Tópico 4 - Realce de Imagens

João B. Florindo

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Universidade Estadual de Campinas - Brasil
jbflorindo@ime.unicamp.br

Outline

Realce de Imagens

“Melhoria” da imagem digital.

Nem sempre corresponde a uma aparência visual melhor.

Conceito de melhoria depende do observador e da aplicação.

Não existe teoria unificada pois não existe padrão de qualidade de imagem.

Outline

Ruído

Situação ideal (sem ruídos) não existe na prática.

Imprevisíveis, aleatórios, difíceis de serem quantificados.

Dois tipos principais.

INDEPENDENTE DO SINAL: normalmente associado a falhas na transmissão.

DEPENDENTE DO SINAL.

Ruído Sal e Pimenta

Independente do sinal (erro de transmissão).

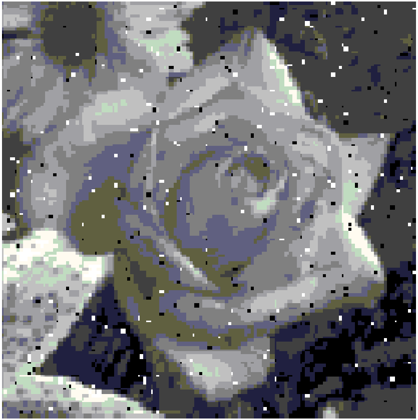
Bits corrompidos, alteração brusca no nível de cinza/cor do *pixel*.

No "sal e pimenta" *pixels* aleatórios são setados para 0 ou para o nível máximo.

Filtros de suavização (média, Gaussiana) não são bons no caso.

Filtro da mediana remove ruídos preservando contornos e detalhes.

Ruído Sal e Pimenta



Ruído Gaussiano

Outro ruído característico é o Gaussiano.

Dependente do sinal.

Reduzido por filtro espacial.

Filtragem atenua ruídos, mas também distorce detalhes.

Ruído Gaussiano

Outline

Média de Múltiplas Imagens

Melhoria de imagens usando média simples entre múltiplas amostras.

Cada amostra é composta pela imagem "pura" $\mathbf{a}_0$ associada a um componente de ruído modelado pela variável aleatória η:

$$\mathbf{a}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{a}_0(\mathbf{x}) + \eta_i(\mathbf{x}).$$

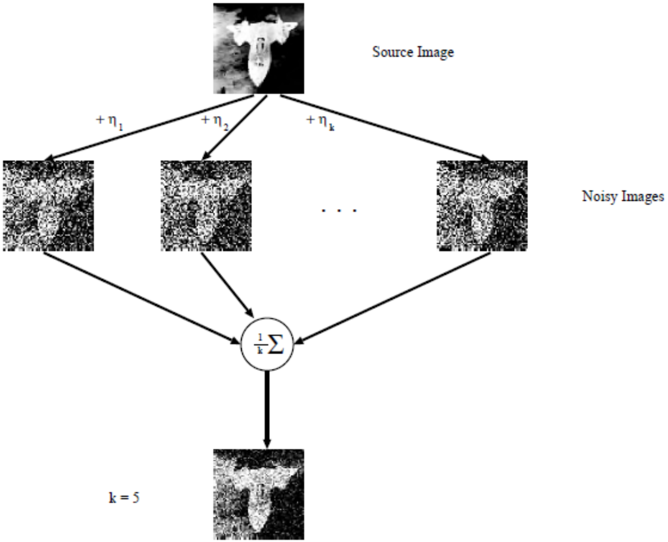
η no caso é suposto não ser correlacionado e ter média zero.

Quanto maior o k, mais preciso é o processo.

Seja $\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}, i = 1, \ldots, k$ uma família de imagens do mesmo objeto ou cena. A imagem média $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ é dada por

$$\mathbf{a} := \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \mathbf{a}_i.$$

Média de Múltiplas Imagens



Média Local

Visa suavizar uma imagem pela redução de variação local.

Substitui a intensidade do *pixel* em um ponto pela intensidade média em uma vizinhança.

Seja $\mathbf{a}$ a imagem original e $N(\mathbf{y})$ uma vizinhança do ponto $\mathbf{y}, \forall \mathbf{y} \in \mathbb{Z}^2$ com $card(N(\mathbf{y})) = n$. Então a imagem melhorada é provida por

$$\mathbf{b} = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in N(\mathbf{y})} \mathbf{a}(\mathbf{x}).$$

Média Local

Na linguagem da álgebra de imagens, seja $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ a imagem original e $N(\mathbf{y}) \subset \mathbb{Z}^2$ uma vizinhança pré-definida do ponto $\mathbf{y} \in \mathbb{Z}^2$.

Seja ainda $a : \mathbb{R}^{\mathbf{X}}|_N \to \mathbb{R}$ a função de média.

Então a imagem de saída $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ será dada por

$$\mathbf{b} := \mathbf{a} \textcircled{a} N.$$

Quanto maior a vizinhança, maior o grau de suavização (borramento).

Média Local

Imagem original

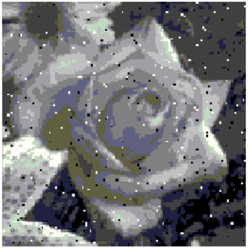


Imagem com ruído Salt and Pepper

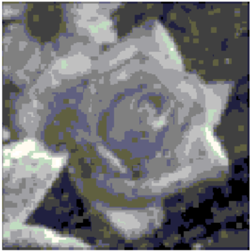


Imagem após aplicação do filtro de média 3×3

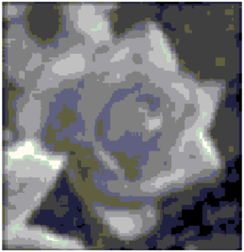


Imagem após a aplicação do filtro de média 5×5

Filtro da Mediana

Filtro da média remove ruídos, mas não preserva bordas e detalhes finos.

Filtro da mediana atenua este problema.

Pixel substituído pela mediana de seus vizinhos.

Ordenar valores em lista e usar o central (ou a média entre os dois mais centrais).

Corrompe linhas finas e curvas agudas ("no free lunch").

Custo computacional relativamente elevado: ordenação.

Filtro da Mediana

Formulação algébrica:

Seja $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ a imagem fonte e $N : \mathbf{X} \to 2^{\mathbf{X}}$ a função de vizinhança.

Seja ainda a função mediana da imagem $m : \mathbb{R}^{\mathbf{Y}} \to \mathbb{R}$.

Então a imagem filtrada é dada por

$$\mathbf{m} := \mathbf{a} \circledcirc\!\!\!m\, N.$$

Filtro da Mediana

Imagem original

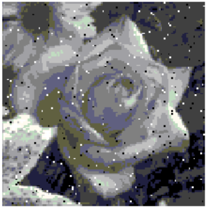


Imagem com ruído Salt and Pepper

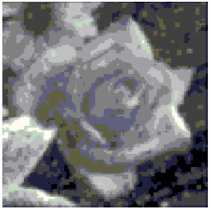


Imagem após a aplicação do filtro de média 3×3

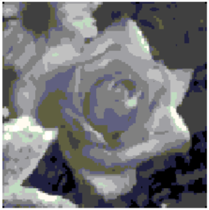


Imagem após a aplicação do filtro mediano 3×3

Filtro da Mediana

Imagem original

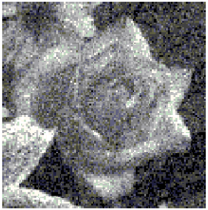


Imagem com ruído Salt and Pepper

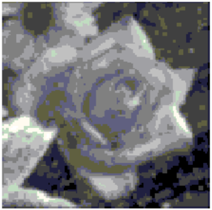


Imagem após a aplicação do filtro de média 3×3

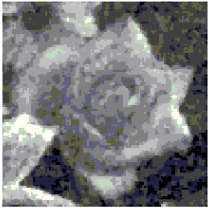


Imagem após a aplicação do filtro mediano 3×3

Máscara Desfocada

Unsharp masking.

Subtrai imagem borrada da original.

Pode suavizar ou afinar bordas dependendo do peso dado a cada componente.

Máscara Desfocada

FORMULAÇÃO ALGÉBRICA:

Seja $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ a imagem fonte e **a** a imagem obtida de **a** aplicando-se o filtro da média.

Diz-se que **b** é o componente de baixa frequência e $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ o de alta.

Imagem realçada por máscada desfocada dada por

$$\mathbf{c} := \gamma \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) + \mathbf{b}$$

ou ainda

$$\mathbf{c} := \gamma \cdot \mathbf{a} + (1 - \gamma) \cdot \mathbf{b}.$$

Máscara Desfocada

$\gamma \in \mathbb{R}$ entre 0 e 1 suaviza a imagem original.

$\gamma > 1$ realça (afina) detalhes (alta frequência).

Formulação geral:

$$\mathbf{c} := \alpha \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) + \beta \cdot \mathbf{b}, \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R},$$

em que α é o peso dado à baixa frequência e β o peso dado à alta.

Máscara Desfocada

Algebricamente:

$$\mathbf{c} := \mathbf{a} \oplus \mathbf{t},$$

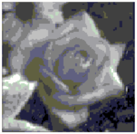
em que **t** é o *template* de Moore abaixo, dado que

$$v = \frac{1-\gamma}{9} \qquad w = \frac{8\gamma+1}{9}.$$

$$\mathbf{t} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline v & v & v \\ \hline v & w & v \\ \hline v & v & v \\ \hline \end{array}$$

Máscara Desfocada

Imagem original



Unsharp Masking no $\gamma = 0.0$

Unsharp Masking no $\gamma = 0.5$

Unsharp Masking no $\gamma = 5.0$

Unsharp Masking no $\gamma = 10$

Unsharp Masking no $\gamma = 20$

Outline

Suavização Gaussiana

Técnica mais popular de suavização de imagens.

Reduz variações entre escalas ao mesmo tempo em que homogeniza a imagem localmente, de maneira ótima.

Suaviza sem adicionar artefatos.

Convolução da imagem **a** com o filtro Gaussiano $G(x, y)$:

$$\mathbf{b}(x,y) = \mathbf{a}(x,y) * G(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{a}(\alpha,\beta) G(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta,$$

em que

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \mathrm{e}^{\frac{-x^2-y^2}{2\sigma^2}}.$$

Suavização Gaussiana

Na linguagem da álgebra de imagens, temos $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{\mathbf{X}}$ e se assumirmos que $\mathbf{X}$ é ilimitado teremos

$$\mathbf{b} = \mathbf{a} \oplus \mathbf{s}$$

em que $\mathbf{s} \in (\mathbb{R}^{\mathbf{X}})^{\mathbf{X}}$ é definido por

$$\mathbf{s}_{(x,y)}(v, w) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\frac{-(x-v)^2-(y-w)^2}{2\sigma^2}}.$$

Na prática, como a imagem é limitada, precisamos também de *templates* limitados. Ocorre porém que em intervalos limitados a integral Gaussiana não soma 1 e precisamos então de uma normalização especial:

$$\mathbf{s}_{(x,y)}(v, w) = \frac{1}{2k\pi\sigma^2} e^{\frac{-(x-v)^2-(y-w)^2}{2\sigma^2}},$$

sendo que k é dado por

$$k = \sum_{(x,y) \in S(\mathbf{s}_{0,0})} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\frac{-x^2-y^2}{2\sigma^2}}$$

Suavização Gaussiana

A função Gaussiana é separável, ou seja, podemos escrevê-la como $G(x,y) = G(x)G(y)$. Sendo assim, podemos reescrever a suavização como duas operações de produto linear imagem-*template* aplicadas em sequência:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{a} \oplus \mathbf{s_1}) \oplus \mathbf{s_2},$$

dadas as seguintes definições:

$$\mathbf{s_1}_{(x,y)}(u,y) = \frac{1}{k_1 \sigma \sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-(x-u)^2}{2\sigma^2}},$$

$$\mathbf{s_2}_{(x,y)}(x,v) = \frac{1}{k_2 \sigma \sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-(y-v)^2}{2\sigma^2}},$$

$$k_1 = \sum_{(x,y) \in S(\mathbf{s_1}_{(0,0)})} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}},$$

$$k_2 = \sum_{(x,y) \in S(\mathbf{s_2}_{(0,0)})} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}}.$$

Suavização Gaussiana

A escolha do tamanho do *template* é uma decisão ao mesmo tempo importante e delicada.

Templates muito pequenos perdem localidade em espaço e frequência.

Templates muito grandes vão exigir muito recurso computacional.

Geralmente, toma-se como base para estimativa o desvio padrão σ. Raios 2σ e 3σ contêm 95% e 99% da energia da Gaussiana, respectivamente, e costumam ser boas escolhas na prática.

Equalização de Histogramas

Operação que reescala intensidade dos *pixels* de modo que estas fiquem distribuídas mais uniformemente.

Seja a imagem $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}_l^{\mathbf{X}}$, $n = card(\mathbf{X})$ e n_j o número de vezes que o nível j ocorre na imagem. Lembrando que $\mathbf{Z}_l = \{0, 1, \ldots, l-1\}$. A imagem equalizada é obtida por

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = (l-1) \sum_{j=0}^{\mathbf{a}(\mathbf{x})} \frac{n_j}{n}.$$

Equalização de Histogramas

EXEMPLO: Considere uma imagem $\mathbf{a} \in (\mathbb{Z}_8)^{\mathbf{X}}$, sendo $\mathbf{X} = \mathbb{Z}_{64} \times \mathbb{Z}_{64}$, de tamanho 64×64 e com a seguinte distribuição:

k	n_k	$n_a(k) = n_k/n$
0	790	0.19
1	1023	0.25
2	850	0.21
3	656	0.16
4	329	0.08
5	245	0.06
6	122	0.03
7	81	0.02

Calculemos os novos valores s_0 e s_1 atribuídos aos *pixels* com intensidade 0 e 1 respectivamente:

$$s_0 = (8-1)\sum^{0} n_a(j) = 7 \cdot n_a(0) = 7 \cdot 0.19 = 1.33$$

Equalização de Histogramas

$$s_1 = (8-1)\sum_{j=0}^{1} n_a(j) = 7 \cdot (n_a(0) + n_a(1)) = 7 \cdot (0.19 + 0.25) = 3.08$$

E continuando temos $s_2 = 4.55$, $s_3 = 5.67$, $s_4 = 6.23$, $s_5 = 6.65$, $s_6 = 6.86$ e $s_7 = 7$.

Como os *pixels devem assumir* valores inteiros devemos aproximá-los:

$$s_0 = 1 \quad s_1 = 3 \quad s_2 = 5 \quad s_3 = s_4 = 6 \quad s_5 = s_6 = s_7 = 7.$$

Ficamos ao final com o seguinte histograma equalizado:

k	n_k
1	790
3	1023
5	850
6	985
7	448

Equalização de Histogramas

Na álgebra de imagens, definimos uma função $\mathbf{c_a} \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ que calcula o histograma de uma imagem $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}_l^{\mathbf{X}}$:

$$\mathbf{c_a}(i) = card\{\mathbf{x} \in \mathbf{X} : \mathbf{a}(\mathbf{x}) \leq i\}.$$

Em cima disso temos o histograma cumulativo normalizado $\bar{\mathbf{c}}_\mathbf{a}$:

$$\bar{\mathbf{c}}_\mathbf{a}(i) = \frac{1}{card(\mathbf{X})}\mathbf{c_a}(i).$$

Finalmente definimos a equalização a partir da operação induzida por $\bar{\mathbf{c}}_\mathbf{a}$ sobre a imagem:

$$\mathbf{b} := (l-1) \cdot (\bar{\mathbf{c}} \circ a) = \{(\mathbf{x}, (l-1) \cdot \bar{\mathbf{c}}_\mathbf{a}(\mathbf{a}(\mathbf{x}))) : \mathbf{x} \in \mathbf{X}\}.$$

Em geral, a equalização melhora imagens excessivamente escuras (sub-expostas), melhorando (aumentando) contraste.

Equalização de Histogramas