Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

- Dado um ponto/reta, existe uma reta/ponto que não é incidente a ele.

Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

- Dado um ponto/reta, existe uma reta/ponto que não é incidente a ele.

Axioma II: Toda reta é incidente com pelo menos três pontos distintos.

Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

- Dado um ponto/reta, existe uma reta/ponto que não é incidente a ele.

Axioma II: Toda reta é incidente com pelo menos três pontos distintos.

- Existem pelo menos quatro pontos distintos.

Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

- Dado um ponto/reta, existe uma reta/ponto que não é incidente a ele.

Axioma II: Toda reta é incidente com pelo menos três pontos distintos.

- Existem pelo menos quatro pontos distintos.

Axioma III: Dois pontos distintos são incidentes com exatamente uma reta.

Axiomas da geometria projetiva I

Axioma I: Existem uma reta e um ponto que não são incidentes.

- Dado um ponto/reta, existe uma reta/ponto que não é incidente a ele.

Axioma II: Toda reta é incidente com pelo menos três pontos distintos.

- Existem pelo menos quatro pontos distintos.

Axioma III: Dois pontos distintos são incidentes com exatamente uma reta.

- Todo ponto é incidente a pelo menos três retas.

Axiomas da geometria projetiva II

Axioma IV: Se A, B, C e D são quatro pontos distintos tais que AB intersecta CD, então AC intersecta BD.

Axiomas da geometria projetiva II

Axioma IV: Se A, B, C e D são quatro pontos distintos tais que AB intersecta CD, então AC intersecta BD.

- Existem quatro pontos coplanares tais que quaisquer três deles não são colineares.

Axiomas da geometria projetiva II

Axioma IV: Se A, B, C e D são quatro pontos distintos tais que AB intersecta CD, então AC intersecta BD.

- Existem quatro pontos coplanares tais que quaisquer três deles não são colineares.
- Não existem retas paralelas: duas retas coplanares distintas se intersectam em um e apenas um ponto.

Axiomas da geometria projetiva III

Dados um ponto P e uma reta r não incidentes, o plano definido por P e r consite de todos os pontos que estão sobre retas que ligam P a pontos de r e todas as retas que são união de pares de pontos assim construídos.

Axiomas da geometria projetiva III

Dados um ponto P e uma reta r não incidentes, o plano definido por P e r consite de todos os pontos que estão sobre retas que ligam P a pontos de r e todas as retas que são união de pares de pontos assim construídos.

Axioma V: Se os pontos A, B, C definem um plano π, existe pelo menos um ponto exterior a π.

Axiomas da geometria projetiva III

Dados um ponto P e uma reta r não incidentes, o plano definido por P e r consite de todos os pontos que estão sobre retas que ligam P a pontos de r e todas as retas que são união de pares de pontos assim construídos.

Axioma V: Se os pontos A, B, C definem um plano π, existe pelo menos um ponto exterior a π.

Axioma VI: Quaisquer dois planos distintos têm pelo menos dois pontos em comum.

Axiomas da geometria projetiva IV

Um quadrângulo completa é a figura formada por quatro pontos coplanares (chamados vértices) tais que três quaisquer deles não são colineares, e as seis retas (chamados lados) unindo estes pontos.

Axiomas da geometria projetiva IV

Um quadrângulo completa é a figura formada por quatro pontos coplanares (chamados vértices) tais que três quaisquer deles não são colineares, e as seis retas (chamados lados) unindo estes pontos.

Os pontos de interseção de dois lados que não são vértices são chamados pontos diagonais. Existem trÊs pontos diagonais.

Axiomas da geometria projetiva IV

Um quadrângulo completa é a figura formada por quatro pontos coplanares (chamados vértices) tais que três quaisquer deles não são colineares, e as seis retas (chamados lados) unindo estes pontos.

Os pontos de interseção de dois lados que não são vértices são chamados pontos diagonais. Existem trÊs pontos diagonais.

Axioma VII: Três pontos diagonais de um quadrângulo completo nunca são colineares.

Axiomas da geometria projetiva IV

Um quadrângulo completa é a figura formada por quatro pontos coplanares (chamados vértices) tais que três quaisquer deles não são colineares, e as seis retas (chamados lados) unindo estes pontos.

Os pontos de interseção de dois lados que não são vértices são chamados pontos diagonais. Existem trÊs pontos diagonais.

Axioma VII: Três pontos diagonais de um quadrângulo completo nunca são colineares.

Axioma VIII: Se uma projetividade deixa invariante cada um de três pontos distintos de uma reta, então ela deixa invariantes todos os pontos da reta.

Modelos

- 13 pontos;
- conjunto das retas passando pela origem no espaço.

Teorema de Desargues

Duas figuras são perpectivas se existe uma correspondência biunívoca entre os seus pontos, tal que vale uma das duas afirmações:

- pares de pontos correspondentes definem retas concorrentes (perspectividade por um ponto);
- pares de retas correspondentes definem pontos colineares (perpectividade por um eixo).

Teorema de Desargues

Duas figuras são perpectivas se existe uma correspondência biunívoca entre os seus pontos, tal que vale uma das duas afirmações:

- pares de pontos correspondentes definem retas concorrentes (perspectividade por um ponto);
- pares de retas correspondentes definem pontos colineares (perpectividade por um eixo).

Teorema de Desargues: Se dois triângulos são perspectivos por um ponto, então eles são perspectivos por uma reta.

Teorema de Desargues

Duas figuras são perpectivas se existe uma correspondência biunívoca entre os seus pontos, tal que vale uma das duas afirmações:

- pares de pontos correspondentes definem retas concorrentes (perspectividade por um ponto);
- pares de retas correspondentes definem pontos colineares (perpectividade por um eixo).

Teorema de Desargues: Se dois triângulos são perspectivos por um ponto, então eles são perspectivos por uma reta.

Equivalentemente: Sejam ABC e $A'B'C'$ dois triângulos em um mesmo plano, tais que as linhas AA', BB' e CC' são incidentes em um mesmo ponto O. Seja P o ponto de