UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
IMECC- INSTITUTO DE MATEMÁTICA,
ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA
MA225 - ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA

Análise do livro Matemática Aula por Aula -2^a série

Grupo D:
Lucas Miguel
Camila Tasseli
Lucas Oliveira

28 de Março de 2014
CAMPINAS - SP

Contents

1 Introdução

Esta analise tem como objetivo um exame crítico dos materiais didáticos do ensino regular no Brasil, verificando sua adequação a linguagem, conteúdo desenvolvido, exercícios, etc.

Para esta análise discutimos sobre o primeiro capítulo do livro, intitulado "Retomando progressões", dos autores Claudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho, da coleção "Matemática aula por aula. 2^a série."

O capítulo "Retomando progressões" é dividido em três seções: sequência ou sucessão, progressões aritméticas e progressões geométricas. Assim analisamos cada seção separadamente, destacando seus pontos positivos e negativos com relação ao conteúdo e os exercícios.

Há de se destacar que esta análise compõe a disciplina MA225 – Análise de livros didáticos, assim toda a crítica composta nesta analise foi levantada após estudos, discussões e leituras sobre o tema.

2 Metodologia

Cada integrante do grupo ficou responsável por analisar um aspecto, e cada um analisou levando em conta as seguintes características:

1. Abordagem de conteúdo:
   - Verificar se há algum erro conceitual
   - Verificar se o conteúdo está condizente com a série.
   - Verificar se o conteúdo está dentro das especificações do PCN 2011.
   - Verificar se os aspectos visuais estão bem elaborados.
2. Complementação de conteúdo:
   - Verificar se as premissas e/ou exemplos utilizados como introdução ao assunto estudado tem fundamento com o que é descrito sobre o tal e se poderiam ser melhorados.
   - Verificar se poderia haver melhora em possíveis exercícios utilizados como exemplos.
   - Verificar se houve omissão de algum assunto interessante ao ambiente do assunto abordado que faça diferença na concepção do assunto pelo aluno.
3. Análise de exercícios

   Obs: Para a análise deste capítulo do livro didático trataremos de 'exercícios' todos os meios que o autor desenvolve para a compreensão do conteúdo apresentado, tais como questões, pesquisas, proposta de seminários, passeios pedagógicos, cinema, teatro, entre outros.

   Assim desenvolvemos alguns critérios a serem observados nos livros didáticos para análise:
   - Elaboração: Analisaremos se os exercícios condizem com a teoria desenvolvida no livro didático e com a faixa etária dos alunos cujo livro é destinado;
   - Objetividade: Neste item discutiremos os objetivos apresentados nos exercícios, tais como a mecanização do conteúdo, a demonstração de determinado resultado, a construção de gráficos, a elaboração de figuras geométricas, multidisciplinaridade entre conteúdos, etc;
   - Diversidade de exercícios propostos;
   - Conexão com o cotidiano do aluno.

3 Análise

Nesta seção será discutida a análise do livro em questão segundo a metodologia proposta.

3.1 Estrutura dos capítulos

Ao analisar o livro, percebemos que este possui um padrão entre os capítulos 2 e 3. Abaixo segue a ordem de conteúdos nos dois capítulos:

- Definição
- Classificação.
- Dedução da fórmula do termo geral.
- Propriedades.
- Dedução da fórmula de soma dos termos (no capítulo de progressão geométrica também há a dedução da fórmula do produto dos termos).

Há também outros conceitos abordados (que veremos futuramente), porem esses são os que estão presente em ambos os capítulos. Além disso, No capítulo de P.A. há uma seção do tipo "Desenvolva competências e amplie o conhecimento", e no capítulo de P.G. não há.

No que se diz respeito aos exercícios, além dos exercícios propostos e resolvidos, os capítulos apresentas seções que teoricamente estimulariam o aluno a pesquisar ("Pesquise mais sobre o assunto"), a correlacionar o assunto estudado com outros temas do cotidiano ("Desenvolva competências e amplie o seu conhecimento") e criatividade ("Saiba um pouco mais" e "Desenvolva a criatividade").

O capítulo "Retomando progressões" se inicia com um texto relacionando música e sequências numéricas, e neste texto encontramos uma seção "Pesquise mais o assunto" que propõe a escrita de uma redação cujo tema é "Todas as coisas são números" e, para a escrita desta redação é proposta uma pesquisa sobre a escola pitagórica e as descobertas dos pitagóricos no campo da música e das sequências numéricas. Para a introdução a progressões creio que a elaboração de uma redação correlacionando um assunto do cotidiano do aluno com o conteúdo a ser desenvolvido é uma boa idéia. Um aspecto a se destacar é a apresentação de fontes para a pesquisa, porém apresenta somente referências de livros e, com alunos cada vez mais conectados, necessitaria de alguma fonte digital de pesquisa.

3.2 Capítulo 1. Sequência ou sucessão

Este capítulo é destinado apenas ao conceito de sequências, e poderia ter sido mais explorado, pois são apenas duas páginas (contando com exercícios). Primeiramente é dado um exemplo de sequência sem nenhuma formalização, para introduzir a linguagem. Logo após, Os autores tentam dar uma definição de sequência, que ficou muito superficial: "A palavra 'sequência' sugere a ideia de ..." [*página 12, linha 7 de baixo para cima*]. Um ponto positivo é que nesta definição é apresentada a notação de sequências.

Nesta explicação ele não mostra ao aluno como é representada uma sequência finita ou inifinita. Seria necessário colocar essa representação, pois do modo apresentado logo abaixo desta definição, existe alguns exemplos de sequências, e esses exemplos poderiam ser caracterizados como:

Exemplos:

- Sequência finita: (1,5,9,13) ou ($\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$, 4)
- Sequencia infinita: (-8,-6,-4,...)"

Assim, o aluno logo veria o significado do símbolo de reticências no final da sequência, simbolizando sua infinitez.

Neste capítulo também há uma seção sobre o termo geral de uma sequência, mas, não explica nada sobre o que é o termo geral. Há apenas uma frase que não acrescenta nada em termos de aprendizagem de sequências: "O estudo das sequências e de sua lei de formação é de especial interesse para a Matemática." [*página 13, linha 2*]. Então dá um exemplo de sequência dizendo qual é a expressão do termo geral. Seria útil se os autores mostrassem como obter um termo geral de uma sequência, ou se ele dissesse que o exemplo apresentado era para termos que dependem de sua ordem (a_n em função de n).

Os exercícios dessa seção são pobres em enunciado com o objetivo de mecanização de conteúdo e pouco contextualizados. Um exemplo a se destacar é o exercício número 4 da página 13:

(FGV-SP) A sequência definida abaixo por recorrência:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_n = a_n - 1 + a_n - 2 \text{ para } n \geq 3$$

É chamada de sequência de Fibonacci. A média aritmética dos 5 primeiros termos desta sequência vale:

(a) 2,1
(b) 2,2
(c) 2,3
(d) 2,4
(e) 2,5
Que mostra uma sequência bem famosa no mundo da matemática, porém sem contextualização alguma.

Considerações finais

A parte introdutória de sequência deveria ser toda alterada. Primeiramente seria importante dizer uma definição mais formal para sequência, como sugerida pelo Elon:

Uma sequencia é uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais (sequência infinita) ou o conjunto dos n primeiros números naturais (sequência finita, com n elementos)."

Poderia ser feito um diagrama de funções explicando que o termo da sequencia em sí é a imagem, nos números Reais, do termo da função (a_1, a_2, a_3 .... a_n), e em seguida, fornecer exemplos de sequencias finitas e infinitas.

Logo após, seria necessário uma introdução a fórmulas de recorrência e sobre o termo da sequência dependendo da sua ordem. Sobre a fórmula de recorrência, pode-se dizer que seus termos são determinados quando:

1. Se conhece algum do termos iniciais da sequencia, como a_0 ou a_1.
2. Se conhece a relação entre dois termos consecutivos (a_n e a_{n+1}) ou (a_{n-1} e a_n).

Não necessariamente a relação precisa ser entre dois termos consecutivos, o próximo termo de uma sequência pode depender de um ou mais termos anteriores. E, sucessivamente a essa explicação, seria necessário colocar alguns exemplos, como:

Exemplo fórmula de recorrência:

1. $a_1 = 3$ e $a_{n+1} = a_{n+4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

- $n = 1 \rightarrow a_2 = a_1 + 4 = 3 + 4 = 7$
- $n = 2 \rightarrow a_3 = a_2 + 4 = 7 + 4 = 11$
- Sequência: (3,7,11 ...)

Exemplo termo em função de sua ordem (a_n em função de n)

1. $a_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

- $n = 1 \rightarrow a_1 = 2.1 - 1 = 1$
- $n = 2 \rightarrow a_2 = 2.2 - 1 = 3$
- Sequência: (1,3,...)

Essa parte introdutória de fórmula de recorrência deveria ser fornecida pelos autores pois na página 13 em "Elabores as resoluções", no exemplo 4, eles citam o uso da formula da recorrência segundo Fibonacci.

No geral, o capítulo é muito curto, poderia haver um maior aprofundamento, levando em conta que são alunos do 2° ano do ensino médio. Com relação aos símbolos, estão bem empregados. As definições deixaram a desejar como já foi dito antes, e o próprio PCN, em seus objetivos relacionados à aprendizagem matemática propõe ao aluno "compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral", e a falta de definições pode contribuir para o não cumprimento deste objetivo, dentre outros. No capítulo não há nenhum erro conceitual, porém o livro "peca pela omissão". Com relação aos recursos gráficos, os conceitos mais importantes estão destacados, e além disso, os autores usam cores diferentes para diferenciar exercícios resolvidos de exercícios propostos.

3.3 Capítulo 2. Progressão Aritmética

Este capítulo começa também com um exemplo introdutório, que já apresenta a definição de P.A. o exemplo é bem explicado, a progressão é calculada passo a passo [*página 14, linha 4 após a figura*]

Na página 14, logo após o exemplo da PA(2,5,8,11...), a definição de P.A. é dada de forma simples, sem símbolos, e apresenta notação bem definida. Além disso, Os autores já apresenta um método de determinar a razão ($r = a_n - a_{n-1}$).

Os autores fazem uma definição puramente linguística de uma progressão aritmética, onde faltou um pouco mais de rigor matemático. Ela poderia ser definida como:

Definição (Sequência): Uma sequência é chamada de progressão aritmética (P.A) se, e somente se, a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o seu termo precedente é contante, isto é,

$$a_n - a_{n-1} = r \quad (\forall n, n \geq 2)$$

A constante r é chamada de razão da P.A.

Sequencialmente teria uma definição dos tipos de progressões aritméticas, como colocadas no início da página 15.

Na página 15, temos a classificação de uma P.A., dada também de forma simples e direta, com exemplos.

Os autores "constroem" junto com o aluno, o termo geral de uma P.A., $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$ (também na página 15) e isso é algo muito interessante, pois assim os alunos sabem como chegou até aquela fórmula. Também fala de um termo escrito em função de outro termo anterior, [*página 16, segundo quadro*]

Se por acaso os autores achassem necessário, uma prova mais completa, por exemplo via indução, poderia ser explicitada. O fato aqui se diz a respeito da forma apresentada do termo geral logo no início da pagina 16, faltou o rigor matemático de dizer que o termo vale para todo $n \geq 1$.

O livro apresenta sua própria notação para casos particulares de uma P.A. [*página 19, após o quadro "Desenvolva competências e amplie o conhecimento"*] e mostra ao aluno quais são essas notações. Isso é bom pois quando o aluno ver uma notação do tipo que está descrito, já saberá do que se trata.

Ao fim da página 22, temos a interpolação aritmética. Nesta seção, Os autores vão inserindo conceitos aos poucos, primeiro falando dos termos *extremos* e *meios*, dando exemplos, e então explicam interpolação com uma definição bem simples, mas que não fica muito clara enquanto não passamos para o exemplo. Acredito que neste momento caberia um quadro "extra" para os interessados pensarem à respeito em casa, propondo, por exemplo:

"como seria a interpolar seis meios aritméticos onde os extremos são a_1 e a_8? Como ficaria a P.A?"

Na página 23 os autores introduzem “Propriedade de uma P.A”, que estão definidas de forma breve, porém bem exemplificadas. Nessa parte, poderia ter uma introdução mais formal a “Termos equidistantes do extremo”, que é uma parte importantíssima em P.A. Ele poderia ter sido colocado da forma:

Termos equidistantes dos extremos

Numa sequência finita (a_1, a_2,..., a_{n-2}, a_{n-1}, a_n), dois termos dados a_p e a_q são ditos equidistantes dos extremos se, e somente se, p+q=1+n.

Assim, por exemplo, em (a_1, a_2, a_3,..., a_{99}, a_{100}) são termos equidistantes dos extremos os seguintes pares: a_2 e a_{99}, a_3 e a_{98}, a_4 e a_{97}, etc.

Em toda progressão aritmética, a soma de dois termos quaisquer equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \cdots$$

Justificativa:

$$\begin{aligned} p + q &= 1 + n \\ a_p + a_q &= a_1 + (p-1).r + a_1 + (q-1).r \\ &= a_1 + a_1 + r.(p+q-2) \\ &= a_1 + a_1 + r.(n-1) \\ &= a_1 + a_n \end{aligned}$$

Neste momento também caberia um quadro "extra" questionando o porque "considerando três termos consecutivos, o termo do meio é a média aritmética dos outros dois" destinado aos alunos que queiram pensar sobre o assunto em casa.

Seria conveniente de se colocar um exemplo de termo médio onde você se utiliza da definição descrita na página 19 na parte "Representação pratica dos termos de uma P.A". O exercício poderia levar o aluno a usar a propriedade de termo médio em exercícios mais usuais. Como. por exemplo, refazer o exercício número 5 da página 17 usando as novas propriedades descritas de termo médio.

Então, por fim, temos a soma dos termos de uma P.A. $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}$ [*fim da página 24*] Eles "constroem" junto com os alunos, a fórmula da soma, usando uma propriedade vista anteriormente. É algo que induz os alunos a pensarem um pouco mais (vai além do mecanismo de decorar fórmula e resolver exercícios), e também dá uma explicação de onde surgiu essa fórmula, tornando-a mais simples aos olhos dos alunos. O processo de dedução em sala de aula pode ser algo monótono para alguns, mas é algo importante de ser passado aos alunos.

Na seção sobre progressões aritméticas são apresentadas nas páginas 19 e 21 duas seções de "Desenvolva competências e amplie o seu conhecimento" que relaciona sequências a fenômenos físicos e sociais, respectivamente. Ambas as seções são boas, pois antes de apresentar os problemas, ela contextualiza o aluno com um curto texto e correlaciona muito bem a física, o cotidiano do aluno e a matemática. Antecipadamente, vale destacar a ausência de mais seções como essas nos demais temas do capítulo, como por exemplo, um crescimento populacional de alguns animais e a soma dos termos de uma PG, o decaimento radioativo de um elemento químico e os termos de uma PG, entre outros.

Há também um certo equívoco dos autores em resolver alguns exercícios mais interessantes, sem citar pontos teóricos essenciais e muito importantes. Podemos citar o exercício resolvido número 3 da página 17:

Considerar a sequência (1, 3, 5, 7, ...) e:

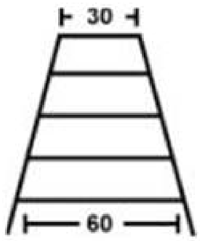
(a)Encontrar seu termo geral
(b)Esboçar o gráfico cartesiano dessa sequência

Apesar do exercício ser objetivo e sem contextualização, há de se observar que se trata de um exemplo poderoso, que relaciona progressões aritmética e funções afins. Os autores não exploram tal relação, nem citam o crescimento ou decrescimento linear da progressão, eles simplesmente resolvem o exercício. Também não há qualquer exercício proposto ao aluno que estabeleça algumas das várias relações existentes entre as progressões aritméticas e outros conteúdos matemáticos.

Há de se destacar também a ausência em citar que a sequência numérica explorada é uma progressão aritmética, assim uma possível, e valida sequência, para este exercício poderia ser $(1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, \cdots)$

Porém, há um exercício a se destacar nesta seção. É o exercício número 45 da página 27:

(ENEM) Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 5 degraus, de forma que o mais baixo e o mais alto tenham larguras respectivamente iguais a 60cm e a 30cm, conforme figura.



Os degraus serão obtidos cortando-se uma peça linear de madeira cujo comprimento mínimo, em cm, deve ser: (a) 144
(b) 180
(c) 210
(d) 225
(e)240

Temos aí um dos poucos exercícios propostos que é bem elaborado e representa um certo desafio ao aluno ou professor, pois espera-se que ambos utilizem conceitos de progressões aritméticas e juntamente com as propriedades geométricas, como semelhança de triângulos.

Para este capítulo, temos um total de 42 exercícios, que são, em sua ampla maioria, exercícios mecanizados, com enunciados objetivos e sem contextualização. Há poucos exercícios que se destacam, por um enunciado mais completo e contextualizado.

Considerações finais

No geral o capítulo apresentou mais definições do que o anterior, e exemplos bem explicados, e aplicações concretas com dados reais nas seções "Desenvolva competências e amplie o conhecimento". Os conceitos não possuem erros, e o conteúdo abordado está dentro das especificações do PCN, porém a forma com que são abordados não está muito de acordo, pois o PCN tem como um de seus objetivos, que o aluno saiba interpretar e usar símbolos matemáticos, e o livro didático não faz uso desses símbolos. Assim como no capítulo anterior, os recursos gráficos foram bem empregados, seguindo o mesmo padrão de destaque.

3.4 Capítulo 3. Progressão geométrica

O capítulo, assim como os anteriores, começa com um exemplo introdutório, com uma situação real, e já apresenta a definição de P.G. de forma simples e direta, com a notação, dá alguns exemplos e apresenta um método para encontrar a razão ($r = \dfrac{a_n}{a_{n-1}}$) (seguindo o mesmo padrão do capítulo 2).

Os autores não fazem uma definição rigosoamente matemática para a progressão geométrica (P.G). No quinto parágrafo em "Progressão Geométrica (P.G) é toda sequência..." , poderia ter sido aboradado a definição mais rigorosa, como :

Definição (Progressão Geométrica): Uma sequência é chamada de progressão geométrica (P.G) se, e somente se, cada termo, a partir do segundo, for igual ao produto do seu antecessor por uma constante q, isto é,

$$a_n = a_{n-1} \cdot q (\forall n, n \geq 2)$$

A constante q é chamada razão da P.G.

Ao longo da página 29, temos a classificação da P.G. Esta é dada de forma direta, como por exemplo:

1° caso: $q > 1$
a) $a_1 > 0 \Rightarrow a_{n+1} > a_n \longrightarrow$ P.G. crescente

Exemplo:$(1, 2, 4, 8, \cdots)$ onde $q = 2$

No total são 6 casos diferentes, contando com os itens, e acaba sendo algo para o aluno decorar. Seria interessante em pleo menos alguns dos casos, fazer uma breve demonstração do porque a P.G. é classificada daquela maneira.

A dedução da fórmula do termo geral de uma P.G. ($a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$) acontece nos mesmos padrões do capítulo anterior, mas rigorosamente ele esqueceu de citar que a fórmula do termo geral vale para $n \geq 1$. Também dá a fórmula de um termo com relação a outro termo anterior [*página 31, após execícios*]. Como já foi dito antes, é interessante para exercitar o pensamento do aluno, e para mostrar de onde vem a fórmula.

O livro apresenta uma representação para o caso de P.G. de 3 termos [*página 34, após exercícios*], o que pode auxiliar os alunos em exercícios com esse tipo de progressão. Porém, em P.A ele representou para três, quatro e cinco termos [*página 19, "Representação prática dos termos de uma P.A"*]. Nesta parte, os autores deveriam ter intitulado "*Representação prática dos termos de uma P.G*" e, citado as mesmas formas como na P.A. Um exemplo seria:

Existem várias situações em que as seguintes representações de P.G, podem simplificar eventuais cálculos:

- a) com 3 termos: $(x/q, x, x.q) \to$ razão=q
- b) com 5 termos: $(x/q^2, x/q, x, x.q, x.q^2) \to$ razão=q
- c) com 4 termos: $(x/q^3, x/q, x.q, x.q^3) \to$ razao=q^2

As propriedades de P.G [*início da página 35*] são apresentadas com um exemplo introdutório, passando então para o caso geral. Os exemplos são bem definidos e explicados. Mas nessa parte poderia ter a seção "extra" destinada aos alunos que querem saber mais, questionando "como chegar à fórmula dada na propriedade".

Os autores dão a definição de somatório ($\sum$) de forma simples, mas dizendo sua funcionalidade, explicando sua notação e dando exemplos. Foram utilizados símbolos já conhecidos além de $\sum$. Esse conceito foi inserido para poder facilitar a notação e manipulação de termos na parte de "Soma dos termos de uma P.G.", porém, o somatório não foi sequer mencionado nas próximas seções, tornando assim um conceito desnecessário para o momento. Nesta seção sobre a soma dos termos de uma P.G.($S_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$) [*página 36, após exercícios*], é dado um exemplo concreto, e então passa-se para a forma geral, deduzindo a fórmula junto com os alunos (assim como no capítulo anterior). Neste momento, se fosse usado o somatório, a dedução ficaria mais limpa e seria uma prática do conceito para ser usado em momentos futuros, quando necessário.

Então é mencionada a soma de termos da P.G. infinita ($S = \dfrac{a_1}{1 - q}$), com exemplo de dizimas periódicas. Neste momento, o livro faz uma "dedução" da fórmula, mas usa de um artifício que não é conhecido aos alunos de 2° ano de ensino médio. Veja a seguir:

Quando $-1 < q < 1$ e quando n tende a infinito ($n \to \infty$), a expressão q^n tende a zero ($q^n \to 0$)

Alunos desta série não estão familiarizados com esse tipo de notação, e nem com esse pensamento (de tender a infinito). Neste caso, o professor teria de dar um suporte a explicação do livro. Para melhorar essa explicação, os autores poderiam ter melhorado explicação sobre a expressão “tender a um número” da forma:

Soma dos termos de uma P.G infinita

Imaginemos a função $f(x) = 1/x$, o que acontece com o valor da função quando aumentamos muito o valor de x? veja na tabela abaixo:

x	f(x)
1	1
10	0.1
1000	0.001
100.000	0.00001
$\vdots$	$\vdots$

Pode notar-se que quanto mais aumentamos o numero x, mais $f(x)$ se aproxima para zero. Essa forma de se aproximar de um número na matemática se chama tender, logo teríamos que logo teríamos que $f(x)$ tende a zero ($f(x) \to 0$) quando x tende ao infinito ($n \to \infty$).

Logo na expressão da fórmula de P.G finita quando o termo n tende ao infinito ($n \to \infty$), temos que q^n tende a 0 ($q^n \to 0$).

Na página 41, após os exercícios, é deduzida a fórmula do produto dos termos de uma P.G. limitada. É muito interessante deduzir com os alunos, pois neste caso é algo totalmente coerente com a série dos alunos. Mas, os autores esqueceram, se for levar em consideração o rigor matemático da prova, na explicitação da fórmula do produtório dos n termos de uma P.G, que ela é valida para $n \geq 1$.

Por fim, temos um exemplo de aplicação que envolvem P.A. e P.G. Para resolver é necessário usar as propriedades de ambas. É importante propor esse tipo de exemplo, pois os alunos irão utilizar o que foi visto nos três capítulos anteriores.

Nesta seção, há também um certo equivoco dos autores em resolverem os exemplos mais interessantes, sem dar uma atenção especial a detalhes importantes, como podemos ver no exercício resolvido número 3 da página 32:

Em decorrência de um ato de vandalismo, uma reserva florestal sofreu um processo de queimada. Na 1^a hora teve 1 km^2 de mata queimada, na 2^a hora, 2 km^2, na 3^a hora, 4 km^2, e assim por diante. (a) Escreva a sequência e a fórmula do termo geral. (b) Fazer a representação gráfica dessa sequência

---

Apesar do exercício ser objetivo e com pouca contextualização, há de se observar que se trata de um ótimo exemplo, que relaciona progressões geométricas e funções exponenciais. Os autores não exploram tal relação, não há uma abordagem teórica sobre os assuntos, eles simplesmente resolvem o exercício. Também não há qualquer exercício proposto ao aluno que estabeleça a relação entre progressão geométrica e o cotidiano do aluno.

Existe também neste exemplo o que julgamos como uma falsa contextualização, ou seja, há certa contextualização, porém o aluno consegue compreender, assim como um exercício mecanizado e sem contextualização, a presença das progressões geométricas. Seria interessante propor o exercício sem citar os termos “sequência”, “fórmula do termo geral”, etc.

Outro ponto importante é apresentado na solução do exercício número 1 da página 39, que se trata de uma soma de termos de uma PG infinita. Para a resolução o autor utiliza a seguinte notação:

Se $S_n = a_1.\dfrac{q^n - 1}{q-1}$, temos $\lim_{n\to\infty} S_n = \dfrac{a_1}{1-q}$

O que pode causar desconforto ao aluno, pois em momento algum o autor apresenta o conceito de limite ao longo do capítulo, somente uma introdução teórica bem confusa.

Finalizando o capítulo, temos um total de 53 exercícios, onde podemos separá-los em duas categorias: os não contextualizados e os com uma falsa contextualização. Todos os exercícios têm como objetivo mecanizar a aprendizagem e nenhum deles estabelecem alguma conexão entre as progressões geométricas e outros temas, como a geometria e o cotidiano do aluno.

Considerações finais

Os autores não aborda nesta subseção, assuntos interessantes e importantes, como abordados na subseção da P.A. O autor, por exemplo, poderia ter citado o significado e o uso dos termos equidistantes ao extremo, da seguinte forma:

Soma dos termos de uma P.G infinita

Em toda progressão geométrica, o produto de dois termos quaisquer equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

$$a_1.a_n = a_2.a_{n-1} = a_3.a_{n-2} = \cdots$$

Justificativa:
Sendo $a_n = a_1 \cdot q^{k-1}$ e $a_p = a_1.q^{p-1}$ termos equidistantes dos extremos a_1 e $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, tem-se que $a_k \cdot a_p = a_1 \cdot a_1 \cdot q^{k+p-2}$.
Pela definição de termos equidistantes dos extremos, tem-se que k+p=1+n e, portanto, $a_k \cdot a_p = a_1 \cdot a_1.q^{n-1}$.
Logo, $a_k \cdot a_p = a_1 \cdot a_n$

Subsequente, poderia ser abordado um exemplo usando esta ideia.

Outro tema interessante também não abordado pelos autores em P.G mas citado em P.A é a interpolação, nesse caso, a interpolação geométrica. Ela poderia ser colocada da forma:

Interpolação geométrica

Dado dois números a e b, interpolar k meios geométricos entre a e b significa obter uma progressão geométrica com k+2 termos, sendo a e b, respectivamente, o primeiro e ultimo termo.

Exemplo: Interpolando-se 5 meios geométricos entre os números 4 e 256, obtém-se uma P.G. Qual o segundo termo dessa P.G?

Solução:

Nesta P.G de 7 termos, segue que :
$a_7 = a_1.q^6$, isto é, $256 = 4.q^6 \to q^6 = 64$
Portanto, $q = \pm\sqrt[6]{64} \to q = \pm 2$
$a_2 = a_1.q \to a_2 = 8$ ou $a_2 = -8$

Resposta: 8 ou -8

No geral, este capítulo é muito semelhante ao anterior, seguindo o mesmo padrão de apresentação dos conceitos e dedução de fórmulas. Sem erros conceituais e os recursos visuais foram empregados da mesma maneira como dito anteriormente (destacando pontos mais importantes). O conteúdo está condizente com a série, porém, de acordo com o PCN 2011, novamente, os símbolos matemáticos deveriam ser mais empregados.

No fim do capítulo temos a seção "Saiba um pouco mais", que é a penúltima do capítulo, e é uma seção muito boa. Ela retoma a relação entre música e sequências, e propõe que o aluno elabore questões relacionando as figuras de partituras de músicas com o tema das sequências e, posteriormente, peça que um colega as resolva.

Finalmente temos a penúltima seção, apresentada como "Desenvolva a criatividade" que, infelizmente, não há nada de criativo, e consiste em uma lista com onze exercícios que são, em sua maioria, de vestibulares conceituados do país.

Uma abordagem interessante que poderia ser feita neste capítulo ou até mesmo em capítulos sobre estatística, é o fato da comparação entre média aritmética e média geométrica, cabível até mesmo neste capítulo.

Uma pergunta ao aluno seria: *O que é maior, calcular sua média final por média aritmética ou por média geométrica?*

Primeiro vamos definir cada uma.

Definição: Seja M a média aritmética entre n valores disponíveis $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$. M é dado por:

$$M = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)}{n}$$

Definição: Seja G a média geométrica entre os n valores disponíveis $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$. G é dado por:

$$G = \sqrt[n]{a_1.a_2 \cdots a_n}$$

Qual das duas médias é maior?
Suponha que existe $x > 0$ e $y > 0$, então $(x-y)^2 \geq 0$.

$$(x-y)^2 \geq 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$
$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$
$$x^2 + y^2 + 2xy \geq 2xy + 2xy$$
$$(x+y)^2 \geq 4xy$$
$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$
$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

Logo: $M \geq G$.

---

4 Consideração geral sobre o trabalho

O livro não apresenta nenhum erro conceitual (o que é bom), porém, como foi dito antes, de acordo com um dos objetivos do PCN 2011, o aluno deve "Reconhecer e utilizar adequadamente na forma oral e escrita símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica" e "Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações". Isso não é incentivado pelo livro didático, que poderia utilizar sem nenhum problema os símbolos matemáticos, pois o público alvo são alunos do segundo ano do ensino médio, e além disso, as definições ficariam com um maior rigor matemático. Quanto à representação gráfica, foi bem empregada, pois os principais conceitos (definições, propriedades) estão em destaque sempre, e os exercícios resolvidos aparecem em uma cor diferente dos conceitos.

Para os exercícios propostos pelo autor vale destacar positivamente a diversidade das atividades, ou seja, existem poucos exercícios com soluções semelhantes, que abrangem todo o conteúdo abordado na teoria. Vale ressaltar também que os exercícios são todos condizentes com o ano escolar dos alunos.

Porém, temos que todos os exercícios propostos pelo autor têm como objetivo mecanizar todo o processo de aprendizagem, visando um bom desempenho do aluno no vestibular, visto que a maioria dos exercícios selecionados são de vestibulares. Raramente há contextualização e multidisciplinaridade do tema nos exercícios, assim temos, em ampla a maioria, exercícios diretos e objetivos. Não há, em nenhuma seção do capítulo, exercício algum sobre demonstrações matemáticas, e poucos exercícios que abordam a construção de gráficos e que associem sequências a geometria.

Vale ressaltar a preocupação do autor com o vestibular. No final do capítulo, há uma última seção de “Avalie seu conhecimento”, que apresenta um pequeno resumo da teoria e uma lista com, exaustivos, 48 exercícios, em sua maioria, de vestibulares nacionais mais concorridos. Há de se observar que em cada uma das listas de exercícios propostos, a maioria dos exercícios são de provas de vestibulares.

References

[1] **Matemática aula por aula.** 2^a Série. Ensino Médio. Claudio Xavier da Silva; Benigno Barreto Filho. 2^a ed. renov. São Paulo. FTD, 2005 (Coleção aula por aula)

[2] **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasil, 2011.