Museu Exploratório de Ciências

Pequeno guia de atividades para a Matemateca

Segundo semestre de 2012

1. **Equidecomponibilidade**
   1 suporte plástico cinza, com vãos hexágono e quadrado
   5 placas de madeira: azul, verde, marrom, vermelha, amarela
   1 cubo vermelho, dividido em 3, dentro de um suporte de papelão
   1 display horizontal (dh)
   1 display vertical (dv)

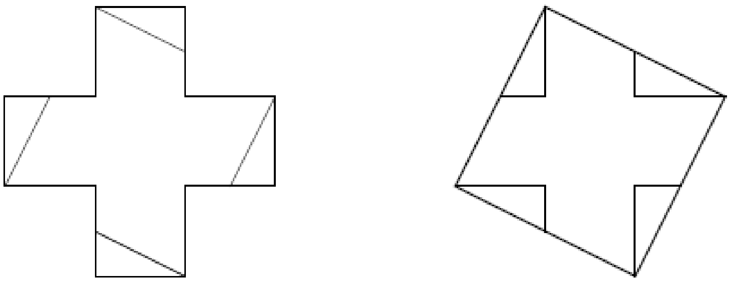
Atividade

Preencher o pentágono e o quadrado com as formas coloridas.

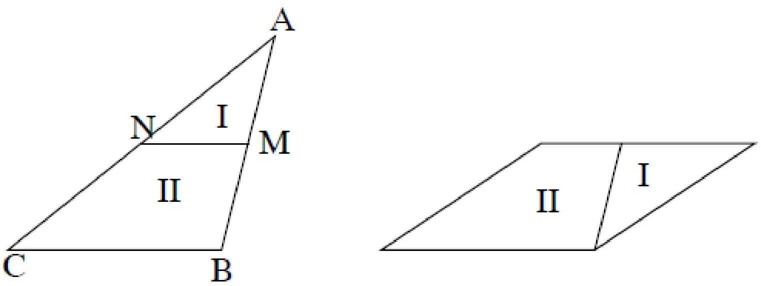
Proposta

É sempre possível decompor a área de duas figuras planas da mesma maneira?

As duas figuras abaixo, por exemplo, podem ser usadas para atividade extra com os visitantes: eles devem recortar 4 triângulos e uma "cruz torta" e formar com eles um quadrado e depois uma cruz inteira.



A seguinte mostra que um triângulo é sempre equidecomponível com um paralelogramo.



Referências: Eliezer Batista (2004) Áreas, volumes e equidecomponibilidade. Disponível em http://www.bienasbm.ufba.br/M51.pdf

2. **Curva tautócrona**
   Curva em Madeira
   2 bolas de aço
   Caixa de Madeira vermelha com uma 1 bola de aço
   1 dh

Atividade

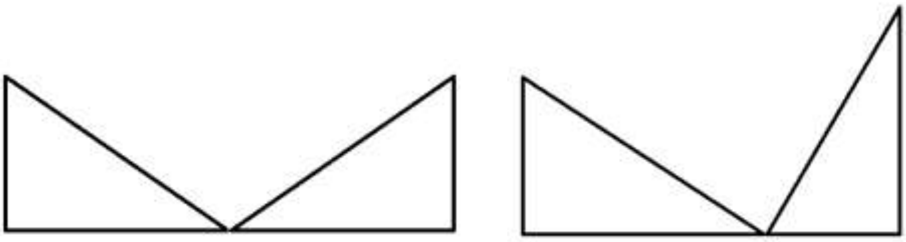
Soltar cada bolinha dos extremos da curva ao mesmo tempo. Depois soltá-las de alturas diferentes entre si. As bolinhas chegarão sempre ao mesmo tempo no ponto central, independente das alturas em que elas começam a cair.

Uma **tautócrona** ou **Curva isocrônica** é a curva na qual o tempo gasto por um objeto para deslizar até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida. O Problema Tautocrônico, ou melhor dizendo, a tentativa de identificar essa curva, foi resolvido por Christiaan Huygens em 1659, com argumentos geométricos. A solução analítica utiliza equações diferenciais.

Uma explicação intuitiva consiste nas inclinações da curva a diferentes alturas. Nos extremos, a inclinação é maior, induzindo maior velocidade à bolinha. Mais perto do centro, a pouca inclinação faz com que a bolinha alcance velocidade menor.

Proposta

Este experimento funcionaria se de tivéssemos retas no lugar da curva tautócrona, como nas figuras abaixo? (R: não)

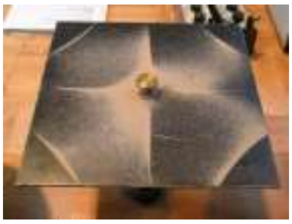


Referências
Veja o vídeo http://www.youtube.com/watch?v=1cpoY_toqSA (em espanhol).

2. Figuras de Chladni

2 suportes de madeira com 4 placas de metal cada um
2 embalagens de sorvete com serralho (aproximadamente metade)
1 saleiro para espalhar o serralho
1 pá com vassoura pequena de plástico verde
2 arcos de violino
1 pedra de breu com suporte plástico
1 dh

Atividade



Tocar o arco do violino na lateral da placa contendo um punhado de serralho (usar o saleiro), sempre no mesmo ponto e do mesmo jeito.

O serralho formará figuras na placa seguindo um certo padrão, que dependerá da "nota" tocada pelo visitante. A mesma placa pode formar figuras diferentes.

Ernst Florenz Friedrich Chladni foi um físico alemão. Por seu trabalho sobre vibração e o cálculo da velocidade do som é considerado o fundador da acústica. Os padrões geométricos formados numa camada fina de areia, depositada sobre uma placa de vidro ou metal, vibrando em frequências diferentes, são chamados "figuras sonoras de Chladni". As figuras são formadas pelas vibração, com o serralho ficando acumulado nas ondas estacionárias (linhas nodais).

Referências

J.C. da Silva, I. Torriani. Estudos de vibrações em placas: Figuras de Chladni. Unicamp. Disponível em http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2004/009027JulioC_IrisTorriani_F809_RF.pdf

Veja o vídeo http://www.youtube.com/watch?v=Qf0t4qIVWF4&feature=related (espetacular).

3. **Mesa de jogos**
Velha 3x3: tabuleiro, 8 bolas vermelhas, 8 azuis
Velha 4x4: tabuleiro, 8 vermelhas, 8 azuis
Velha 3x3x3: tabuleiro, 14 vermelhas, 14 azuis
Velha 4x4x4: tabuleiro, 28 vermelhas, 29 azuis

Atividade

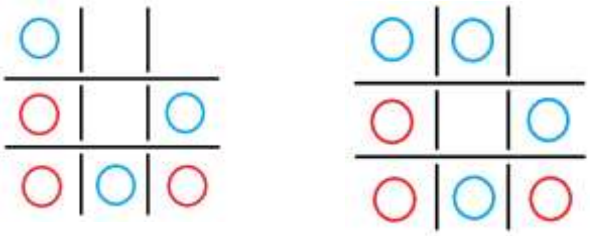
Dois jogadores: jogar o jogo da velha tradicional 3x3 com as regras usuais: quem formar primeiro uma linha com 3 bolinhas da sua cor, ganha o jogo, podendo ser paralela aos lados ou diagonal.

As mesmas regras podem ser aplicadas ao jogo estendido 4x4, formando linhas com 4 bolinhas.

Nos jogos tri-dimensionais, as linhas podem ser verticais ou diagonais “em pé”, passando pelas placas horizontais. Aqui ganha o jogo quem fizer a primeira linha completa (com 3 ou 4 bolinhas dependendo do tabuleiro). Outra regra possível é que os jogadores coloquem bolinhas alternadamente, preenchendo todas as casas; ganha o jogo quem fizer mais linhas completas.

Os aspectos tratados neste item são: estratégia de jogo e geometria. Nos tabuleiros tri-dimensionais podemos ver as retas que passam por um cubo, perpendicularidade de retas e planos, diagonais, etc.

Quanto às estratégias de jogo, não existe uma estratégia vencedora no caso 3x3, no seguinte sentido: para dois jogadores igualmente bons, é possível terminar o jogo empatado.



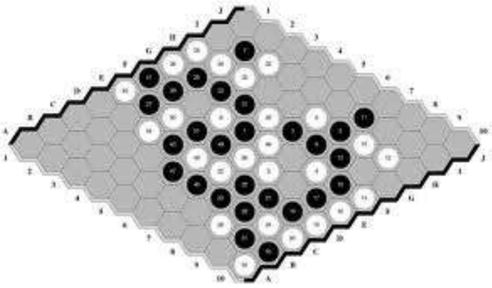
No exemplo mostrado na mesa, a partir do estado do jogo da figura da esquerda, o movimento sugerido para a azul é uma estratégia vencedora, já que independentemente do movimento das vermelhas, a azul sempre ganha.

A estratégia vencedora também não existe nos casos 3D; de fato, às vezes nem mesmo os jogadores percebem que um dos dois ganhou o jogo.

3. **Hex**:
   tabuleiro
   2 caixas plásticas transparentes (para fichas brancas, para fichas pretas)
   Aproximadamente 60 fichas pretas e 60 brancas no tabuleiro
   Aproximadamente 120 fichas em cada caixa
   Não há display

Atividade

Dois jogadores: cada jogador deve construir um caminho indo de um lado a outro do tabuleiro, colocando as peças alternadamente; um dos jogadores, no sentido “horizontal” e o outro, no sentido “vertical”. As peças podem ser colocadas de qualquer maneira, não precisam ser seguidas uma da outra e nem formar uma linha reta.



Aqui, não há estratégia vencedora, mas apenas a certeza de que não há empate: um dos dois sempre ganha. No exemplo da figura, as pretas ganharam o jogo.

Referências
O tabuleiro pode ser construído em casa. Várias informações úteis podem ser encontradas no site http://ludicum.org/games/abstr/hex1/

4. Vingança olímpica

3 tabuleiros

57 fichas de madeira preta

Atividade

Dois jogadores: cada jogador coloca as fichas alternadamente; ganha o jogador que conseguir colocar primeiro 3 fichas vizinhas.

Este jogo nasceu de um treinamento para alunos competindo na Olimpíada Brasileira de Matemática: depois da semana de treinamento intensivo, os alunos resolveram se “vingar” dos professores, apresentando estes jogos.

Ao contrário do jogo da velha, nestes jogos, há uma estratégia vencedora. Nos circuitos abertos, o primeiro jogador, conhecendo a estratégia, ganha o jogo, independentemente dos movimentos do segundo.

No circuito fechado, a estratégia vencedora é do segundo jogador: vale a pena ser gentil e deixar o outro jogador começar primeiro. A partir daí, o segundo jogador deve colocar sua peça sempre de forma simétrica à jogada do primeiro jogador. Enquanto o primeiro jogador jogar bem, o segundo também o fará, pela simetria das jogadas.

Proposta

O tabuleiro pode ser construído em casa pelo visitante, com variações para o número de casas, formas do caminho, incluindo cruzamentos, etc.

4. Icosiano

1 tabuleiro
2 pinos com ponta vermelha
20 pinos de borracha enumerados de 1 a 20
2 placas
2 dv

Atividade

Um único jogador: o objetivo é colocar todos os pinos em ordem numérica seguindo os caminhos formados pelas linhas da figura, começando de um ponto qualquer e terminando em um de seus vizinhos. Cada linha pode ser percorrida apenas uma vez.

Este jogo foi inventado pelo matemático sir William Hamilton aprox. em 1850, e o caminho formado é chamado circuito hamiltoniano.

O jogo permite diversas variações, utilizando os pinos com ponta vermelha.

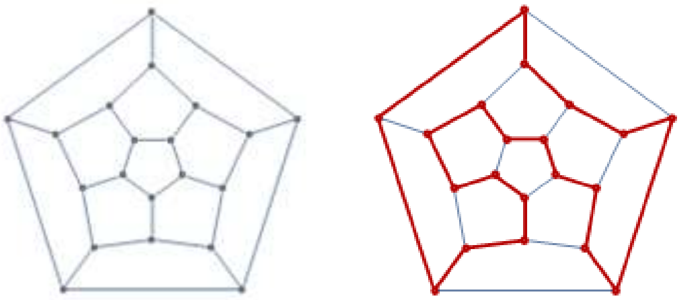
Por exemplo, na foto ao lado os pinos podem representar os pinos 1 e 20, e o jogador deve completar a sequencia para chegar de um a outro, passando pelos caminhos do tabuleiro, com os pinos 2 a 19.

Um dos conceitos matemáticos envolvido neste jogo é o de grafos: figura formada por vértices e arestas (linhas) unindo os vértices.

Proposta

Pergunte aos visitantes se eles conhecem grafos na vida real. Poucos lembrarão, mas quem tiver Facebook já conhece o grafo das relações criadas pelos amigos que aparece na página inicial.

O jogo pode ser feito em casa, com o objetivo de construir um circuito hamiltoniano na figura abaixo.



Referências

J.C. Sampaio (2004) Quatro cores e matemática, pg 20-24. O autor relaciona estes circuitos com o problema de colorir um mapa com 4 cores apenas. Disponível em
http://www.bienasbm.ufba.br/M35.pdf

5. **Régua de cálculo**
   1dh
   1dv

Atividade

Foi inventada pelo padre inglês William Oughtred, em 1638, baseando-se na tábua de logaritmos criada por John Napier pouco antes, em 1614.

Esta régua permite fazer contas, como multiplicação, divisão, quadrados, cubos, raízes quadradas, etc. usando propriedades da função logaritmo.

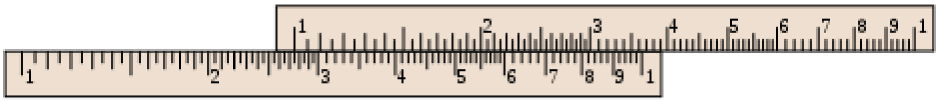
A escala utilizada na régua é a escala logarítmica, ou seja, a distância entre 1 e 2, por exemplo, mostrada na régua é a distância entre log1 e log2.

A propriedade fundamental do logaritmo é que dados dois números, x e y,

$$\log(xy) = logx + logy \quad \text{e} \quad \log(x/y) = logx - logy$$

Assim, se quisermos calcular 2 vezes 3, devemos somar 2 e 3 na régua, pois estaremos somando seus logaritmos. Esta soma é feita, puxando a parte central da régua pela lateral até alinhar o número 1 com o número 2. O valor que encontramos correspondente a 3 (da parte central móvel) é 6.

No exemplo abaixo, vemos a divisão de 5,5 por 2: colocamos a parte móvel da régua, alinhando 2 com 5,5. Ao fazer a subtração 5,5-2, obtemos 2,75.



Ao puxar o botão preto na lateral direita, podemos girar a régua, vendo no verso as funções trigonométricas, como seno, cosseno, tangente e suas funções inversas, arco seno, arco cosseno, arco tangente.

A régua de cálculo é a mãe das calculadoras eletrônicas modernas, tendo sido largamente usada até a década de 1970, quando então a versão eletrônica (HP, para os íntimos) foi largamente difundida, devido à sua simplicidade e precisão (basta apertar o enter). No entanto, o princípio das réguas de cálculo é o que continua sendo usado em programas computacionais e modelagem matemática.

6. **Caixa de funções**
   1 caixa de madeira
   16 cubos com gráficos desenhados
   1dh
   1dv

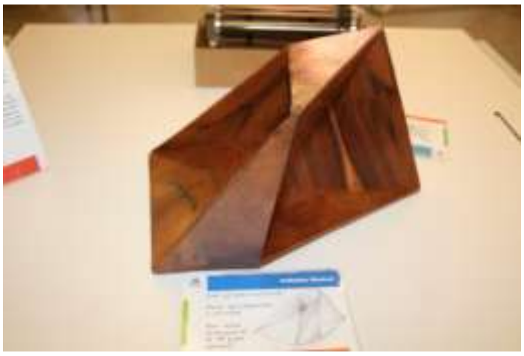
Atividade

Um único jogador: o objetivo é colocar todos os cubos com os gráficos das funções na equação correspondente. Se o visitante colocar todos os cubos corretamente, uma luzinha lateral acende.

Os conceitos envolvidos são o de geometria analítica, funções e equações algébricas.

Obs: este jogo é demorado e demanda conhecimento; pode ser feito sem auxílio do mediador.

7. **Poliedro flexível**
   Peça flexível de madeira
   1dh
   1dv



Atividade

Basicamente contemplativa.
Esta peça está relacionada à mesa de poliedros, que é recomendável ser visitada primeiro.

Quando vemos um poliedro convexo (sem depressões na superfície) formado por faces triangulares, ele não apresenta mobilidade nenhuma.

Devido a esta característica, as triangulações são largamente utilizadas em construções.

No entanto, se eliminarmos a condição de convexidade, como neste exemplo, perdemos esta característica, obtendo o poliedro flexível, com mobilidade das faces.

O conceito de poliedros flexíveis é utilizado em engenharia como metodologia de resolução de problemas de otimização para controle de nível de líquidos, controle de temperatura, de velocidade de rotação de motores e em máquinas elétricas em geral.

7. **Superfícies regradas**
   1 cilindro metálico com elásticos em um suporte de papelão
   1dh

Atividade

Item basicamente contemplativo.

O objetivo deste item é perceber como podemos descrever superfícies curvas através de retas paralelas.

No caso do cilindro circular, o item como na foto, vemos claramente estas retas, formadas pelos elásticos. Se girarmos ambos os lados em sentido contrário, os elásticos continuarão a formar linhas retas, criando outras superfícies curvas.

8. **Cone ascendente**
   Suporte de madeira
   1 cone duplo de aço (móvel)
   1 dh
   1dv

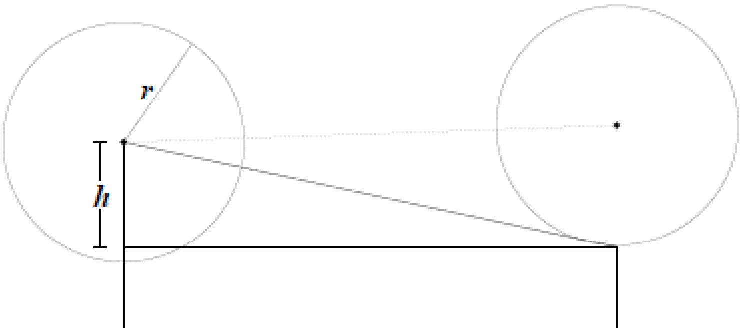
Atividade

Colocar o cone na parte inferior do caminho e soltar: o cone começará a "subir". Pergunte aos participantes o motivo deste comportamento inesperado.

O conceito tratado neste item é o de centro de massa: o centro de massa é o ponto de equilíbrio de qualquer corpo sólido e sua tendência é ficar no ponto mais baixo possível (economizando energia – como tudo o mais na natureza).

O centro de massa do cone é no ponto central do corpo, devido à sua simetria. Se ele tende a descer, por que o cone sobe?

Se você olhar o cone de lado (exatamente de lado, com os olhos na altura do centro de massa), como na figura abaixo, você verá que o centro de massa na verdade está descendo, seguindo sua tendência. A aparente subida, se deve ao formato do caminho, criando a ilusão de que o cone está subindo.



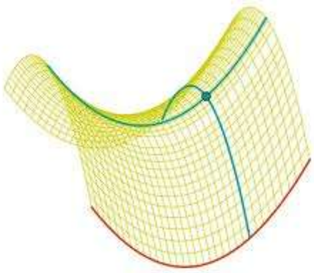
Observação. Este item está relacionado aos itens de Centro de Massa, Série Harmônica e Montanhas de Areia, que lidam com o mesmo conceito.

9. **Sela**

    1 sela de madeira grande azul + laranja
    1 mini sela madeira natural montada (10 peças)
    1 mini sela madeira natural para montar (10 peças)
    Não há display

Atividade

Um único jogador: o visitante deve montar a mini sela, seguindo o modelo da sela azul e laranja.



Sela é o nome dado à superfície desta figura.

Uma característica desta superfície é: se olharmos do ponto central (chamado ponto de sela) para os cantos, vemos duas parábolas que se encontram nos vértices. Ou seja, para uma das parábolas, o ponto central é um ponto de mínimo, enquanto que pra outra, é o ponto de máximo.

O visitante pode perceber estas parábolas passando a mão por cima da superfície nos sentidos indicados.

10. **Balancinho**
    Suporte de madeira com balanço
    Estojo com 12 canetas hidrográficas marcadoras Faber-Castell
    Folhas A4
    1dh
    1dv

Atividade

O visitante deve colocar uma folha no balanço, abrir a tampa da caneta e soltar o balanço de viés. A caneta desenhará a trajetória feita pelo ponto central da folha, durante o movimento do balanço.

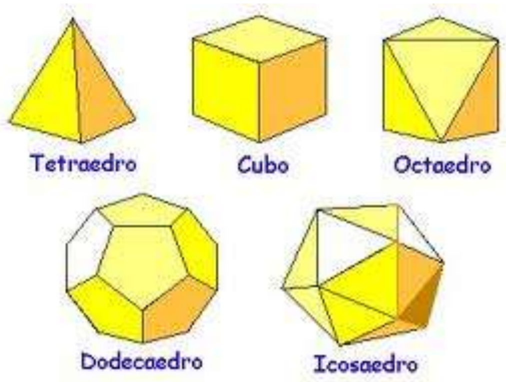
O visitante pode levar seu desenho pra casa.

Obs: lembre de fechar a tampa da caneta, para ela não esvaziar no papel.

11. Poliedros

4 laranjas (prisma, prisma invertido)
5 amarelos (platônicos)
7 verdes (de Johnson)
5 azuis (arquimedianos)
1dv

Atividade



Contemplativa.

Os poliedros deste item são sólidos formados por faces que são polígonos regulares: faces com lados e ângulos internos iguais.

Os poliedros platônicos têm como característica serem simétricos no seguinte sentido: as faces são iguais; as arestas são iguais; se olharmos de frente cada um dos vértices, veremos o mesmo número de arestas e mesmas faces. Existem apenas estes cinco da figura ao lado.

Os arquimedianos mantêm a simetria dos vértices, mas as faces podem ser diferentes. Existem apenas 13 sólidos arquimedianos.

Um prisma é formado por duas faces paralelas iguais, cujas arestas são unidas por faces retangulares. Um antiprisma é formado por duas faces paralelas iguais, unidas por faces triangulares (podemos pensar em um prisma que teve suas faces opostas giradas em sentido contrário).

Já os de Johnson são poliedros regulares que não são nem platônicos, nem arquimedianos, nem prismas e nem antiprismas. Foi provado, nos anos 60, que existem apenas 92 destes poliedros.

Proposta

O mediador que tiver interesse em fazer atividades durante a visita pode levar seu grupo a construir seus poliedros. Aqui temos duas opções com materiais de baixo custo, que devem ser obtidos antes.

Construir as arestas de poliedros utilizando canudinhos dobráveis e durex, como nas fotos ao lado.

O visitante também pode construir seu poliedro a partir do molde em papel. Estes moldes podem ser impressos do site http://www.korthalsaltes.com/.

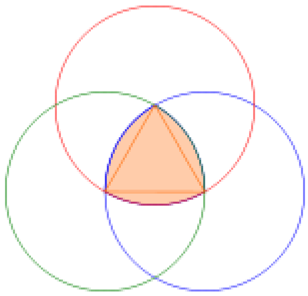
12. Triângulo de Reuleaux

1 peça de madeira com um triângulo arredondado móvel

1dh

1dv

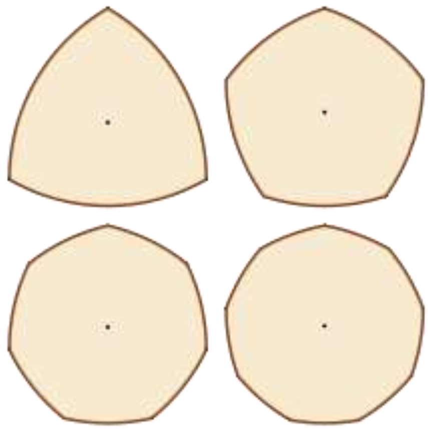
Atividade



Franz Reuleaux foi um engenheiro alemão do século 19 que desenvolveu trabalhos sobre as formas em que as máquinas mudam seu tipo de movimento. A figura ao lado mostra a construção do triângulo de Reuleaux. Observe que os vértices são os centros das circunferências e que os lados são arcos dessas circunferências. Portanto, a distância de todos os pontos de um lado ao vértice oposto é a mesma.

Este triângulo é o polígono mais simples satisfazendo esta propriedade.

Proposta



Outros polígonos (com número ímpar de lados) com a mesma propriedade de largura constante são mostrados na figura ao lado. Eles podem ser construídos com um compasso, assim como o triângulo.

Furos quadrados?

Uma curiosidade é que existe uma broca com formato deste triângulo que permite fazer furos quadrados (ou quase, apenas com os cantos um pouco arredondados). O funcionamento da broca é similar ao do item exposto.

Se usássemos outro polígono de Reuleaux, que tipo de furos obteríamos?

Referências

Assista à animação russa do funcionamento desta "furadeira quadrada" no vídeo http://www.youtube.com/watch?v=L5AzbDJ7KYI