores do que 1;

(b) números menores do que 1;

(c) o número 1

5. Quantos $\frac{2}{3}$ cabem em $\frac{4}{3}$?

6. Quantos $\frac{1}{4}$ cabem em:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$

7. Seu Genaro fez 3 pizzas e dividiu cada uma delas em 8 partes. Ele serviu $\frac{3}{8}$ para o João, $\frac{5}{8}$ para a família Silva, $\frac{3}{8}$ para as irmãs Ferraz, $\frac{1}{8}$ para seu Gaudêncio, $\frac{2}{8}$ para Ribamar e por fim $\frac{4}{8}$ para a família Souza.

(a) Expresse por meio de uma fração o total das pizzas servidas pelo seu Genaro.

(b) Que fração de pizza Sobrou?

8. Transforme cada uma das frações em número misto

(a) $\frac{91}{2}$ (b) $\frac{9}{6}$ (c) $\frac{21}{8}$ (d) $\frac{15}{4}$

9. Transforme cada numero misto em frações impróprias

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $3\frac{1}{2}$ (c) $3\frac{1}{6}$ (d) $5\frac{1}{4}$

Comparando frações

Como podemos saber se frações com denominadores distintos representam partes maiores, menores ou iguais com relação a uma mesma grandeza?

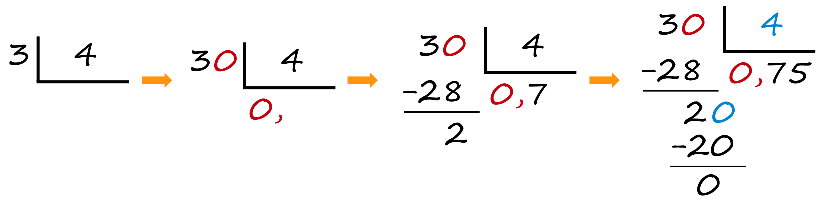
Transformando frações em decimais

Para transformar uma fração em um número decimal, basta efetuarmos uma divisão.

O dividendo desta divisão é o numerador da fração e o divisor é seu denominador.

$$\frac{a}{b} = a \div b, \qquad \text{onde } b \neq 0$$

Vamos transformar a fração em um número decimal.

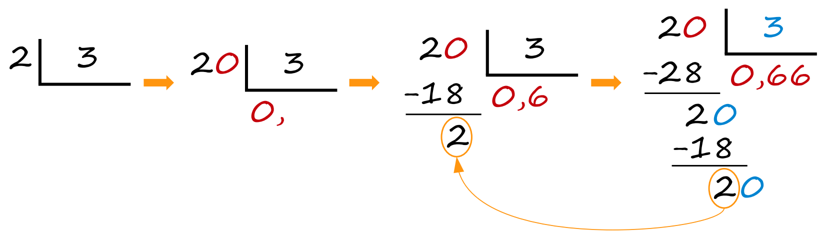


Vimos que a fração $\frac{3}{4}$ (três quartos) pode ser representada pelo número $0,75$.

Agora, vejamos como podemos comparar as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$.

Dois terços é maior, menor ou igual a três quartos?

Primeiramente vamos transformar a fração dois terços em um número decimal.



Logo, $\frac{2}{3}$ pode ser representado por $0,6666...$ Sabemos que $\frac{3}{4} = 0,75$. Sabemos também que $0,75 > 0,6666...$; logo, podemos afirmar que

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3}.$$

Saiba +

Toda fração própria é um número menor do que um!

Para enxergar melhor este fato, basta ver que, numa fração $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$, que seja própria, isto é, onde $a < b$, o inteiro esteja dividido em b partes mas estejamos tomando apenas a partes dessas: uma quantidade menor do que b. Portanto, para qualquer fração própria, o inteiro (1) jamais é alcançado.

Exemplo ❸

No açougue de minha rua dona Judite e dona Marta foram comprar carne para um churrasco. O açougueiro nunca acerta a quantidade de carne pedida. A carne de dona Judite "pesou" dois quilos e mais dois terços de quilo e a carne de dona Marta "pesou"dois quilos e mais três quartos de quilo. Quem vai ter um churrasco com mais carne?
Resposta: A compra da dona Judite foi de dois inteiros e mais dois terços , que é o numero misto $2\frac{2}{3}$. Transformando esse número misto em fração impropria, fica:

$$\frac{3}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}.$$

Dividindo 8 por 3, temos: $8 \div 3 = 2,666\ldots$.
A compra da dona Marta foi de dois inteiros e mais três quartos , que é o numero misto $2\frac{3}{4}$. Transformando esse numero misto em fração impropria, fica:

$$\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}.$$

Dividindo 11 por 4, temos: $11 \div 4 = 2,75$. Portanto como $2,75 > 2,666\ldots$, concluímos que dona Marta vai ter um churrasco com mais carne.

Frações equivalentes

Dizemos que duas frações são equivalentes quando elas representam a mesma parte de um inteiro.

Se as frações são equivalentes, elas são representadas pelo mesmo número decimal.

Vejamos, como exemplo, as frações e $\frac{6}{10}$ e $\frac{15}{25}$.

Efetuando as divisões, podemos vemos que

$$\frac{6}{10} = 0,6 \text{ e } \frac{15}{25} = 0,6.$$

Logo, podemos concluir que

$$\boxed{\frac{6}{10}=\frac{15}{25}.}$$

Portanto, podemos dizer que estas frações são equivalentes.

Perceba que tanto o número 10 quanto o número 25 são múltiplos de 5. Logo, podemos dizer que existe um número múltiplo de 5 que é divisível tanto pelo número 10 quanto pelo 25. Para facilitar a nossa vida, vamos tentar encontrar o menor número que é divisível por 10 e 25 simultaneamente; em outras palavras, vamos calcular o **mínimo múltiplo comum** (m.m.c.) entre 10 e 25. Para isso, vamos fatorar os números 10 e 25 em fatores primos.

Primeiramente, para ilustrar o processo, vamos decompor o número 10 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 10 = 2 \times 5$$

Logo, $10 = 2 \times 5$.

Por sua vez, a decomposição do número 25 em fatores primos é a seguinte:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 25 = 5 \times 5$$

Logo, 25 = 5x5.

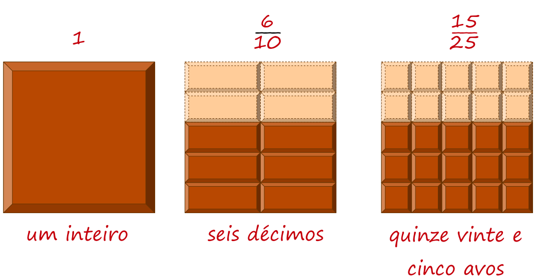
Agora vamos decompor os números 10 e 25, simultaneamente, em fatores primos:

$$\begin{array}{rr|l} 10, & 25 & 2 \\ 5, & 25 & 5 \\ 1, & 5 & 5 \\ 1, & 1 & \end{array} \rightarrow \text{m.m.c. } (10, 25) = 2 \times 5 \times 5 = 50$$

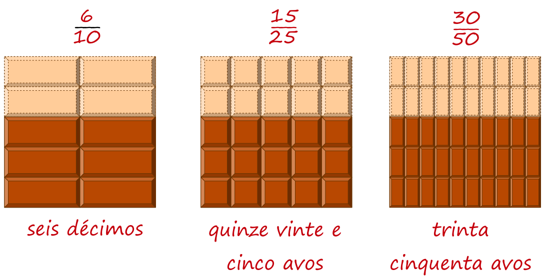
O m.m.c. é o produto dos fatores que aparecem na decomposição simultânea em fatores primos, ilustrada acima. No nosso caso , o m.m.c. entre 10 e 25 é 50.

Mas o que isso significa?

Veja as representações das frações $\frac{6}{10}$ e $\frac{15}{25}$.



Podemos dividir essas frações em partes iguais:



Perceba que na primeira fração, tanto o denominador quanto o numerador foram multiplicados por 5; na segunda, por 2.

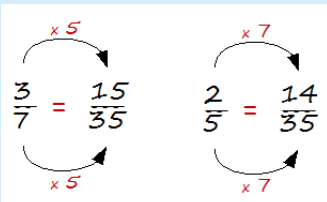
Comparando frações utilizando o m.m.c.

Vimos anteriormente que, utilizando o m.m.c., podemos encontrar frações equivalentes. Frações com denominadores distintos podem ser transformadas em frações com o mesmo denominador; logo, feito isto, basta analisar os numeradores.

Exemplo ❹

Um caminhoneiro fazendo uma viagem percorreu, pela manhã, $\frac{3}{7}$ da distancia total e a tarde $\frac{2}{5}$. Em qual dos períodos ele percorreu maior distancia?

Resposta. Para fazer essa comparação devemos reduzir ao mesmo denominador. Faremos isso encontrando diretamente as frações equivalentes a $\frac{3}{7}$ e $\frac{2}{5}$ usando o m.m.c. dos denominadores: m.m.c. $(7,5) = 35$.
Dessa forma, o número que multiplicado por 7 dá 35 é $35 \div 7 = 5$. Portanto, para encontrar uma fração equivalente a $\frac{3}{7}$ cujo denominador seja 35, é necessário multiplicar o numerador e o denominador de $\frac{3}{7}$ por 5.
Analogamente, o número que multiplicado por 5 resulta em 35 é $35 \div 5 = 7$. Assim, devemos multiplicar o numerador e o denominador de $\frac{2}{5}$ por 7:



Como $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$, concluímos que $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$.

Vamos praticar!

1. Compare as fraçõe abaixo usando os simbolos de maior (>) e menor (<).

   (a) $\frac{6}{9}$ e $\frac{4}{9}$

   (b) $\frac{3}{7}$ e $\frac{5}{7}$

   (c) $\frac{6}{10}$ e $\frac{2}{10}$

   (d) $\frac{8}{12}$ e $\frac{11}{12}$

2. Compare as fraçõe abaixo usando os simbolos de maior (>), menor (<) e igual (=).

   (a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

   (b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

   (c) $\frac{2}{6}$ e $\frac{7}{4}$

   (d) $\frac{7}{6}$ e $\frac{21}{18}$

3. Numa avaliação de Geografia, composta de 40 questões, Luis acertou $\frac{2}{5}$ das questões e Maria acertou $\frac{5}{8}$. Quem acertou mais questões?

4. Cláudio e Artur estão colecionado o álbum da Copa do Mundo. Claudio já completou $\frac{3}{4}$ do total de figurinhas e Artur completou $\frac{7}{6}$ do total das figurinhas. Quem já conseguiu mais figurinhas?

5. (Unifor–CE) Das frações

$$\frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9} \text{ e } \frac{1}{10},$$

   (a) a menor é $\frac{4}{9}$.

   (b) a menor é $\frac{1}{10}$.

   (c) a maior é $\frac{2}{7}$.

   (d) a maior é $\frac{3}{8}$.

   (e) a menor é $\frac{2}{7}$.

A Plataforma $9\frac{3}{4}$.

«Não fale besteira. Não existe plataforma $9\frac{3}{4}$»

Valter Dursley, tio de Harry Potter.

Na série infanto-juvenil do bruxinho «Harry Potter», a Plataforma $9\frac{3}{4}$ é uma plataforma da estação de King's Cross, em Londres. Magicamente escondida dos *trouxas* (não bruxos), esta plataforma é onde os estudantes da Escola de Magia e Bruxaria embarcam no Expresso Hogwarts em 1 de setembro para o começo das aulas em Hogwarts. Para entrar nela, basta se dirigir diretamente à parede aparentemente sólida que separa as estações 9 e 10 dessa estação. A figura ao lado retrata uma cena do filme inspirado na série de J. K. Rowling.

a) Baseado no número misto $9\frac{3}{4}$, calcule o valor decimal a que corresponde a essa plataforma.

b) A rigor, essa plataforma está mais próxima da plataforma 9 ou 10?

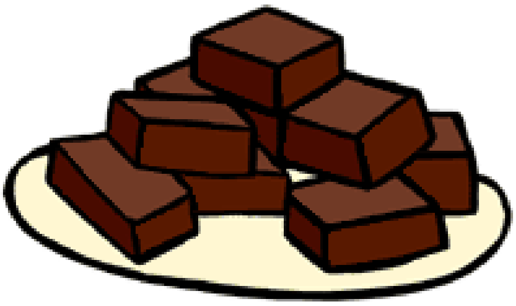
Operações com frações

Capítulo 2

Você já estudou

☆ Conjunto dos números naturais
☆ Soma, subtração, multiplicação e divisão de números naturais

Uma doceira, por engano, fez uma barra de chocolate muito grande, de 1 kg. A barra foi feita de modo que é possível partí-la em 10 pedaços iguais com facilidade.



A doceira quer, então, vender esse pedaços menores porque acha que será difícil vender a barra inteira de uma vez.

Usando apenas as quatro operações básicas e o números naturais que ela conhece, como ela pode indicar que porção da barra original é cada pedaço?

Já pensou???

Todo número natural pode ser escrito, na forma de frações, como ele próprio sobre (ou dividido por) um. Por exemplo:

$$5 = \frac{5}{1}.$$

Objetivos do Capítulo

Aprender a realizar as quatro operações com frações:

- multiplicação;
- adição;
- subtração;
- divisão.

Operações entre frações

Multiplicação de frações

O ***caso mais fácil*** da multiplicação de frações é aquele em que temos um número natural multiplicando uma fração com numerador 1. Por exemplo:

$$\boxed{5 \times \frac{1}{3} = \ ?}$$

Nesta situação, podemos pensar de pelo menos dois modos:

1° A fração designa o tamanho das pecinhas em que o inteiro foi partido. E o número natural é a quantidade de pecinhas que desejamos. Então, para saber com que porção ficamos quando tomamos o número desejado de pecinhas, multiplicamos o numerador da fração, neste caso o 1, pelo número desejado, no exemplo anterior o 5, e mantemos o denominador. No exemplo, ficamos com cinco terços!

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

2° Como vimos no *Já pensou?*, todo inteiro tem denominador 1. Então, pode-se repensar a multiplicação do Exemplo como

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{3}$$

Daí, o que se faz é multiplicar o numerador de uma fração pelo da outra. E multiplicar o denominador de ambas, também. Mantendo-os nas mesmas posições.

$$\frac{5}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{1 \times 3} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

Saiba +

Quando se trata de multiplicação de frações, podemos pensar no produto

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$$

como «$\frac{a}{b}$ **de** $\frac{c}{d}$».
Por exemplo,

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$$

pode ser lido como «três quintos **de** dois sétimos».

Observe que toda fração, então, pode ser reescrita como um número natural vezes outra fração de numerador 1 e denominador igual ao original!

$$\frac{7}{8} = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{1} \times \frac{1}{8}$$

Veja outro exemplo:

$$\frac{4}{9} = 4 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{9}$$

Pelo que vimos até agora, dá pra perceber que multiplicar um inteiro por uma fração é indicar que estamos tomando, desse inteiro, a proporção dada pela fração!

Já no ***caso geral***, em que precisamos multiplicar duas frações de denominadores diferentes, trabalhamos, por analogia, da mesma forma que no 2° modo de pensar do caso anterior: multiplicamos numerador por numerador e denominador por denominador, mantendo as posições iniciais.

Veja:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

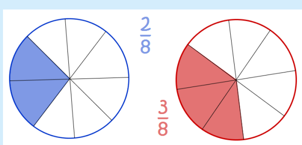
Ou seja, quando tomamos a metade de três quartos, estamos tomando três oitavos da quantidade original.

Ou ainda, quando pegamos três quartos da metade, estamos tomando (os mesmos) três oitavos da quantidade original.

Para não esquecer

Uma fração é um número que pode representar uma quantidade que foi dividida em partes iguais.

A figura abaixo ilustra essas as quantidades $\frac{2}{8}$ (em azul) e $\frac{3}{8}$ (em vermelho) com relação a um círculo.



Vamos praticar!

1. Calcule em seu caderno as operações:

   (a) $7 \times \frac{3}{5}$

   (b) $6 \times \frac{5}{9}$

   (c) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{2}$

   (d) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{6}$

   (e) $\frac{4}{7} \times \frac{3}{4}$

   (f) $5\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4}$

2. Calcule em seu caderno e simplifique quando for possível:

   (a) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} \times \frac{8}{15}$

   (b) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{15}$

   (c) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{3}$

   (d) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{8}$

3. Calcule mentalmente:

   (a) $\frac{1}{5}$ de 250 livros.

   (b) $\frac{2}{3}$ de 180 jabuticabas.

   (c) $\frac{2}{5}$ de uma dúzia de ovos.

   (d) $\frac{3}{4}$ de 24 meses.

4. Thalia calculou para a festinha de seu aniversário que seriam usados 80 copos de refrigerantes. Ela sabe que em cada copo cabe $\frac{1}{5}$ de refrigerante de um litro. Quantos litros Thalia deve usar?

5. Sabendo que, com um trator, Lucio ara $\frac{3}{20}$ de um terreno em cada dia, responda a estas questões no caderno:

   (a) De segunda-feira a sábado, que parte do terreno Lucio consegue arar?

   (b) Considerando que no domingo ele descanse, quanto faltará arar na semana seguinte?

   (c) Ele conseguirá terminar na segunda-feira? Justifique sua resposta.

6. Calcule

   (a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{3}$ e $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{3}$. Entre os dois produtos, qual é maior?

   (b) $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{11}$ de $\frac{3}{11}$. Entre os dois produtos, qual é menor?

Soma de frações

Depois de todos os segredos que desvendamos sobre a multiplicação de frações, para somar frações só precisamos lembrar de uma coisa:

Só podemos contar (juntar, somar) pedacinhos de tamanhos iguais!

O que o quadro acima quer dizer, matematicamente, é que só podemos somar frações de denominadores iguais.

Por exemplo:

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{1+4}{7} = \frac{5}{7}$$

Mas, e se as frações que queremos somar tiverem denominadores diferentes?

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{6} = ?!$$

Como expressar a soma anterior em uma fração só?

O truque é repartir os pedacinhos das parcelas novamente, de modo a conseguir pedacinhos iguais. Que podem ser somados do jeito que já sabemos fazer.

Mas como?

Juntando as duas ideias do *Já pensou???*.

Já que toda fração está multiplicada por 1 e que o 1 pode ser escrito como qualquer número natural dividido por ele próprio, vale:

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2}$$

Então podemos pegar a primeira parcela da soma e colocá-la multiplicada por 1 inteiro que contenha em seu numerador E no seu denominador o número que aparece no denominador da outra parcela da soma!

E pegar a segunda parcela da soma e colocá-la multiplicada por 1 inteiro que contenha em seu numerador E no seu denominador o número que aparece no denominador da outra parcela da soma!

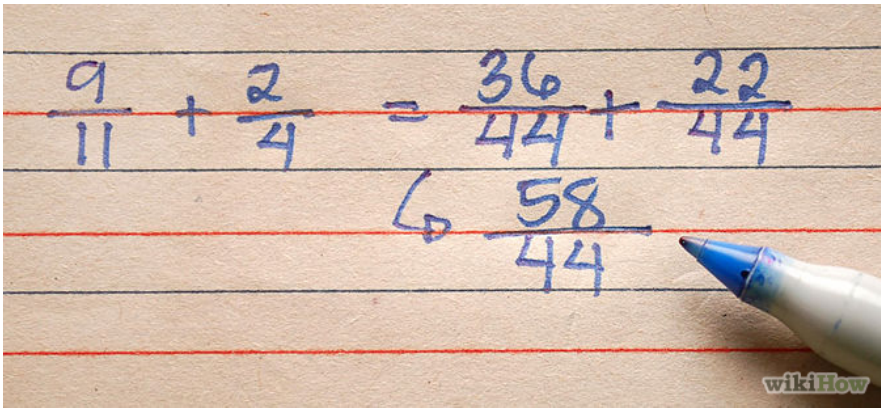
Já pensou???

Toda fração pode ser escrita como um vezes ela mesmo. Por exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 1.$$

O inteiro, o 1, pode ser representado por qualquer fração em que o numerador e o denominador são iguais: repartimos o inteiro em n partes e pegamos todas as n partes, então pegamos ele todo! Por exemplo:

$$1 = \frac{3}{3}.$$



Quando realizamos as multiplicações das frações com as unidades escolhidas, as frações resultantes terão o mesmo denominador! (Por que?!) E esse é o caso que já sabemos somar!

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{4}+\frac{3}{6} &= \boxed{\frac{1}{4}} \times \boxed{1} + \boxed{\frac{3}{6}} \times \boxed{1} \\
&= \underbrace{\boxed{\frac{1}{4}} \times \boxed{\frac{6}{6}}}_{\boxed{\frac{6}{24}}} + \underbrace{\boxed{\frac{3}{6}} \times \boxed{\frac{4}{4}}}_{\boxed{\frac{12}{24}}} \\
&= \frac{6+12}{24} = \frac{18}{24}
\end{aligned}
$$

(Podemos reduzir o resultado?)

Subtração de frações

Para subtrair, vale a mesma regra da soma: o tamanho dos pedacinhos (o denominador das frações) devem ser iguais.

Se as frações já tem o mesmo denominador...

$$\frac{5}{\boxed{7}} - \frac{2}{\boxed{7}} = \frac{5-2}{\boxed{7}} = \frac{3}{\boxed{7}}$$

... e se não têm?

$$\boxed{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?}$$

Para não esquecer

Quando o denominador de uma fração for igual a 10, 100 ou 1000, lemos o numerador seguido da palavra décimos, centésimos ou milésimos.

Quando o denominador de uma fração maior do que 10 e diferente de 100 ou 1000, lemos o numerador e o denominador seguido da palavra **avos**.

Usamos a mesma ideia da soma para reescrever as frações-parcela:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} - \frac{1}{3} &= \boxed{\frac{1}{2}} \times \boxed{1} - \boxed{\frac{1}{3}} \times \boxed{1} \\
&= \underbrace{\boxed{\frac{1}{2}} \times \boxed{\frac{3}{3}}}_{\boxed{\frac{3}{6}}} - \underbrace{\boxed{\frac{1}{3}} \times \boxed{\frac{2}{2}}}_{\boxed{\frac{2}{6}}} \\
&= \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

Vamos praticar!

1. Calcule:

   (a) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$

   (b) $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}$

   (c) $\frac{1}{9}+\frac{3}{9}$

   (d) $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$

   (e) $\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+\frac{3}{4}$

   (f) $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}$

   (g) $\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$

   (h) $\frac{8}{3}-\frac{2}{3}$

2. Calcule em seu caderno e simplifique quando for possível:

   (a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

   (b) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$

   (c) $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$

   (d) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

   (e) $\frac{4}{6}-\frac{1}{3}$

   (f) $\frac{7}{8}-\frac{1}{6}$

   (g) $1\frac{3}{10}-\frac{8}{9}$

   (h) $1\frac{1}{4}+2\frac{1}{6}$

   (i) $\frac{9}{2}+\frac{7}{4}+\frac{2}{3}$

   (j) $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}$

   (k) $\frac{2}{47}+\frac{1}{10}+\frac{3}{2}$

3. Observe o exemplo e calcule as seguintes adições e subtrações:

$$2+\frac{1}{4}=\frac{8}{4}+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}.$$

   No exemplo, o número 2 foi representado por uma fração com denominador 4: $2=\frac{8}{4}$.

   (a) $7+\frac{5}{6}$

   (b) $4-\frac{3}{11}$

   (c) $\frac{1}{5}+2+\frac{3}{5}$

4. Calcule o valor das expressões:

   (a) $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$

   (b) $8+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}$

5. No inicio de uma viagem um carro tinha o tanque de gasolina cheio até $\frac{2}{3}$ de sua capacidade. No final da viagem, a gasolina ocupava apenas um sexto do tanque. Qual a fração que representa a parte do tanque correspondente à gasolina gasta nesse percurso?

6. No período da manhã da escola Crescendo e Aprendendo, o número de meninos representa $\frac{3}{8}$ do número total de alunos.

   (a) Qual é a fração que corresponde ao número de meninas?

   (b) Sabendo que há 320 meninas, quantos são os meninos?

7. Um acordo firmado entre o governo estadual, o governo municipal e os empresários permitiu que 36 quilômetros de uma estrada fossem asfaltados. O Estado participou com $\frac{3}{8}$ do valor da obra,o município, com $\frac{7}{12}$ e os empresários, com o restante. Sabendo que os empresários colaboraram com 60 mil reais, responda:

   (a) Quanto custou toda obra?

   (b) Qual é o preço do quilômetro asfaltado?

Divisão de frações

Agora que já conhecemos a multiplicação, soma e a subtração de frações, só falta aprendermos a dividir uma pela outra!

Antes de mais nada: Você sabe o que é o "inverso multiplicativo de um número"?

O inverso multiplicativo de um número é o número que multiplicado pelo primeiro resulta em 1.

Sabendo disso, a ideia que você deve ter em mente é que dividir um número por outro é o mesmo que multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo!

Então, primeiro, vamos praticar «encontrar o inverso multiplicativo»:

Exemplo ❶

Qual é o inverso multiplicativo de 2?
É o número que multiplicado por 2 resultará em 1. Logo a resposta é $\frac{1}{2}$. Pois:

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = \frac{2}{2} = 1!$$

Exemplo ❷

Qual é o inverso multiplicativo de 6?
É o número que multiplicado por 6 resultará em 1. Logo a resposta é $\frac{1}{6}$. Pois:

$$6 \times \frac{1}{6} = \frac{6 \times 1}{6} = \frac{6}{6} = 1!$$

De um modo geral, então, o inverso multiplicativo de um número natural, diferente do 0, é 1 sobre esse natural!

E o inverso multiplicativo das frações?

Se você reparar bem, o inverso multiplicativo dos números naturais que vimos pode ser pensando como pegar o denominador 1 que está *escondido* sob todo número natural e trocar ele de lugar com o numerador, certo?

O inverso multiplicativo de seis é um sexto

$$6 = \frac{\boxed{6}}{1} \qquad \frac{1}{\boxed{6}}$$

Acontece que é a mesma coisa com as frações: o inverso multiplicativo de uma fração é outra fração que tem o numerador e o denominador em lugares trocados.

Dê uma olhada nos exemplos:

Exemplo ❸

O inverso multiplicativo de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$. Porque:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1!$$

Exemplo ❹

O inverso multiplicativo de $\frac{4}{5}$ é $\frac{5}{4}$. Porque:

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{4 \times 5}{5 \times 4} = \frac{20}{20} = 1!$$

Então, quando tivermos de dividir uma fração por outra, basta multiplicar a primeira pelo inverso da segunda.

Para ilustrar, consideremos a divisão $\frac{8}{15} \div \frac{3}{4}$:

$$\begin{aligned} \frac{8}{15} \div \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}} &= \frac{8}{15} \times \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \\ &= \frac{8 \times 4}{15 \times 3} \\ &= \frac{32}{45}. \end{aligned}$$

Vamos praticar!

1. Escreva a inversa das frações:

   (a) $\frac{2}{3}$

   (b) $\frac{5}{9}$

   (c) 7

   (d) $\frac{1}{8}$

2. Calcule

   (a) $\frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$

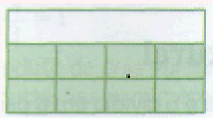
   (b) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

   (c) $\frac{8}{7} \div \frac{9}{2}$

   (d) $\frac{4}{9} \div \frac{6}{5}$

   (e) $\frac{6}{7} \div 9$

3. Qual é a divisão que a figura abaixo nos sugere? Qual é o resultado dessa divisão?



4. Efetue cada divisão em seu caderno, fazendo uma figura correspondente

   (a) $\frac{1}{4} \div 3$

   (b) $\frac{2}{5} \div 5$

   (c) $\frac{1}{2} \div 4$

   (d) $\frac{3}{8} \div 2$

   (e) $\frac{6}{7} \div 9$

5. Isabel dividiu sua horta retangular em 3 canteiros iguais. Em um desses canteiros, plantou couve em uma metade e, na outra, espinafre. Agora, responda às questões no caderno.

   (a) Que fração pode representar a parte da horta em que foram plantadas as verduras?

   (b) Represente por meio de uma figura e com uma fração a parte da horta em que fo: plantado o espinafre.

   (c) Represente por meio de uma divisão a parte da horta em que foi plantada a couve.

6. Leticia toma $\frac{1}{4}$ de litro de leite por dia. Quantos dias levará para beber $3\frac{1}{2}$ litros?

7. Tomei pela manhã a metade da água que continha em uma garrafa e pela tarde tomei a metade do que sobrou. Qual a fração do liquido que restou na garrafa?

8. Em uma garrafa de água cabem $\frac{3}{4}$ de litro. Quantos copos de $\frac{1}{4}$ de litro cabem nessa garrafa?

Vamos praticar – Mãos à obra!

Jogo: Dominó de frações.

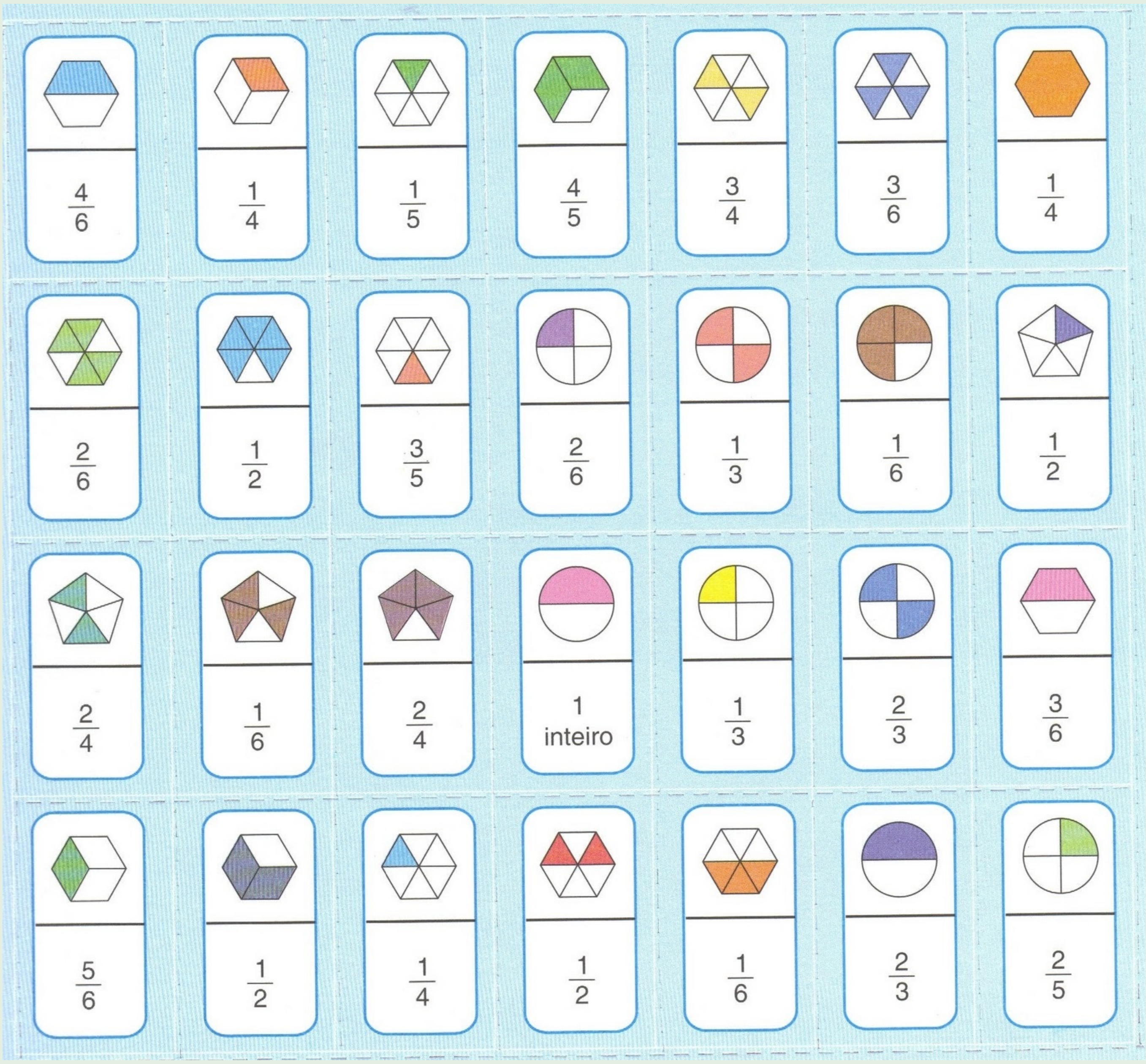
Esse jogo permitirá que relacionemos com mais facilidade as frações e suas representações na forma de figuras.

Como jogar: Encontre um amiguinho para ser seu oponente. Recorte as pecinhas do dominó que aparecem na página seguinte. Certifique-se de que você sabe qual é a fração que representa a área pintada em cada pecinha!

Regras

- As peças são colocadas sobre a mesa, viradas pra baixo e misturadas.
- Cada jogador pega cinco peças, enquanto as demais continuam viradas para baixo sobre a mesa.
- Decide-se quem começa o jogo, no par ou ímpar, por exemplo.
- O primeiro jogador escolhe uma de suas peças e a coloca virada para cima, sobre a mesa.
- O segundo jogador tenta colocar uma peça, em que uma das extremidades represente a mesma fração que está sendo representada em uma das extremidades da peça que já está sobre a mesa.
- Só pode ser jogada uma peça de cada vez.
- Na sua vez, o jogador que não tiver uma peça que possa ser encaixada, deve "comprar" outra peça no monte que está disponível sobre a mesa. O jogador deverá ir comprando até encontrar uma peça que encaixe, Se depois de comprar cinco peças ainda assim não conseguir uma peça adequada, o jogador deverá passar a vez.
- O vencedor é o primeiro jogador que ficar sem peças.

Peças para o jogo «Dominó de Frações»



Referências

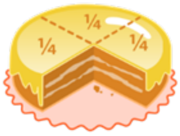
- BIGODE, A. L. *Projeto Velear: Matemática*. São Paulo: Scipione, 2012.
- DANTE, L. R. *Projeto Télaris: Matemática*. São Paulo: Ática, 2012.
- BIANCHINI, E. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2011.

Créditos das Imagens

As seguintes imagens foram retiradas de páginas da internet e um link para cada uma delas pode ser recuperado pelo endereço eletrônico http://tinyurl.com/<nome>, onde <nome> deve ser substituído pela nome que aparece abaixo de cada figura a seguir.

criancasnaescola

professorelousa

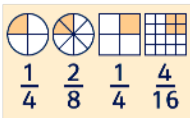


bolofracionado

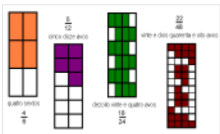
criancaselivros

meninocadeirante

maeefilhos



fracoesproprias



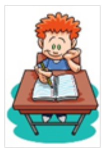
exemplosfracoes

tabelafracoes

seisoitavospizza

tirinhainfracao

oitooitavospizza

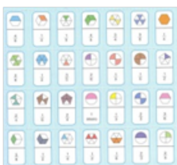


ruivoestudando

garotofracao

plat934

chocolatepedacos



dominofracoes