

Tarefa 3 (MA225Z) - Comparação de conteúdos de livros didáticos estrangeiros

GRUPO D

Daniel Vieira Franzolin – RA:074815
Lucas Miguel de Carvalho – RA: 094071
Lais Cardozo Xavier da Silva – RA: 141947

1º semestre de 2014

1 Introdução

O presente trabalho, resultado da proposta feita junto à disciplina **Análise de Materiais Didáticos (MA225)**, oferecida pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) no primeiro semestre de 2014, consiste na análise comparativa da abordagem dos temas “Características de uma função ” e “Função afim e função quadrática ” em comparação com a abordagem feita no Brasil. O livro estrangeiro comparado é o “Matemáticas - Opción B” em espanhol [Matematicas]. Os capítulos abordados na análise foram os capítulos 11 (página 165 a 182) e 12 (páginas 182 a 196). O livro Matemáticas consiste em duas opções escolhidas pelo aluno, Opção A ou B, sendo que a Opção B é direcionada para estudos mais aprofundados em matemática, e é essa Opção que escolhemos. O livro é direcionado para alunos do 1º ano do Ensino Médio.

1.1 Sobre o Ensino Médio

Os Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] são a “proposta” oficial do Governo Federal para a educação brasileira. Dentre tantos outros aspectos e diretrizes, constam no documento alguns trechos relevantes para a contextualização deste trabalho.

Esse documento destaca que as propostas apresentadas visam um “Ensino Médio que, sem ser profissionalizante, efetivamente propicie um aprendizado útil à vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação, julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa da escolaridade” [PCN, p. 4]. Há no conteúdo dos PCN um forte apelo para que os três últimos anos de ensino básico não mantenham seu caráter propedêutico atual, isto é, que não funcionem como um preparatório para outros níveis de ensino.

[PCN, p. 8, §1]

As modalidades exclusivamente pré-universitárias e exclusivamente profissionalizantes do Ensino Médio precisam ser superadas, de forma a garantir a pretendida universalidade desse nível de ensino, que igualmente contemple quem encerre no Ensino Médio sua formação escolar e quem se dirija a outras etapas de escolarização.

As orientações fornecidas pela PCN ajudam a verificar se realmente o conteúdo apresentado pelo livro Matemáticas, tomando como base o documento “Currículo do Estado de São Paulo para matemática e suas tecnologias”[CurrículoSP], pode ser abordado no Brasil ou se o conteúdo é colocado como uma opção que deve não deve ser abordada no Ensino Médio.

[CurrículoSP, p. 69]

1ª série do Ensino Médio - 2º bimestre

Conteúdos: Funções de primeiro e segundo graus

- (...)
- Compreender a construção do gráfico de funções de primeiro grau, sabendo caracterizar o crescimento, o decréscimo e a taxa de variação
- Compreender a construção do gráfico de funções de segundo grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decréscimo, os sinais da função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo).
- Saber utilizar em diferentes contextos as funções de primeiro e de segundo graus, explorando especialmente problemas de máximos e mínimos.
- (...)

Portanto, apesar da realidade das escolas públicas aparentemente ser diferente do esperado pelo Governo do Estado, a discussão sobre como o conteúdo é ensinado passa a ser relevante quando este é explicitamente mencionado em documentos como esse apresentado acima.

2 Metodologia de análise

A fim de comparar os conteúdos no livro Matemáticas em relação a abordagem do conteúdo no Brasil, houve uma divisão entre os integrantes onde demos prioridade ao conteúdo apresentado e os exercícios.

2.1 Comparação de conteúdo

Ao encontrar conteúdo comum ou diferente em ambas as abordagens, foram considerados os seguintes aspectos durante a análise:

- Verificar se o conteúdo é novidade ou não, e se sim, se ele é interessante ou desinteressante.
- Analisar o conteúdo segundo o currículo do Estado de São Paulo
- Verificar se o conteúdo apresentado no livro estrangeiro pode ser utilizado de modo integral, parcial ou nulo no currículo brasileiro.

2.2 Comparação de exercícios

Ao analisar os exercícios do livro estrangeiro em relação ao brasileiro, foram considerados os seguintes aspectos:

- Verificar se os exercícios apresentados estão presentes ou ausentes em relação ao conteúdo brasileiro.
- Verificar se algum exercício apresenta novidades.

3 Estrutura dos capítulos

A estrutura geral do capítulo se baseia em uma breve recordação do conteúdo, onde o mesmo será necessário para que seja possível aprender o conteúdo do capítulo. As matérias são espostas de forma similar aos materiais brasileiros tendo inicialmente o conteúdo, seguido por exemplos e por fim uma lista de exercícios que em nosso caso não tem mais de nove. No final do capítulo existe uma seção chamada “Ejercicios Y Problemas”, como o próprio nome explicita, esta parte contém exercícios separados por tema abordado no decorrer do capítulo.

Na primeira parte do capítulo tem existido o “Lo que debes recordar”, nesta se encontra uma breve sintetização dos pré-requisitos necessários ao aluno para poder aprender a matéria que está por vir. Esta parte serve também ao professor, para o mesmo se situar onde deve estar com a matéria e constatar possíveis falhas no aprendizado dos alunos.

Seguindo na estrutura do livro, existe o “Lo que vas a aprender”, estruturado em tópicos de forma sintetizada os conteúdos que serão abordados ao longo do capítulo. Acreditamos ser um aspecto positivo pois funciona como um índice mais próximo, e se o aluno já tem um conhecimento prévio de matemática pode verificar se o mesmo será estudado nesta unidade.

No final de cada seção existe uma dedicação para introduzir ao aluno o uso da ferramenta computacional. Nos capítulos estudados é introduzido o uso do software Derive, que amplia a visão do aluno de como as funções podem variar variando seus parâmetros.

Ao final de cada capítulo existe uma seção de exercícios. Os exercícios são divididos em fáceis, médios e difíceis. A classificação dos exercícios é feita através de um retângulo composto por três retângulos menores. Quando se pinta somente um retângulo menor, esse exercício é considerado fácil, dois retângulos, é considerado médio, e três retângulos é considerado difícil.

4 Capítulo 11 - Características de uma função

O capítulo é estruturado em seis seções que abordam o tema de características de uma função. Para caracterizar o conteúdo farei em duas partes, contendo na primeira os conteúdos presentes no livro e na grade curricular do ensino do estado de São Paulo.

Foi escolhido o currículo do estado de São Paulo para ser feita a análise em relação ao conteúdo analisado do material estrangeiro. Nesta grade curricular tem como tópicos a serem ensinados as funções do primeiro e segundo grau e crescimento exponencial. Estes são os que mais se relacionam com o capítulo que irei analisar.

A primeira diferença a se notar é que o material espanhol aborda de forma genérica as funções. Como o próprio título da a entender “Características de una función”, desta forma ele trata temas como domínio e imagem de uma função, continuidade, simetria, periodicidade, pontos de corte, crescimento e decréscimo, máximos e mínimos relativos e taxa de variação.

Este é um aspecto muito pertinente pois o aluno neste momento aprenderá ferramentas para analisar qualquer função independente do grau. É curioso se trabalhar assim pois no decorrer do capítulo existe exemplos/exercícios para se encontrar $\text{Dom}(f(x))$ e $\text{Im}(f(x))$ de funções exponenciais, trigonométricas, de 4º ou 5º graus, entre outras.

Agora serão feitos alguns destaques pertinentes para o ensino no Brasil. A definição de função contínua com é bastante interessante pois inclui conceitos que só serão trabalhados quando for aprendido limite, porém sem usar uma linguagem matemática carregada.

Una función es continua en un valor, $x = c$, de la variable independiente perteneciente al dominio si, al tomar valores de la variable muy próximos a c , sus imágenes están muy próximas a $f(c)$.

EMPLEO

En la gráfica puedes comprobar que, para valores próximos a $x = -2$, por ejemplo, las imágenes están próximas a $f(-2)$. Esto ocurre para cualquier valor de x , excepto para $x = 2$.

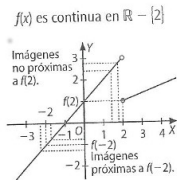


Figura 1: Continuidade. Livro Matemáticas página 168

Simetria é definida em termos de refletir o gráfico e torno dos eixos das abcissas e/ou coordenadas. Já a periodicidade, que particularmente não encontramos em materiais brasileiros de nível médio, é explicada como mostra a figura abaixo.

Una función es periódica de período T si la forma de la gráfica para los valores del intervalo $[0, T]$ es la misma que en $[T, 2T]$, $[2T, 3T]$, etcétera. Es decir:

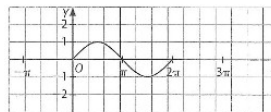
$$f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = f(x + 3T) = \dots$$

EMPLEO

Consideramos la función que relaciona cada valor de un ángulo expresado en radianes con su seno, es decir:

$$f(x) = \text{sen } x$$

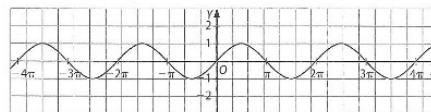
La siguiente gráfica representa la función para ángulos de entre 0 rad y 2π rad.



Recuerda que si a un ángulo, x , le sumamos una vuelta completa, es decir, 2π rad, las razones trigonométricas del nuevo ángulo coinciden con las de x ; por tanto:

$$\text{sen } x = \text{sen } (2\pi + x) = \text{sen } (4\pi + x) = \text{sen } (6\pi + x) = \dots$$

Además, $\text{sen } (-x) = -\text{sen } x$; por tanto, es impar y su representación gráfica es:



Es decir, la función $f(x) = \text{sen } x$ es periódica, de período 2π rad.

Figura 2: Simetria. Livro Matemáticas página 169

Quando ao conteúdo de pontos de cortes, crescimento e decrescimento é interessante que o autor utiliza gráficos de funções que dificilmente são vistas na ensino médio, porém como o foco dele é a observação do gráfico a forma algébrica fica de lado.

Para encerrar os conteúdos abordados que entram na grade curricular tem a taxa de variação média, apresenta como sendo:

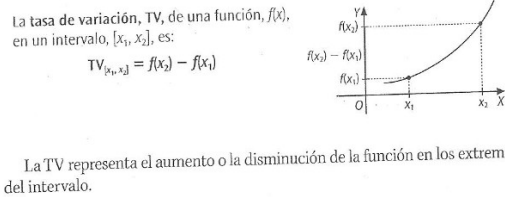


Figura 3: Taxa de variação. Livro Matemáticas página 176

Seguido pela taxa de variação no intervalo:

Si, en el caso del ejemplo anterior, calculamos la tasa de variación de la distancia de frenado en el intervalo $[60, 70]$, obtenemos lo siguiente:

$$TV_{[60, 70]} = d(70) - d(60) = \frac{70^2}{170} - \frac{60^2}{170} = 7,65$$

Observa que el aumento de la distancia de frenado es menor que en el caso anterior ($7,65 < 9,41$). Esto puede hacernos creer que la distancia de frenado aumenta cada vez menos a medida que se eleva la velocidad, lo que no es cierto. Para razonar de forma correcta, debemos calcular la tasa de variación relativa al aumento de velocidad que se ha producido.

La tasa de variación media, TVM, de una función, $f(x)$, en un intervalo, $[x_1, x_2]$, es:

$$TVM_{[x_1, x_2]} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

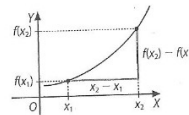


Figura 4: Taxa de variação. Livro Matemáticas página 176

Interessante que na parte final tem um exemplo que como que a taxa de variação media pode ser calculada errada (página 177, quadro em destaque do lado superior direito).

Partindo agora para o conteúdo que não está no programa do estado de São Paulo tem os assuntos sobre tendência de uma função, assíntotas verticais e horizontais. Que podem ser introduzidos parcialmente a partir dos conteúdos previamente estudados sendo necessário apenas a capacidade de abstração do aluno.

Segue um exemplo:

Consideremos la tabla de valores de la función $f(x) = x^2$:

x	$f(x) = x^2$
10	10^2
10^2	10^4
10^4	10^8
10^8	10^{16}

Fíjate en que los valores que toma la variable x son cada vez mayores; de hecho, vamos a considerar que puede tomar un valor tan grande como se quiera. Esto se expresa diciendo que x tiende a infinito, y se representa del siguiente modo:

$$x \rightarrow \infty$$

Los valores correspondientes de la variable $f(x)$ también se van haciendo cada vez mayores. Además, cualquier valor de $f(x)$, por muy grande que sea, es imagen de algún valor de x .

Esto se expresa diciendo que $f(x)$ tiende a infinito, y se escribe así:

$$\text{Si } x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$$

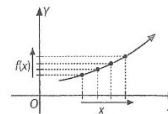


Figura 5: Tendência de uma função. Livro Matemáticas página 172

4.1 Exercícios

Para a caracterização dos exercícios, iremos comparar a metodologia utilizada com a do livro, diferenciando basicamente a classificação dos mesmos.

No livro Matemáticas, os exercícios do capítulo 11 são distribuídos segundo a tabela abaixo:

[Matemáticas]	Fáceis	Médios	Difíceis	Totais
Atividades	17	8	3	28
Você entendeu?	5	8	1	14
Exercícios e Problemas	14	7	2	23
O que voce aprendeu?				7
Totais	36	23	6	72

Segundo a nossa metodologia, os exercícios são classificados como descritos na tabela abaixo:

	Presentes	Ausentes	Totais
Atividades	18	24	42
Você entendeu?	1	6	7
Exercícios e Problemas	11	12	23
Totais	30	42	72

Um exemplo de exercício presente seria:

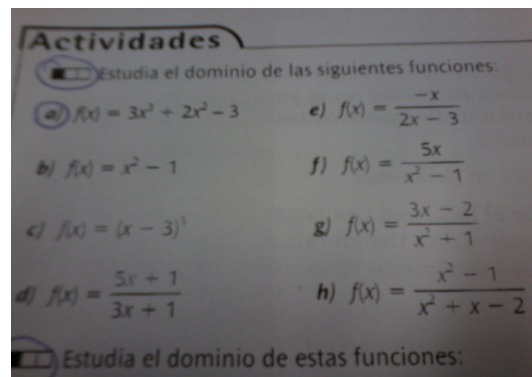


Figura 6: Exercício presente do Capítulo 11. Página 171.

Um exemplo de exercício ausente seria:

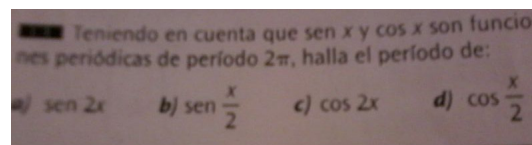


Figura 7: Exercício ausente do Capítulo 11. Página 172.

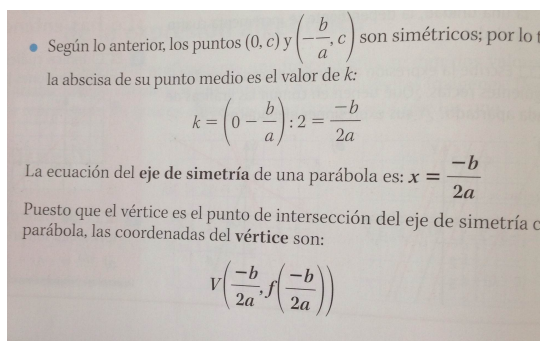
5 Capítulo 12 - Função afim e função quadrática

O capítulo é estruturado em 5 seções. Primeiramente o capítulo faz uma introdução as funções apresentando a história de Galileu Galilei e suas contribuições de fenômenos expressos por funções quadráticas (página 182).

Uma diferença para o conteúdo brasileiro já está presente na parte de recordação do capítulo (página 183). Segundo os autores, para voce conseguir acompanhar o capítulo, voce deve saber translação de vetores, algo não abordado no ensino médio brasileiro.

Das cinco seções do capítulo, a Seção 1, que estuda funções afins (página 184), e a Seção 5, que estuda funções definidas por intervalo (página 192), possuem explicação semelhante ao abordado no conteúdo brasileiro. As demais seções já apresentam alguma diferença.

A Seção 2, na página 184, que aborda o tema de funções quadráticas, apresenta como diferença o uso do Δ em sua explicação. No livro Matemáticas, os autores explicam como calcular o valor do vértice de uma parábola apenas usando simetria (Figura 8), como introduzido no capítulo 11, já no Brasil, o vértice é introduzido com a monenclatura em função do Δ . De modo geral, o uso do Δ facilita a notação e pode ser utilizada em outros assuntos, como na Seção 3, assim, o uso dessa seção seria parcial no currículo brasileiro.



• Según lo anterior, los puntos $(0, c)$ y $\left(-\frac{b}{a}, c\right)$ son simétricos; por lo tanto, la abscisa de su punto medio es el valor de k :

$$k = \left(0 - \frac{b}{a}\right) : 2 = \frac{-b}{2a}$$

La ecuación del eje de simetría de una parábola es: $x = \frac{-b}{2a}$

Puesto que el vértice es el punto de intersección del eje de simetría con la parábola, las coordenadas del vértice son:

$$V\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

Figura 8

Na Seção 3, na página 188, que aborda o tema de gráficos de uma função de segundo grau, a parte do conteúdo que é díspar é a análise da posição da parábola sem o uso do Δ (Figura 9), apenas usando intervalos de crescimento e decrescimento de uma função. Já em currículos nacionais, essa análise é feita com o auxílio do Δ (Figura 10). Consideraria este conteúdo de uso parcial em um currículo nacional.

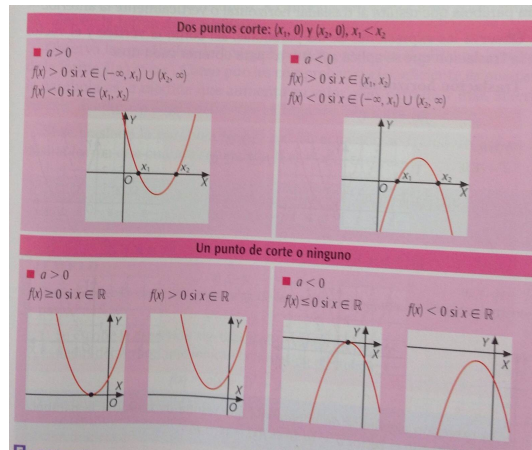


Figura 9

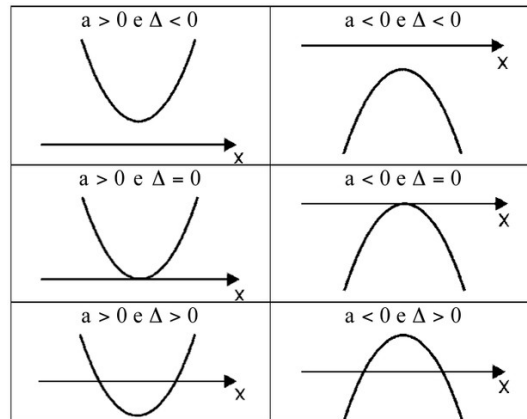


Figura 10

Na Seção 4, na página 190, que introduz o assunto de translação de parábola, tem como diferenças quase toda a seção. Em um currículo nacional, translação de parábola não é vista por ensinos públicos, somente privados, e no final do currículo escolar (3ano do ensino médio). Na seção, os autores introduzem translação vertical (Figura 11), translação horizontal (Figura 12) e translação vertical e horizontal (Figura 13) utilizando translação de vetores. Os exercícios compostos deste assunto nesta seção são bem básicos, apenas comparação com a fórmula original. Se anteriormente o uso da translação for abordado no currículo nacional, podemos utilizar o conteúdo da seção de forma parcial, com exercícios melhores.

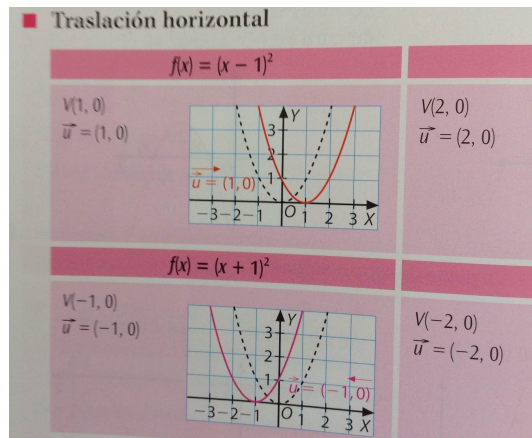


Figura 11

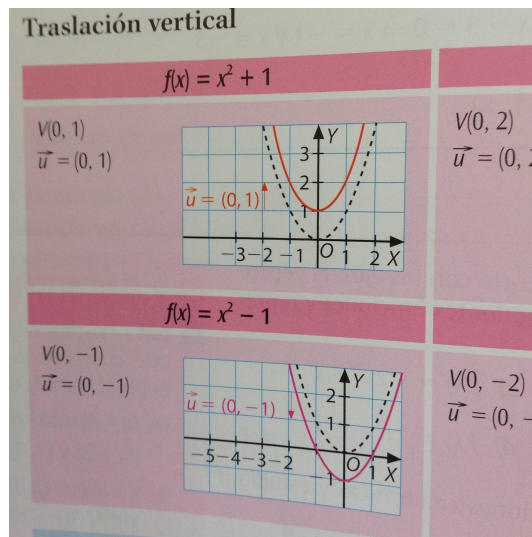


Figura 12

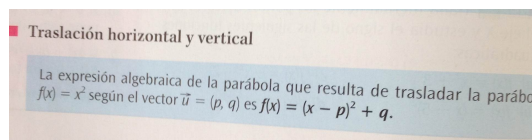


Figura 13

A seção do Derive, na página 192, mostra como o aluno pode observar várias funções de segundo grau ao mesmo tempo, apenas variando seu coeficiente da translação horizontal ou vertical (Figura 14). Esse nível de amostragem não consta no currículo nacional, e seria muito viável a adoção do mesmo.

O Derive tem como dados de entrada quatro valores em um vetor da forma $(f(x,k), k, a, b)$, onde $f(x,k)$ é a função que depende do parâmetro k , neste caso uma parábola transladada, o intervalo $[a, b]$, para que se possa variar o valor de k . Segue os exemplos abaixo.

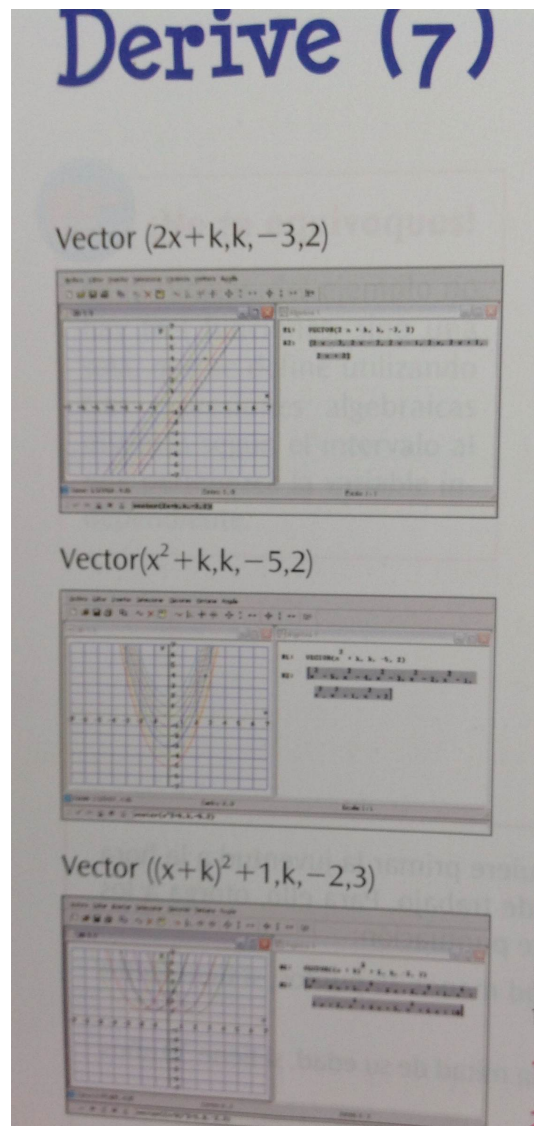


Figura 14

5.1 Exercícios

Para a caracterização dos exercícios, iremos comparar a metodologia utilizada com a do livro, diferenciando basicamente a classificação dos mesmos.

No livro Matemáticas, os exercícios do capítulo 12 são distribuídos segundo a tabela abaixo:

[Matemáticas]	Fáceis	Médios	Difíceis	Totais
Atividades	16	5	1	22
Você entendeu?	6	4	0	10
Exercícios e Problemas	19	9	3	31
O que voce aprendeu?				9
Totais	41	18	4	63

Segundo a nossa metodologia, os exercícios são classificados como descritos na tabela abaixo:

	Presentes	Ausentes	Totais
Atividades	18	4	22
Você entendeu?	6	4	10
Exercícios e Problemas	22	9	31
Totais	46	17	63

Um exemplo de exercício presente seria:

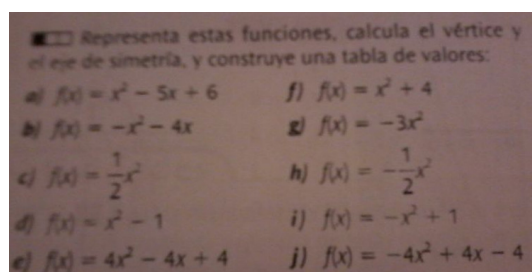


Figura 15: Exercício presente do Capítulo 11. Página 190.

Um exemplo de exercício ausente seria:

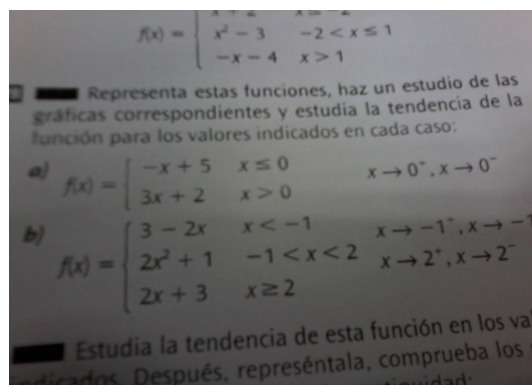


Figura 16: Exercício presente do Capítulo 11. Página 196.

6 Conclusão

Concluimos que o conteúdo do livro pode ser usado parcialmente pois, o mesmo não se adequa em sua totalidade a grade curricular do estado de São Paulo (matriz analisada). Alguns conteúdos inadequados são: assíntotas horizontais e verticais, tendência de função (este seria uma breve introdução a limite) e translações de parábolas.

Como os conteúdos de funções de primeiro e segundo graus já foram abordados pelos materiais dos anos anteriores, o livro didático trabalha de formas mais amplas o tema de funções dando até um ferramental para análise de funções em geral (o Derive), e isso contribui bastante para que o aluno consiga fazer análise de gráficos complexos ou não.

Referências

- [CurrículoSP] São Paulo (Estado). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*. São Paulo: Secretaria de Educação, 2011. <http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf> (Último acesso em 12/04/2014).
- [Matematicas] Silvia Mateo and Belén García. *Matemática - 4º ano - Opción B*. Oxford, 2009.
- [PCN] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> (Último acesso em 12/04/2014).