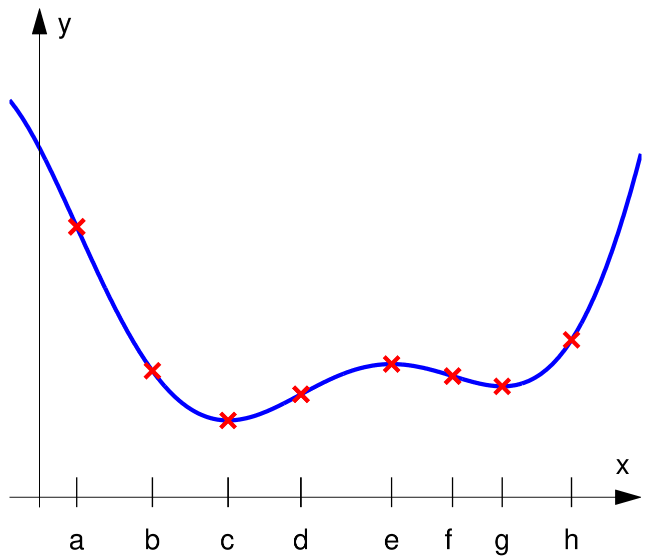
2ª Prova de Cálculo I, sexta-feira, dia 04 de dezembro de 2020

(Prova realizada online por meio de formulário em quatro versões, respostas indicadas para cada versão na cor azul, verde, vermelha e roxa)

1. Considere o gráfico abaixo com alguns pontos destacados (x vermelhos). Marque todas as afirmações verdadeiras.



☐ A função possui um máximo relativo em x=a

☒ A função possui um máximo relativo em x=e

☐ A função possui um máximo relativo em x=f

☐ A função possui um mínimo relativo em x=a

☒ A função possui um mínimo relativo em x=c

☐ A função possui um mínimo relativo em x=f

☐ A função possui um extremo relativo em x=b

☒ A função possui um extremo relativo em x=g

☐ A função possui um extremo relativo em x=h

☒ A funçao possui um ponto de inflexão em x=a

☒ A funçao possui um ponto de inflexão em x=d

☐ A funçao possui um ponto de inflexão em x=e

☐ A função possui derivada positiva em x=b

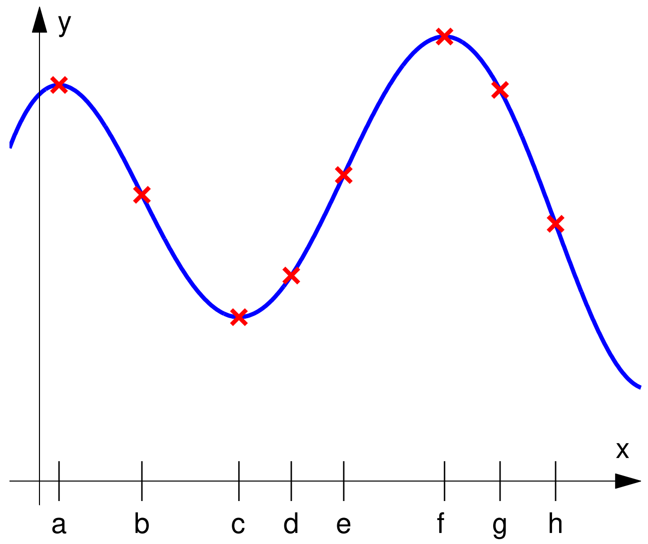
☒ A função possui derivada negativa em x=b

☐ A função possui derivada nula em x=b

☒ A função possui segunda derivada positiva em x=g

☐ A função possui segunda derivada negativa em x=g

☐ A função possui segunda derivada nula em x=g



☒ A função possui um máximo relativo em x=a

☐ A função possui um máximo relativo em x=e

☒ A função possui um máximo relativo em x=f

☐ A função possui um mínimo relativo em x=a

☒ A função possui um mínimo relativo em x=c

☐ A função possui um mínimo relativo em x=f

☐ A função possui um extremo relativo em x=b

☐ A função possui um extremo relativo em x=g

☐ A função possui um extremo relativo em x=h

☐ A funçao possui um ponto de inflexão em x=a

☐ A funçao possui um ponto de inflexão em x=d

☒ A funçao possui um ponto de inflexão em x=e

☐ A função possui derivada positiva em x=b

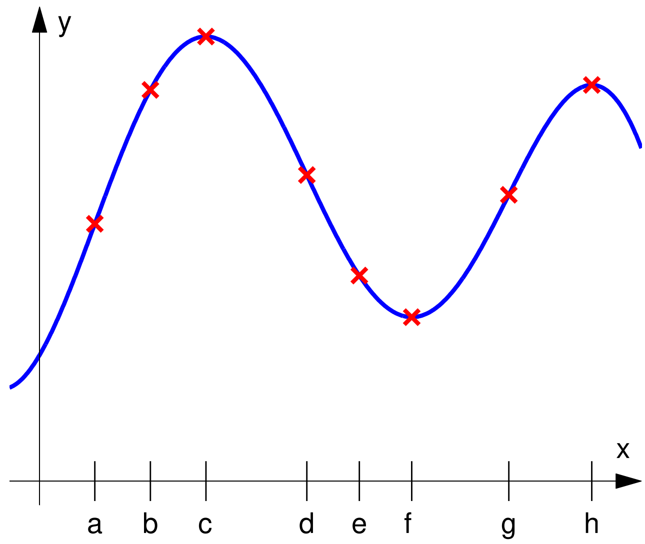
☒ A função possui derivada negativa em x=b

☐ A função possui derivada nula em x=b

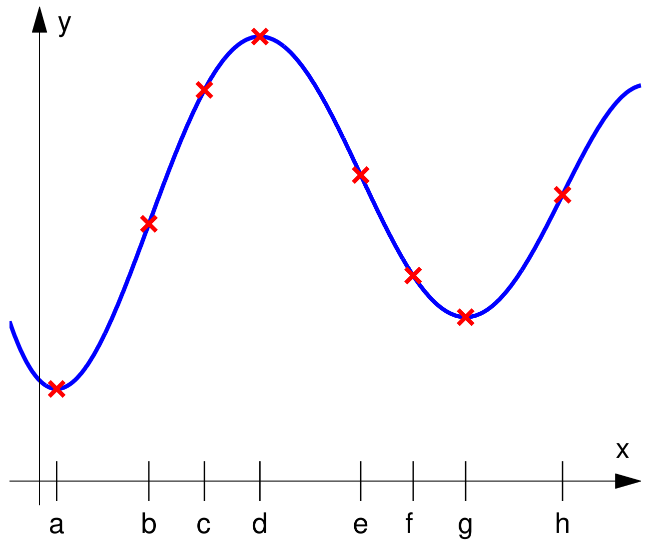
☐ A função possui segunda derivada positiva em x=g

☒ A função possui segunda derivada negativa em x=g

☐ A função possui segunda derivada nula em x=g



- ☐ A função possui um máximo relativo em x=a
- ☐ A função possui um máximo relativo em x=e
- ☐ A função possui um máximo relativo em x=f
- ☐ A função possui um mínimo relativo em x=a
- ☐ A função possui um mínimo relativo em x=c
- ☒ A função possui um mínimo relativo em x=f
- ☐ A função possui um extremo relativo em x=b
- ☐ A função possui um extremo relativo em x=g
- ☒ A função possui um extremo relativo em x=h
- ☒ A fuçao possui um ponto de inflexão em x=a
- ☒ A fuçao possui um ponto de inflexão em x=d
- ☐ A fuçao possui um ponto de inflexão em x=e
- ☒ A função possui derivada positiva em x=b
- ☐ A função possui derivada negativa em x=b
- ☐ A função possui derivada nula em x=b
- ☐ A função possui segunda derivada positiva em x=g
- ☐ A função possui segunda derivada negativa em x=g
- ☒ A função possui segunda derivada nula em x=g



- ☐ A função possui um máximo relativo em x=a
- ☐ A função possui um máximo relativo em x=e
- ☐ A função possui um máximo relativo em x=f
- ☒ A função possui um mínimo relativo em x=a
- ☐ A função possui um mínimo relativo em x=c
- ☐ A função possui um mínimo relativo em x=f
- ☐ A função possui um extremo relativo em x=b
- ☒ A função possui um extremo relativo em x=g
- ☐ A função possui um extremo relativo em x=h
- ☐ A fungao possui um ponto de inflexão em x=a
- ☐ A fungao possui um ponto de inflexão em x=d
- ☒ A fungao possui um ponto de inflexão em x=e
- ☒ A função possui derivada positiva em x=b
- ☐ A função possui derivada negativa em x=b
- ☐ A função possui derivada nula em x=b
- ☒ A função possui segunda derivada positiva em x=g
- ☐ A função possui segunda derivada negativa em x=g
- ☐ A função possui segunda derivada nula em x=g

Valor da questão: 2.0 (20 pontos).
Chave de correção: 1 erro: 1.5, 2 erros: 1.2, 2 erros: 0.9, 4 erros: 0.5

2. Ainda sobre o gráfico acima: selecione, entre os pontos destacados, aqueles nos quais se encontram

	a	b	c	d	e	f	g	h
mínimos relativos	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☒	☐
máximos relativos	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐
extremos relativos	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☒	☐
pontos de inflexão	☒	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐
primeira e segunda derivadas com sinais iguais	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒
primeira e segunda derivadas com sinais opostos	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

	a	b	c	d	e	f	g	h
mínimos relativos	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
máximos relativos	☒	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐
extremos relativos	☒	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐
pontos de inflexão	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒
primeira e segunda derivadas com sinais iguais	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐
primeira e segunda derivadas com sinais opostos	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

	a	b	c	d	e	f	g	h
mínimos relativos	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐
máximos relativos	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☒
extremos relativos	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☒
pontos de inflexão	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐
primeira e segunda derivadas com sinais iguais	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
primeira e segunda derivadas com sinais opostos	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐

	a	b	c	d	e	f	g	h
mínimos relativos	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
máximos relativos	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
extremos relativos	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐
pontos de inflexão	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☒
primeira e segunda derivadas com sinais iguais	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
primeira e segunda derivadas com sinais opostos	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐

Valor da questão: 1.2 (12 pontos).
Chave de correção: Cada linha correta: 0.2
(As linhas em branco nas provas verde, vermelha e roxa tiveram que ser anuladas por falta de opção de pountuação correta no formulário.)

3. Determine a inclinação no ponto (a, a) da curva dada implicitamente por $2xy^3 - 5\ 4\ 6\ 7x^2y^2 + (3\ 2\ 4\ 5x^3 + a)y - ax = 0$, onde a é o último dígito do seu RA. Digite a resposta abaio.

   Derivação implícita:

$$2y^3 + 2x3y^2y' - 5\ 4\ 6\ 7 \cdot 2xy^2 - 5\ 4\ 6\ 7x^2 2yy' + 3\ 2\ 4\ 5 \cdot 3x^2y + (3\ 2\ 4\ 5x^3 + a)y' - a = 0$$
$$(6xy^2 - 10\ 8\ 12\ 14x^2y + 3\ 2\ 4\ 5x^3 + a)y' = -2y^3 + 10\ 8\ 12\ 14xy^2 - 9\ 6\ 12\ 15x^2y + a$$
$$y' = \frac{-2y^3 + 10\ 8\ 12\ 14xy^2 - 9\ 6\ 12\ 15x^2y + a}{6xy^2 - 10\ 8\ 12\ 14x^2y + 3\ 2\ 4\ 5x^3 + a}$$

   Em (a, a):

$$y'(a,a) = \frac{-2a^3 + 10\ 8\ 12\ 14aa^2 - 9\ 6\ 12\ 15a^2a + a}{6aa^2 - 10\ 8\ 12\ 14a^2a + 3\ 2\ 4\ 5a^3 + a} = \frac{(-2 + 10\ 8\ 12\ 14 - 9\ 6\ 12\ 15)a^3 + a}{(6 - 10\ 8\ 12\ 14 + 3\ 2\ 4\ 5)a^3 + a}$$
$$= \frac{-1\ 0\ -2\ -3a^3 + a}{-1\ 0\ -2\ -3a^3 + a} = 1$$

   Mas em $(0, 0)$ a derivada não existe.

   Valor da questão: 1.0 (10 pontos).
   Chave de correção: 0,5 se colocou a expressão correta em x e y sem substituir o valor de a, completo se colocou o valor numérico correto.

4. Se $f(x) = \sin^2(3-x)\quad \cos^2(3-x)\quad \sin^3(3-x)\quad \cos^3(3-x)$, então $f'(0) =$

○ $2\sin(3)$	○ $2\sin(3)$	○ $3\sin^2(3)$	○ $3\sin^2(3)$
○ $-2\sin(3)$	○ $-2\sin(3)$	○ $-3\sin^2(3)$	○ $-3\sin^2(3)$
○ $2\cos(3)$	○ $2\cos(3)$	○ $3\cos^2(3)$	○ $3\cos^2(3)$
○ $-2\cos(3)$	○ $-2\cos(3)$	○ $-3\cos^2(3)$	○ $-3\cos^2(3)$
○ $2\sin(3)\cos(3)$	⊗ $2\sin(3)\cos(3)$	○ $3\sin^2(3)\cos(3)$	⊗ $3\sin(3)\cos^2(3)$
⊗ $-2\sin(3)\cos(3)$	○ $-2\sin(3)\cos(3)$	⊗ $-3\sin^2(3)\cos(3)$	○ $-3\sin(3)\cos^2(3)$
○ $6\sin(3)\cos(3)$	○ $6\sin(3)\cos(3)$	○ $6\sin^2(3)\cos(3)$	○ $6\sin(3)\cos^2(3)$
○ $-6\sin(3)\cos(3)$	○ $-6\sin(3)\cos(3)$	○ $-6\sin^2(3)\cos(3)$	○ $-6\sin(3)\cos^2(3)$

   Valor da questão: 0.5 (5 pontos).
   Chave de correção: somente a resposta correta será considerada.

5. Quais das seguintes funções tem a derivada
$f'(x) = 2\ln(x)/x \quad 3\ln^2(x)/x \quad 4\ln(x)/x \quad 2\ln(2x)/x$?
Assinale todas as respostas corretas.

- ☒ $f(x) = \ln^2(x)$
- ☐ $f(x) = 2\ln^2(x)$
- ☐ $f(x) = \ln^2(x)/x$
- ☐ $f(x) = 2\ln^2(x)/x$
- ☒ $f(x) = (\ln(2x) - \ln(2))^2$
- ☐ $f(x) = 2(\ln(2x) - \ln(2))^2$
- ☐ $f(x) = 2(\ln(2x) - \ln(2))^2/x$
- ☒ $f(x) = \ln^2(x) - \ln(2)$
- ☐ $f(x) = 2[\ln^2(x) - \ln(2)]$
- ☐ $f(x) = 2[\ln^2(x) - \ln(2)]/x$

- ☒ $f(x) = \ln^3(x)$
- ☐ $f(x) = 3\ln^3(x)$
- ☐ $f(x) = \ln^3(x)/x$
- ☐ $f(x) = 3\ln^3(x)/x$
- ☒ $f(x) = [\ln(3x) - \ln(3)]^3$
- ☐ $f(x) = 3[\ln(3x) - \ln(3)]^3$
- ☐ $f(x) = 3[\ln(3x) - \ln(3)]^3/x$
- ☒ $f(x) = \ln^3(x) - \ln(3)$
- ☐ $f(x) = 3[\ln^3(x) - \ln(3)]$
- ☐ $f(x) = 3[\ln^3(x) - \ln(3)]/x$

- ☐ $f(x) = \ln^2(x)$
- ☒ $f(x) = 2\ln^2(x)$
- ☐ $f(x) = \ln^2(x)/x$
- ☐ $f(x) = 2\ln^2(x)/x$
- ☐ $f(x) = (\ln(2x) - \ln(2))^2$
- ☒ $f(x) = 2(\ln(2x) - \ln(2))^2$
- ☐ $f(x) = 2(\ln(2x) - \ln(2))^2/x$
- ☐ $f(x) = \ln^2(x) - \ln(2)$
- ☒ $f(x) = 2[\ln^2(x) - \ln(2)]$
- ☐ $f(x) = 2[\ln^2(x) - \ln(2)]/x$

- ☒ $f(x) = \ln^2(2x)$
- ☐ $f(x) = 2\ln^2(2x)$
- ☐ $f(x) = \ln^2(2x)/x$
- ☐ $f(x) = 2\ln^2(2x)/x$
- ☒ $f(x) = (\ln(x) + \ln(2))^2$
- ☐ $f(x) = 2(\ln(x) + \ln(2))^2$
- ☐ $f(x) = 2(\ln(x) + \ln(2))^2/x$
- ☒ $f(x) = \ln^2(2x) + \ln(2)$
- ☐ $f(x) = 2[\ln^2(2x) + \ln(2)]$
- ☐ $f(x) = 2[\ln^2(2x) + \ln(2)]/x$

Valor da questão: 0.6 (6 pontos).
Chave de correção: Cada resposta certa: 0.2, cada resposta errada: -0.2 (não haverá valor negativo da questão).

6. Considere a função f(x) dada e as afirmações I, II e III. Marque a resposta correta.

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2 & \text{para} \quad x < 2 \\ x^2 - 2 & \text{para} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

Verdadeiro ou falso?

I) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^-} \dfrac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x} = 4$ II) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^+} \dfrac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x} = 4$ III) $f'(2) = 4$

Resposta: Somente a afirmação II é verdadeira (a função é contínua pela direita).

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{para} \quad x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{para} \quad x > 1 \end{cases}$$

Verdadeiro ou falso?

I) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^-} \dfrac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = 2$ II) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^+} \dfrac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = 2$ III) $f'(3) = 2$

Resposta: Somente a afirmação I é verdadeira (a função é contínua pela esquerda).

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 2 & \text{para} \quad x < 3 \\ x^2 - 2 & \text{para} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

Verdadeiro ou falso?

I) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^-} \dfrac{f(3+\Delta x) - f(3)}{\Delta x} = 6$ II) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^+} \dfrac{f(3+\Delta x) - f(3)}{\Delta x} = 6$ III) $f'(3) = 6$

Resposta: Somente a afirmação II é verdadeira (a função é contínua pela direita).

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 2 & \text{para} \quad x \leq 3 \\ x^2 - 2 & \text{para} \quad x > 3 \end{cases}$$

Verdadeiro ou falso?

I) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^-} \dfrac{f(3+\Delta x) - f(3)}{\Delta x} = 6$ II) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^+} \dfrac{f(3+\Delta x) - f(3)}{\Delta x} = 6$ III) $f'(3) = 6$

Resposta: Somente a afirmação I é verdadeira (a função é contínua pela esquerda).

Valor da questão: 0.5 (5 pontos).
Chave de correção: somente a resposta correta será considerada.

7. Uma piscina olímpica tem 50 m de comprimento, 25 m de largura e 3.05 m de profundidade. Considere que a evaporação dela seja de tal modo que o espelho de água desceria na taxa de 1 1,2 1 1 cm por hora. Para manter o nível de água estável ela é reabastecida por um reservatório quadrático quadrático retangular retangular cheio com laterais de 5 m 5 m 5 m por 10 m 5 m por 10 m e profundidade de 2 3 2 3 m. Em quanto tempo o reservatório ficará vazio?

   A piscina é um paralelepípedo cujo volume V_p é dado por $V_p = abc$, com as laterais sendo $a = 50$ m e $b = 25$ m e profundidade $c = 3{,}05$ m. Temos a taxa de variação da altura, $\dfrac{dc}{dt} = 1 \ \ 1{,}2 \ \ 1 \ \ 1$ cm/h $= 0{,}01 \ 0{,}012 \ 0{,}01 \ 0{,}01$ m/h. Portanto, o volume da piscina varia na taxa de $\dfrac{dV_p}{dt} = ab\dfrac{dc}{dt} =$

$50\ \mathrm{m}\cdot 25\ \mathrm{m}\cdot 0{,}01\ 0{,}012\ 0{,}01\ 0{,}01\ \mathrm{m/h} = 12{,}5\ 15\ 12{,}5\ 12{,}5\ \mathrm{m^3/h}$. O reservatório, cujo volume V_r varia na mesma taxa, i.e., $\frac{dV_r}{dt} = \frac{dV_p}{dt}$ é outro paralelepípedo de volume $V_r = xyh$ com dimensões $x = 5$ m e $y = 5\ 5\ 10\ 10$ m. A variação da altura h do espelho de água no reservatório, portanto, é relacionada com taxa de variação do volume por $\frac{dV_r}{dt} = xy\frac{dh}{dt} = 12{,}5\ 15\ 12{,}5\ 12{,}5$ m/h, o que fornece $\frac{dh}{dt} = \frac{12{,}5\ 15\ 12{,}5\ 12{,}5}{5\cdot 5\ 5\ 10\ 10}$ m/h $= 0.5\ 0.6\ 0.25\ 0.25$ m/h. Dada a profundidade do reservatório de 2 3 2 3 m, concluímos que ele se esvaziará depois de 4 5 8 12 horas.

Valor da questão: 1.0 (10 pontos).
Chave de correção: somente a resposta correta será considerada.

8. Calcule os seguintes limites. Marque os resultados no quadro abaixo.

(a)

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\pi/2} \frac{\tan(x)}{\cos(x)} - \sec^2(x) &= \text{“}\infty - \infty\text{”} \\
&= \lim_{x\to\pi/2} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} - \frac{1}{\cos^2(x)} = \frac{\sin(x)-1}{\cos^2(x)} = \frac{\text{“}0\text{”}}{0} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to\pi/2} \frac{\cos(x)}{-2\cos(x)\sin(x)} = -\frac{1}{2}\lim_{x\to\pi/2}\frac{1}{\sin(x)} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{x}{\ln(x)} - \frac{1}{x\ln(x)} &= \text{“}\infty - \infty\text{”} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{x^2}{x\ln(x)} - \frac{1}{x\ln(x)} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x\ln(x)} = \frac{\text{“}0\text{”}}{0} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{2x}{\ln(x) + x\cdot 1/x} = \frac{2}{0+1} = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\pi/2} \frac{1-\sin(x)}{\cos^2(x)} &= \frac{\text{“}0\text{”}}{0} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to\pi/2} \frac{-\cos(x)}{-2\cos(x)\sin(x)} = \frac{1}{2}\lim_{x\to\pi/2}\frac{1}{\sin(x)} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\pi} \frac{\cos(x)+\sin(2x)+1}{x^2-\pi^2} &= \frac{\text{“}0\text{”}}{0} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to\pi} \frac{-\sin(x)+2\cos(2x)}{2x} = \frac{-0+2\cdot 1}{2\pi} = \frac{1}{\pi}
\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - \cos(x) - 2x}{x^2} &= \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{2e^{2x} + \sin(x) - 2}{2x} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{4e^{2x} + \cos(x)}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

(Por falta da opção correta no formulário, a parte b da questão 8 da prova azul será desconsiderada.)

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to \pi} \frac{\cos(x) + \sin^2(x) + 1}{(x-\pi)^2} &= \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to \pi} \frac{-\sin(x) + 2\sin(x)\cos(x)}{2(x-\pi)} = \lim_{x\to \pi} \frac{-\sin(x) + \sin(2x)}{2(x-\pi)} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to \pi} \frac{-\cos(x) + 2\cos(2x)}{2} = \frac{-(-1) + 2\cdot 1}{2} = \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 0} \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} &= \text{“}\infty - \infty\text{”} \\
&= \lim_{x\to 0} \frac{x}{x(e^x-1)} - \frac{e^x - 1}{x(e^x-1)} = \lim_{x\to 0} \frac{x - e^x + 1}{x(e^x-1)} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1 - e^x}{(e^x - 1) + xe^x} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{e^x + e^x + xe^x} = \frac{-1}{1+1+0} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x-1} &= \text{“}\infty - \infty\text{”} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{(x-1)\ln(x)} - \frac{\ln(x)}{(x-1)\ln(x)} = \lim_{x\to 1} \frac{x - 1 - \ln(x)}{(x-1)\ln(x)} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{1 - 1/x}{\ln(x) + (x-1)/x} = \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x\ln(x) + (x-1)} = \text{“}\frac{0}{0}\text{”} \\
&\overset{\text{L'H}}{=} \lim_{x\to 1} \frac{1}{\ln(x) + x/x + 1} = \frac{1}{0+1+1} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

(c)

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{2x+1} = \text{“}1^{\infty}\text{”}$$

Mudança de variável $t = 2x + 1$ e $\lim_{x\to\infty} t = \infty$.
Usando $2x - 3 = 2x + 1 - 4 = t - 4$:

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{2x+1} \lim_{t\to\infty} \left(\frac{t-4}{t}\right)^{t} = \lim_{t\to\infty} \left(1 + \frac{-4}{t}\right)^{t} = e^{-4} \quad \text{(limite fundamental)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{2x+3} \quad = \quad \text{“}1^{\infty}\text{”}$$

Mudança de variável $t = 2x+3$ e $\lim\limits_{x\to\infty} t = \infty$.
Usando $2x-1 = 2x+3-4 = t-4$:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{2x+3} = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{t-4}{t}\right)^{t} = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{-4}{t}\right)^{t} = e^{-4} \quad \text{(limite fundamental)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-1}{4x+1}\right)^{4x+1} \quad = \quad \text{“}1^{\infty}\text{”}$$

Mudança de variável $t = 4x+1$ e $\lim\limits_{x\to\infty} t = \infty$.
Usando $4x-1 = 4x+1-2 = t-2$:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-1}{4x+1}\right)^{4x+1} = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{t-2}{t}\right)^{t} = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{-2}{t}\right)^{t} = e^{-2} \quad \text{(limite fundamental)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{2x-1} \quad = \quad \text{“}1^{\infty}\text{”}$$

Mudança de variável $t = 2x-1$ e $\lim\limits_{x\to\infty} t = \infty$.
Usando $2x+3 = 2x-1+4 = t+4$:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{2x-1} \lim_{t\to\infty}\left(\frac{t+4}{t}\right)^{t} = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{4}{t}\right)^{t} = e^{4} \quad \text{(limite fundamental)}$$

Valor da questão: 2.7 (27 pontos).
Chave de correção: cada limite correto vale 0.9

Devido à anulação de algumas questões parciais, a pontuação total das provas ficou assim:

Prova:	azul	verde	vermelha	roxa
Pontuação:	91	98	98	98

Significa que para o cálculo da nota, a potuação obtida deve ser dividida por este número e multiplicado por 10.