Ciência e Arte nas Férias 2006

Matemática para Compreender um Pouco da Natureza (e do Dia a Dia)

Imecc – Unicamp

Lab-Epifisma

Sala 208 – Prédio anexo

Apoio FAEPEX e FAPESP

Programação

- Parte I – Matemática:

1) Progressão Aritmética (PA) e Movimento Migratório.
2) Progressão Geométrica (PG) e Dinâmica Vital.
3) Juros Compostos (JC), Função Exponencial e Dinâmica Populacional.

- Parte II – Estatística:

Amostragem.

Parte I – Matemática

- Progressão Aritmética (PA) e Movimento Migratório.
- Progressão Geométrica (PG) e Dinâmica Vital.
- Juros Compostos (JC), Função Exponencial e Dinâmica Populacional.

Progressão

- Definição:

1) Progressão – Seqüência de números com propriedades matemáticas.
2) Seqüência – Conjunto de números colocados em uma ordem. Posição de um elemento de uma seqüência – a_n.
   a) índice n representa a posição (n-ésima) que um termo ocupa na seqüência.
   b) a_n representa o valor do termo n.

Progressão Aritmética (PA)

- Definição – PA é toda seqüência em que cada número, somado a um número fixo, resulta no próximo número da seqüência.
- Relações matemáticas:

1) O número fixo, denotado por d, é a razão de PA, obtida de $d=a_{n+1}-a_n$, n=1,2, etc.
2) O termo geral a_n, a partir de primeiro termo a_1 é $a_n=a_1+(n-1)d$, n=1,2, etc.

Verificando a equação do termo geral a_n:

$a_1 = a_1$;

$a_2 = a_1 + d$;

$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$;

$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$;

$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d$;

...

Portanto:

$a_n = a_1 + (n-1)d$

3) Relação de recorrência: $a_{n+1}=a_n+d$.

4) A soma dos n primeiros termos de uma PA, designada por S_n, é dada por

$$S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)$$

Exemplo 1: Numa PA de 11 termos, tem-se $a_1=7$ e $a_2=10$. Calcule a soma de todos os termos.

Solução 1

1) A razão de PA, d:

$d=a_2-a_1=10-7=3$

2) O termo a_{11}:

$a_{11}=a_1+(11-1)d=7+10.3=37$

3) Soma de 11 primeiros termos, S_{11}:

$S_{11}=11(a_1+a_{11})/2=11(7+37)/2=242$

Progressão Geométrica (PG)

- Definição – PG é toda seqüência de números não nulos em que cada um deles, multiplicado por um número fixo, resulta no próximo número da seqüência.
- Relações matemáticas:

1) O número fixo, denotado por r, é a razão de PG, obtida de $q=a_{n+1}/a_n$, n=1,2, etc.
2) O termo geral a_n, a partir de primeiro termo a_1 é $a_n=a_1q^{n-1}$, n=1,2, etc.

Verificando a equação do termo geral a_n:

$a_1 = a_1$;

$a_2 = a_1 \cdot q$;

$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^2$;

$a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^2 \cdot q = a_1 \cdot q^3$;

$a_5 = a_4 \cdot q = a_1 \cdot q^3 \cdot q = a_1 \cdot q^4$;

...

Portanto:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

3) Relação de recorrência: $a_{n+1}=a_n q$.

4) A soma dos n primeiros termos de uma PG, designada por S_n, é dada por

$$S_n = \begin{cases} \dfrac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q-1};\ \ se\ q>1 \\ \dfrac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q};\ \ se\ q<1 \end{cases}$$

Exemplo 2: Calcule a soma dos 10 primeiros termos de PG {2,6,18,…} e {1,1/2,1/4,...}.

Solução 2

1.a) A razão de PG, q:

$q=a_2/a_1=6/2=3$

1.b) Soma de 10 primeiros termos, S_{10}:

$S_{10}=a_1(q^{10}-1)/(q-1)=2(3^{10}-1)/(3-1)=59.048$

2.a) A razão de PG, q:

$q=a_2/a_1=(1/2)/1=1/2$

2.b) Soma de 10 primeiros termos, S_{10}:

$S_{10}=a_1(1-q^{10})/(1-q)=1(1-(1/2)^{10})/(1-1/2)=1,998047$

2.c) Soma de todos os termos, S_∞ (mais adiante):

$S_\infty=a_1/(1-q)=1/(1-1/2)=2$

Dinâmica Populacional

- Dinâmica de uma população de seres vivos estuda mudança no seu número, fazendo-se um balanço de:

1) Movimentos migratórios – Influenciado pelas características do meio-ambiente.
2) Dinâmica vital – Mortalidade e natalidade, dependendo fortemente da característica da população (e do meio-ambiente).

- Algumas adaptações:

1) O índice n é o tempo de observação. Logo n= 1,2, etc., onde n=1 é o tempo inicial de observação (primeira geração).
2) O valor a_n é a quantidade da população no tempo de observação n (deve ser arredondado para inteiro mais próximo).
3) A relação de recorrência descreve (quantifica) o fenômeno biológico.

3) A razão de PA, d, é a quantia total de migração (imigração menos emigração).

4) A razão de PG, q, é uma relação entre nascimento e morte (dinâmica vital).

5) Ao usar progressão para modelagem de dinâmica populacional, assume-se que não existe superposição de gerações.

Movimento Migratório e PA

- Movimentos migratórios não dependem, em geral, da quantidade de indivíduos.
- Esta característica permite a modelagem desse fenômeno por uma PA.

- Exemplo 3: Em um experimento de campo, o número de esquilos é coletado a cada 3 h. No início haviam 60 esquilos, e a cada 3 horas, em média, imigravam 4 e emigravam 2. Não houve nascimento e nem morte no período de observação.

1) Qual o número de esquilos em um tempo de observação qualquer n?
2) Qual a quantidade de esquilos na 10ª observação (1ª observação é tempo inicial)?
3) A soma total até 10ª observação (contando o tempo inicial).

Solução 3

1) A razão de crescimento é $d=4-2=2$

Assim, a quantia é $a_n=a_{n-1}+2$, $n=1,2,3,...$

E a quantia na observação n é $a_n=a_1+(n-1).2$

2) Observação para $n=10$, $a_{10}=60+9.2=78$

3) $S_{10}=10(a_1+a_{10})/2=10(60+78)/2=690$

Gráfico da Solução 3 - a_n

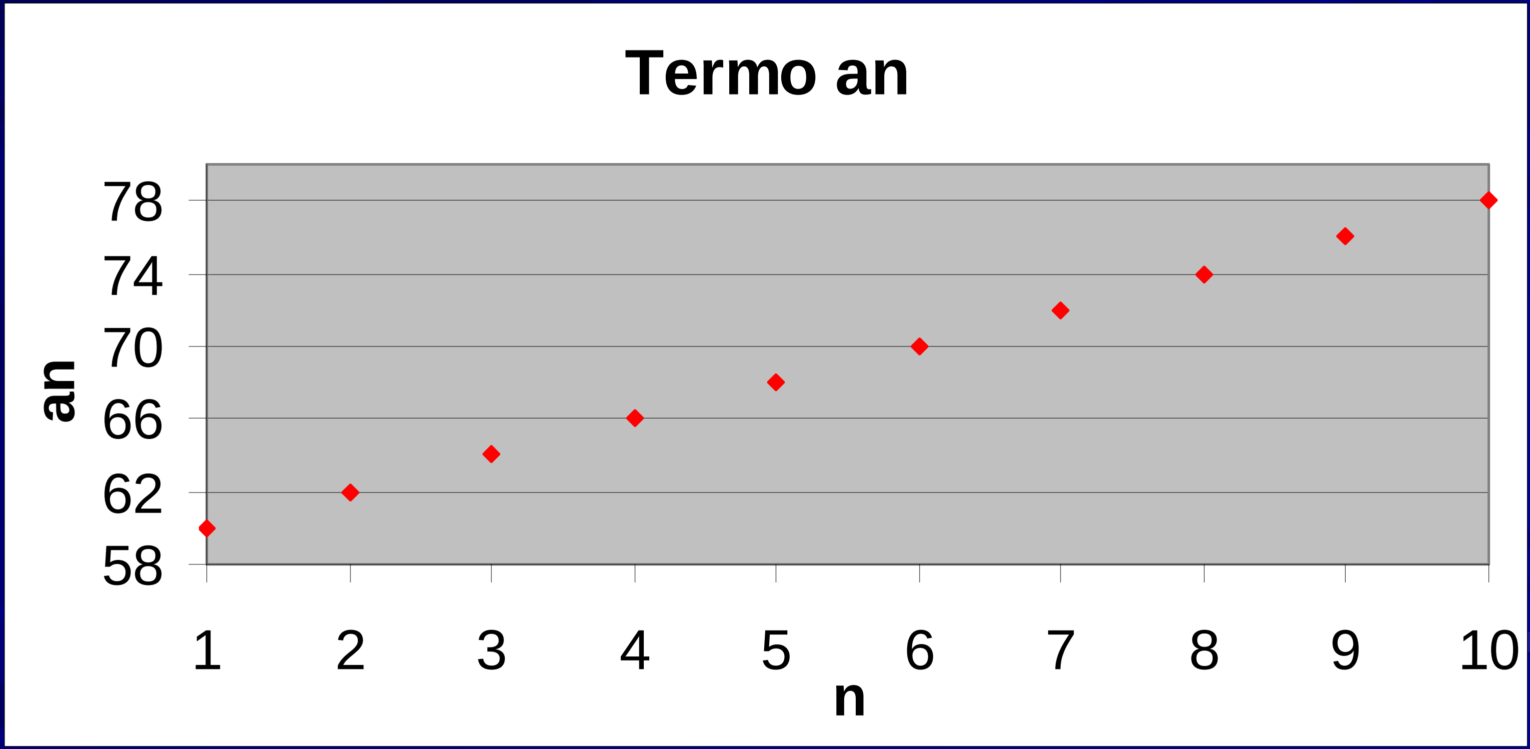
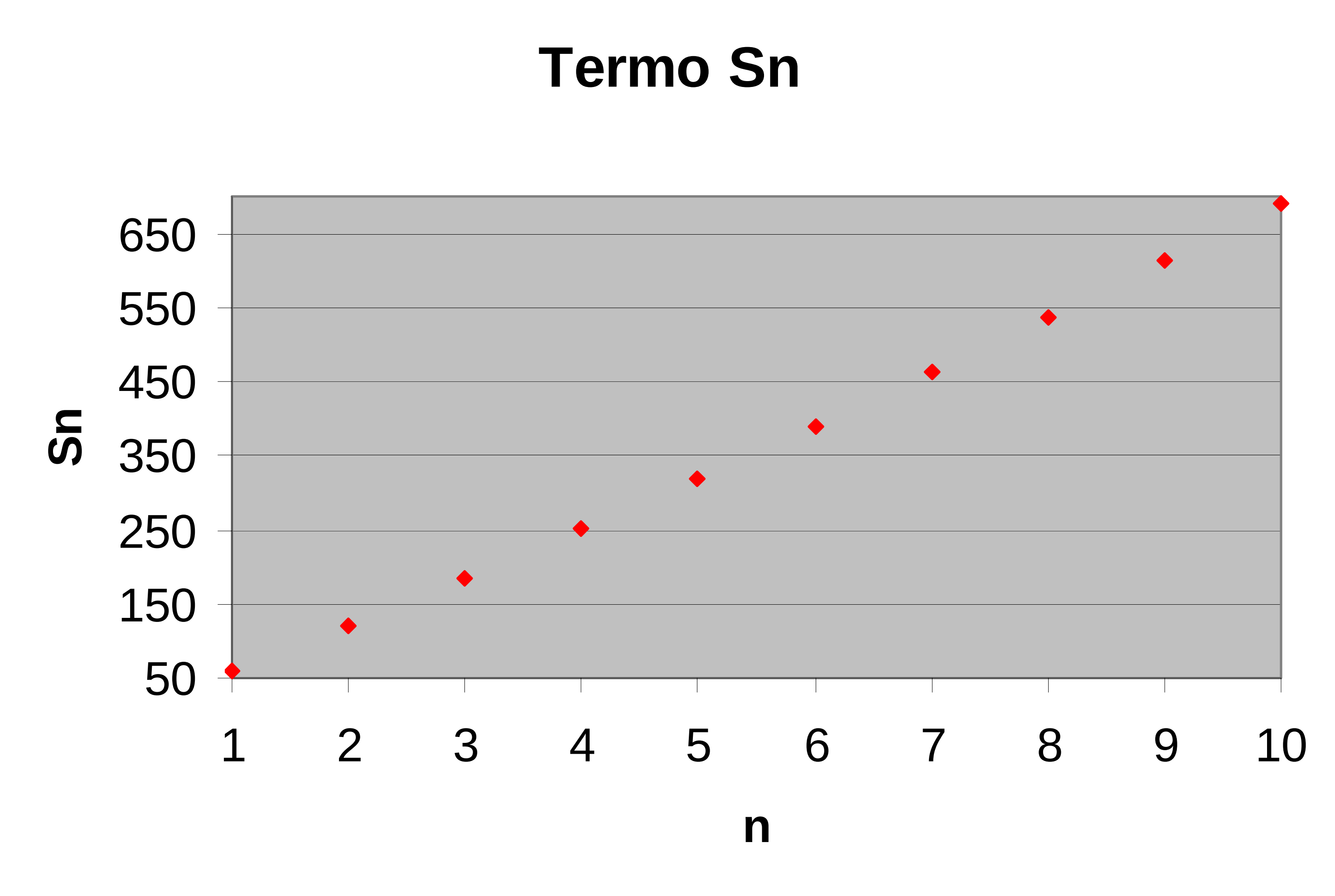


Gráfico da Solução 3 - S_n



- Exemplo 4: Em um experimento de campo, o número de esquilos é coletado a cada 3 h. No início haviam 60 esquilos, e a cada 3 horas, em média, imigravam 2 e emigravam 4. No período de observação não houve nascimento, nem morte.

1) Qual o número de esquilos em um tempo de observação qualquer n?
2) Qual a quantidade de esquilos na 10ª observação?
3) Qual o tempo de extinção?

Solução 4

1) A razão de crescimento é d=2-4=-2

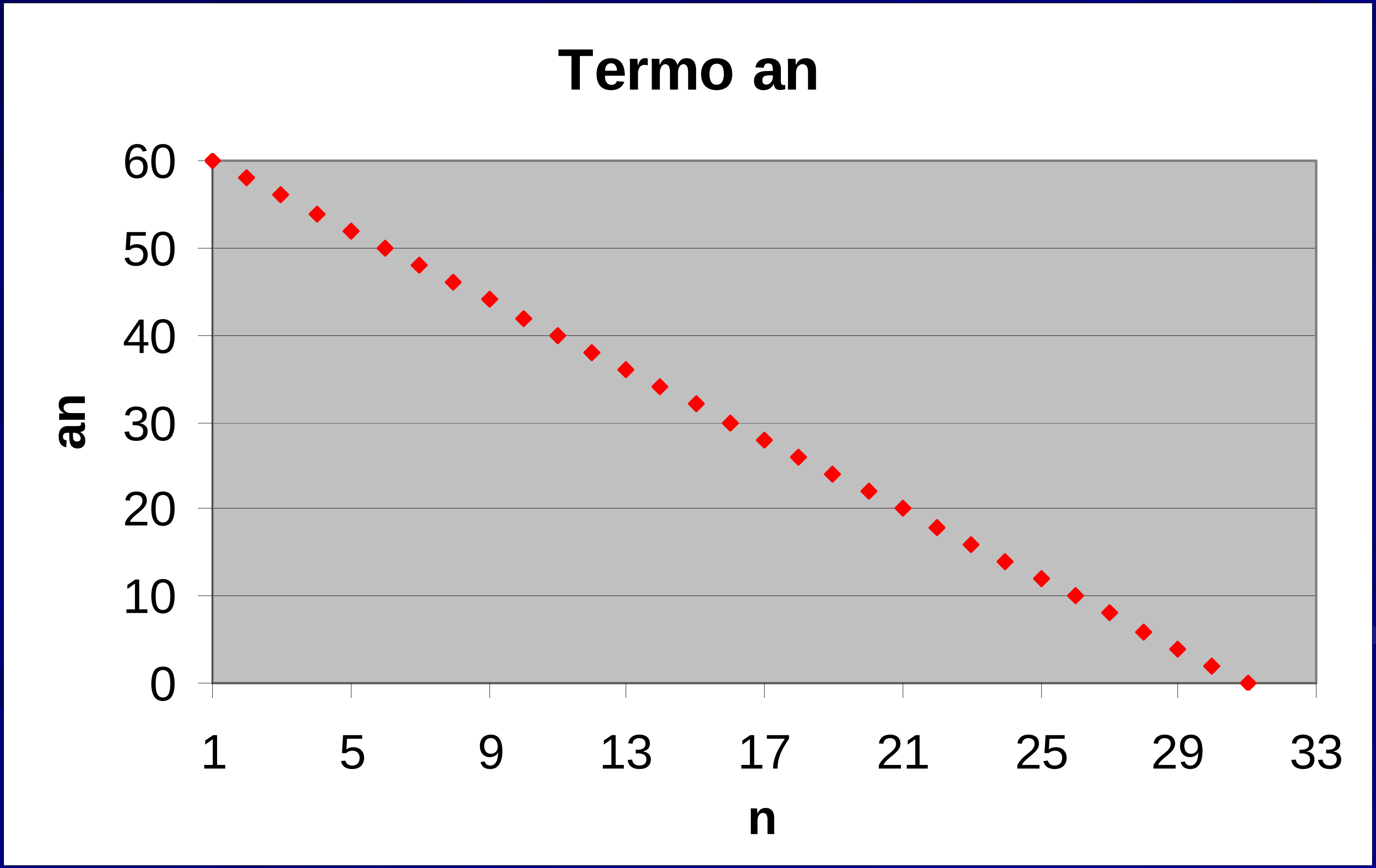
Assim, a quantia é $a_n=a_{n-1}-2$, n=1,2,3,...

E a quantia na observação n é $a_n=a_1-(n-1).2$

2) e para n=10, $a_{10}=60-9.2=42$

3) $a_n=0$ ou $60-(n-1).2=0$. Assim, n=31.
Tempo de extinção é $n_e=30.3=90$ h.

Gráfico da Solução 4 - a_n



Dinâmica Vital e PG

- Dinâmica vital dependem, fortemente, da quantidade de indivíduos.
- Esta característica permite a modelagem desse fenômeno por uma PG.

- Exemplo 5: Para acompanhar a quantidade de uma população de uma cidade, é feito um recenseamento a cada 5 anos, com população inicial de 1.000 pessoas. Suponha que não haja migração e que a população duplica a cada 5 anos.

1) Qual o número de habitantes em um tempo de observação qualquer n?
2) Qual a quantidade de pessoas na 10ª (1ª observação é tempo inicial) observação?
3) A soma total até 10ª observação (contando o tempo inicial).

Solução 5

1) A razão de crescimento é $q=2$

Assim, a quantia é $a_n=2a_{n-1}$, $n=1,2,3,...$

E a quantia na observação n é $a_n=a_1 2^{n-1}$

2) para $n=10$, $a_{10}=1000.2^9=512.000$

3) $S_{10}=1000(2^{10}-1)/(2-1)=1.023.000$

Gráfico da Solução 5 - a_n

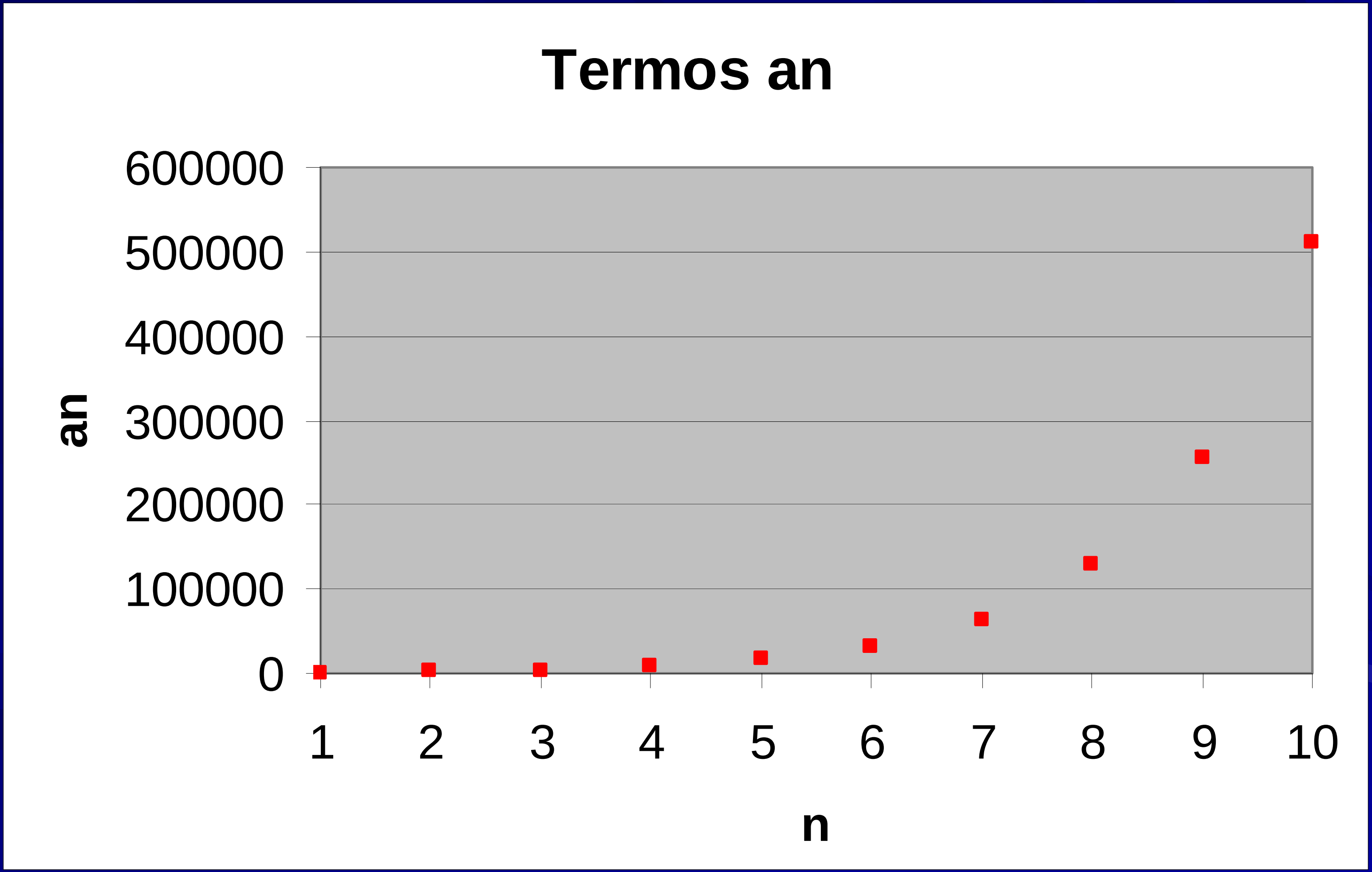
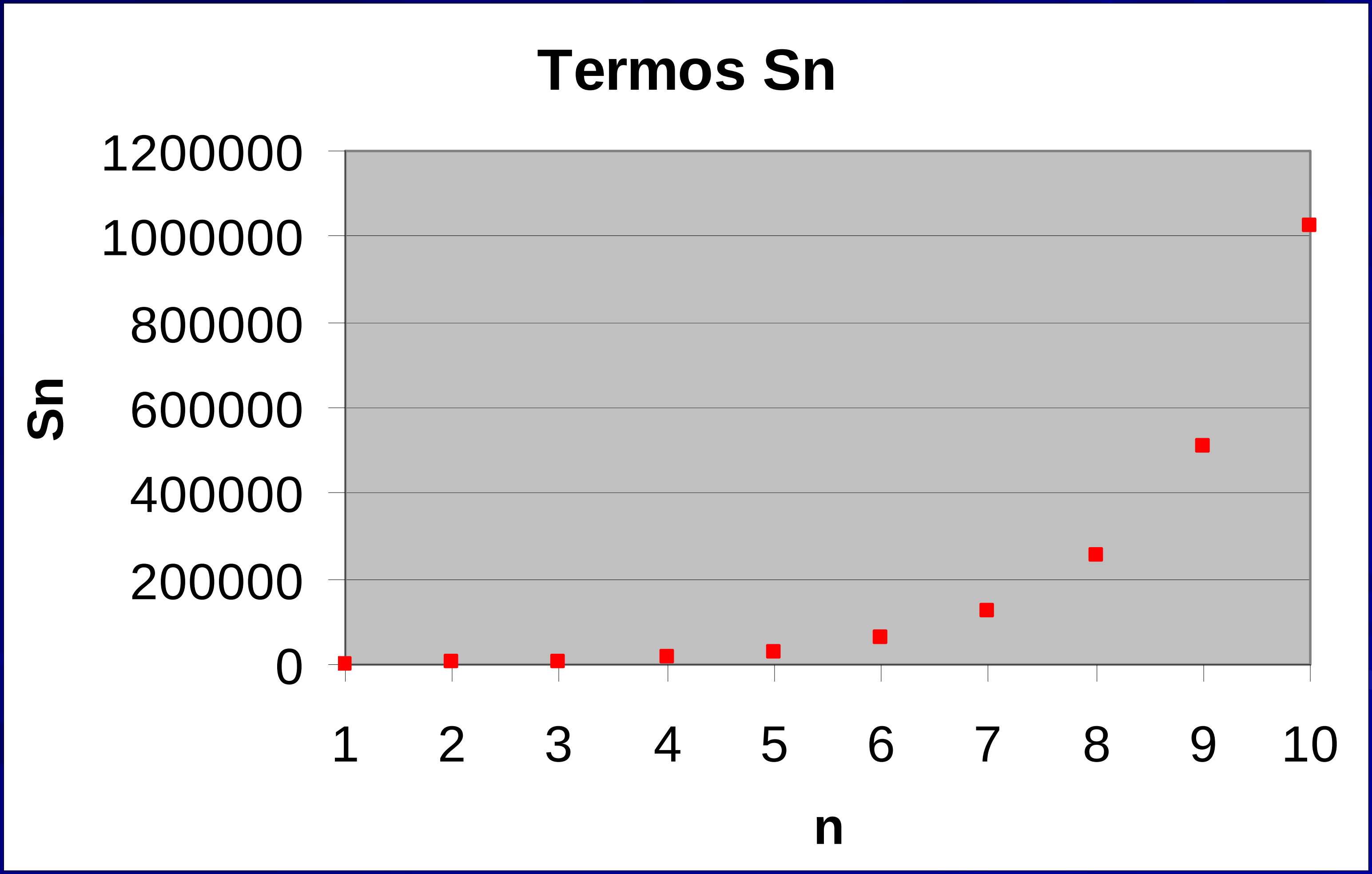


Gráfico da Solução 5 - S_n



- Exemplo 6: Para acompanhar a quantidade de uma população de uma cidade, é feito um recenseamento a cada 5 anos, inicialmente com 1.000 pessoas. Suponha que não haja migração e que a população diminui pela metade a cada 5 anos.

1) Qual o número de habitantes em um tempo de observação qualquer n?
2) Qual a quantidade de pessoas na 10ª observação?
3) A soma total até 10ª observação.
4) Qual o tempo de "extinção"?

Solução 6

1) A razão de crescimento é $q=1/2$

Assim, a quantia é $a_n=(1/2)a_{n-1}$, $n=1,2,3,\ldots$

E a quantia na observação n é $a_n=a_1(1/2)^{n-1}$

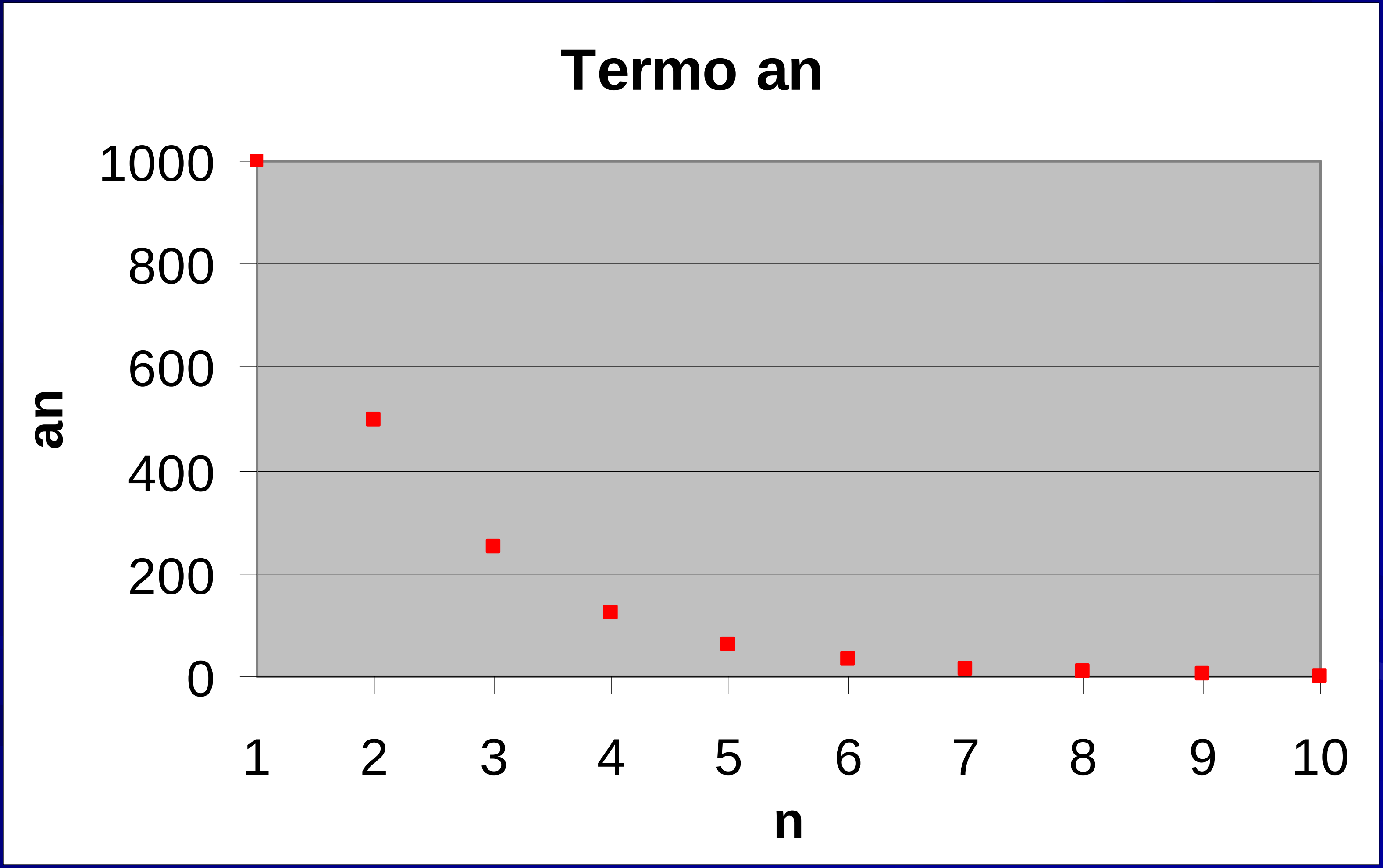
2) para $n=10$, $a_{10}=1000.(1/2)^9=1{,}95$, ou $a_{10}=2$.

3) $S_{10}=1000(1-(1/2)^{10})/(1-(1/2))=2000$

4) $a_n=1$, ou $1000.(1/2)^{n-1}=1$, ou $n=11$

Tempo de extinção: 50 anos.

Gráfico da Solução 6 - a_n



Taxa de Variação Anual

- Suponha que a população cresce (ou decresce) conforme uma taxa (r >0).

1) Se a população cresce, então a taxa é positiva, ou, taxa=r.
2) Se a população decresce, então a taxa é negativa, ou, taxa=-r.

- A taxa de variação decorre de

$$a_n = a_{n-1} + \text{taxa}.a_{n-1} = a_{n-1}\ (1+ \text{taxa}).$$

Regra de Variação de uma População com Taxa

Final de Período	Tamanho da População final, P_f (Po é a população inicial)	Simplificando
1	Po+Po*taxa	Po(1+ taxa)
2	Po(1+ taxa)+[Po(1+ taxa)]*taxa	Po(1+ taxa)*(1+ taxa) = $Po(1+ taxa)^2$
3	$Po(1+ taxa)^2$+[$Po(1+ taxa)^2$]*taxa	[$Po(1+ taxa)^2$]*(1+ taxa) = $Po(1+ taxa)^3$
n	....	$P_f = P_0(1+ taxa)^n$

Fórmulas Alternativas

- Valor Presente

  $P_0=P_f(1+taxa)^{-n}$

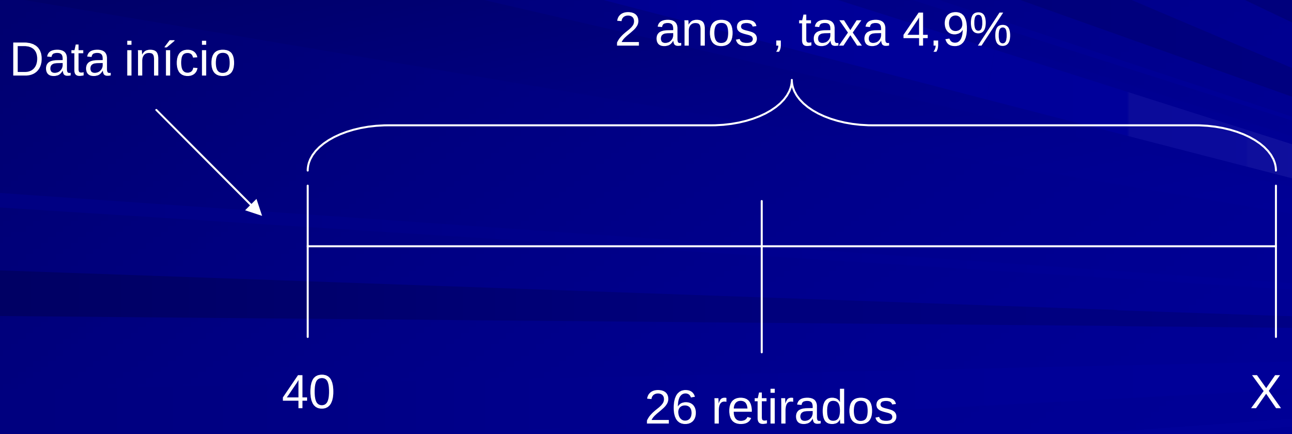
Permite calcular quantidade inicial P_0 a partir da quantidade da população no tempo t =n, P_f, que varia com certa taxa.

- População em declínio

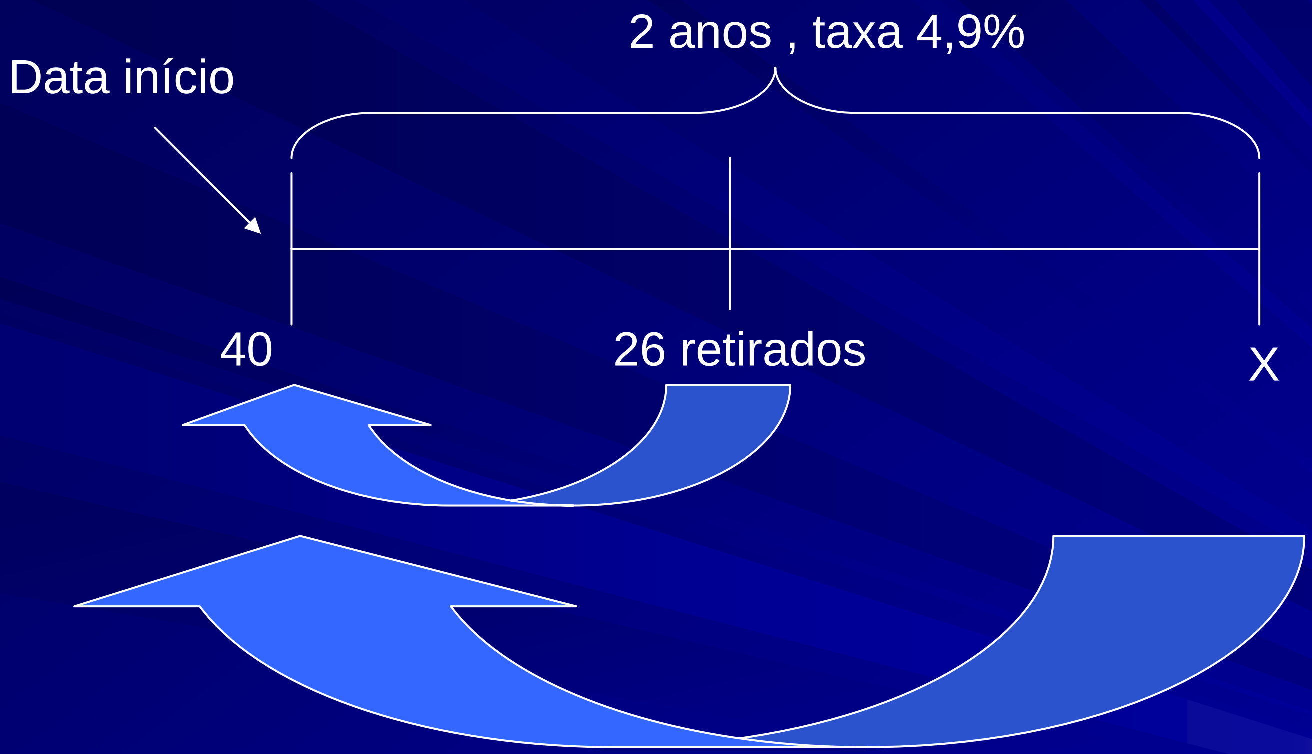
  $P_f=P_0(1-r)^n$

Permite calcular tempo de extinção

Exemplo 7: Qual é o número de indivíduos ao final de 2 anos supondo que foram retirados 26 no final do primeiro ano e a taxa de crescimento é 4,9% ao ano, para uma população inicial de 40 individuos?



Solução 7



De $X=(40(1+0{,}049)-26)(1+0{,}049)$ ou $40 = 26(1+0{,}049)^{-1} + X(1+0{,}049)^{-2}$

Tem-se X =16,74 → 17 indivíduos

- Exemplo 8: Qual é a quantidade mínima de uma população inicial para poder retirar 20 indivíduos a cada ano de forma permanente, sabendo que esta população cresce a uma taxa de 5,3% ao ano.

Solução 8:

Tem-se: $P_{n+1}=P_n(1+taxa)-X$, mas sob a condição $P_{n+1}=P_n$, que vale para n=0.

Logo, $P_0= X/(taxa) = 20/0,053 = 377,3$

População mínima 378 indivíduos

Atualizando População mais que Uma Vez ao Ano

- Uma taxa de crescimento de 100% ao ano (duplicação em um ano) pode ser atualizada várias vezes ao longo do ano.
- Motivação: Juros compostos.

Economia e Dinâmica Populacional

- Parâmetros de econometria – Juros Compostos:

1) Capital inicial – P
2) Capital final – C
3) Taxa de juros anuais – r
4) Número de reajustes anuais – n
5) Quantidade de anos aplicado – t

- Exemplo 9: Um banco paga 100% de juros (incluindo correção monetária) sobre Capital investido, P, em um ano. Qual será seu Capital ao final de ano se:

1) O reajuste é 1 única vez no final de ano.
2) O reajuste é a cada final de semestre.
3) O reajuste é a cada final de mês.
4) O reajuste é diário.
5) O reajuste é a cada segundo.
6) O reajuste é feito n vezes. E para n grande?

Solução 9

A taxa é 100% ao ano

1) Anual => $r=1$: $C=P(1+1)=2P$

2) Semestral => $r=1/2$: $C=P(1+1/2)^2=2,25P$

3) Mensal => $r=1/12$: $C=P(1+1/12)^{12}=2,613P$

4) Diário => $r=1/365$:
$C=P(1+1/365)^{365}=2,71457P$

5) Por segundo => $r=1/31.536.000$:
$C=P(1+1/31.536.000)^{31.536.000}=2,71828P$

Número Neperiano *e*

6) Para n vezes ao ano (taxa de 100% ao ano) => r =1/n: $C=P(1+1/n)^n$

Para n grande, que é simbolizado por $n\to\infty$, tem-se

$$C = P\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = P\times e$$

onde *e* representa o número Neperiano, *e*=2,7182818...

Número Neperiano e

- Entendendo o significado de limite anterior:

Para n=1: $(1+1/n)^n = (1+1)^1 = 2$;

Para n=2: $(1+1/2)^2 = 2{,}25$;

Para n=3: $(1+1/3)^3 = 2{,}37$;

Para n=10: $(1+1/10)^{10} = 2{,}59$;

Para n=100: $(1+1/100)^{100} = 2{,}70$;

Para n=1.000: $(1+1/1000)^{1.000} = 2{,}7169$;

Para n=10.000: $(1+1/10.000)^{10.000} = 2{,}7181 \sim e$

- Exemplo 10: Um banco paga 100% de juros (incluindo correção monetária) sobre Capital investido, P, em um ano, o qual é reajustado n vezes durante o ano. Qual será seu Capital ao final de t anos? O que acontece para n grande?

Solução 10

A taxa é 100% ao ano reajustado n vezes, ou $r = 1/n$

1) No primeiro ano: $C_1 = P(1+1/n)^n$
2) No segundo ano: $C_2 = C_1(1+1/n)^n$
$= P(1+1/n)^n(1+1/n)^n = P[(1+1/n)^n]^2$
3) No terceiro ano: $C_3 = P[(1+1/n)^n]^3$
4) ...
5) No ano t: $C_t = P[(1+1/n)^n]^t$

Função Contínua Exponencial

Para n grande, tem-se

$$C_t = P\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]^t = P\times e^t$$

A função e^t é uma função contínua, chamada exponencial de base *e*.

Economia e Dinâmica Populacional

- Parâmetros de Dinâmica Populacional – Dinâmica Vital:

1) População inicial – P
2) População final – C
3) Taxa de crescimento anual – r
4) Número de atualizações anuais – n
5) Quantidade de anos observado – t

- Exemplo 11: Uma população, de tamanho inicial 2, tem taxa de crescimento de 100% ao ano. Qual será sua população ao final de ano se o crescimento é:

1) Atualizado 1 única vez no final de ano.
2) Atualizado a cada final de semestre.
3) Atualizado a cada final de mês.
4) Atualizado diariamente.
5) Atualizado a cada segundo.
6) Atualizado n vezes. E para n grande?

Solução 11

A taxa é 100% ao ano

1) Anual => r =1: C=2(1+1)=4

2) Semestral => r =1/2: $C=2(1+1/2)^2=4,4$

3) Mensal => r =1/12: $C=2(1+1/12)^{12}=5,226$

4) Diária => r =1/365:
$C=2(1+1/365)^{365}=5,42914$

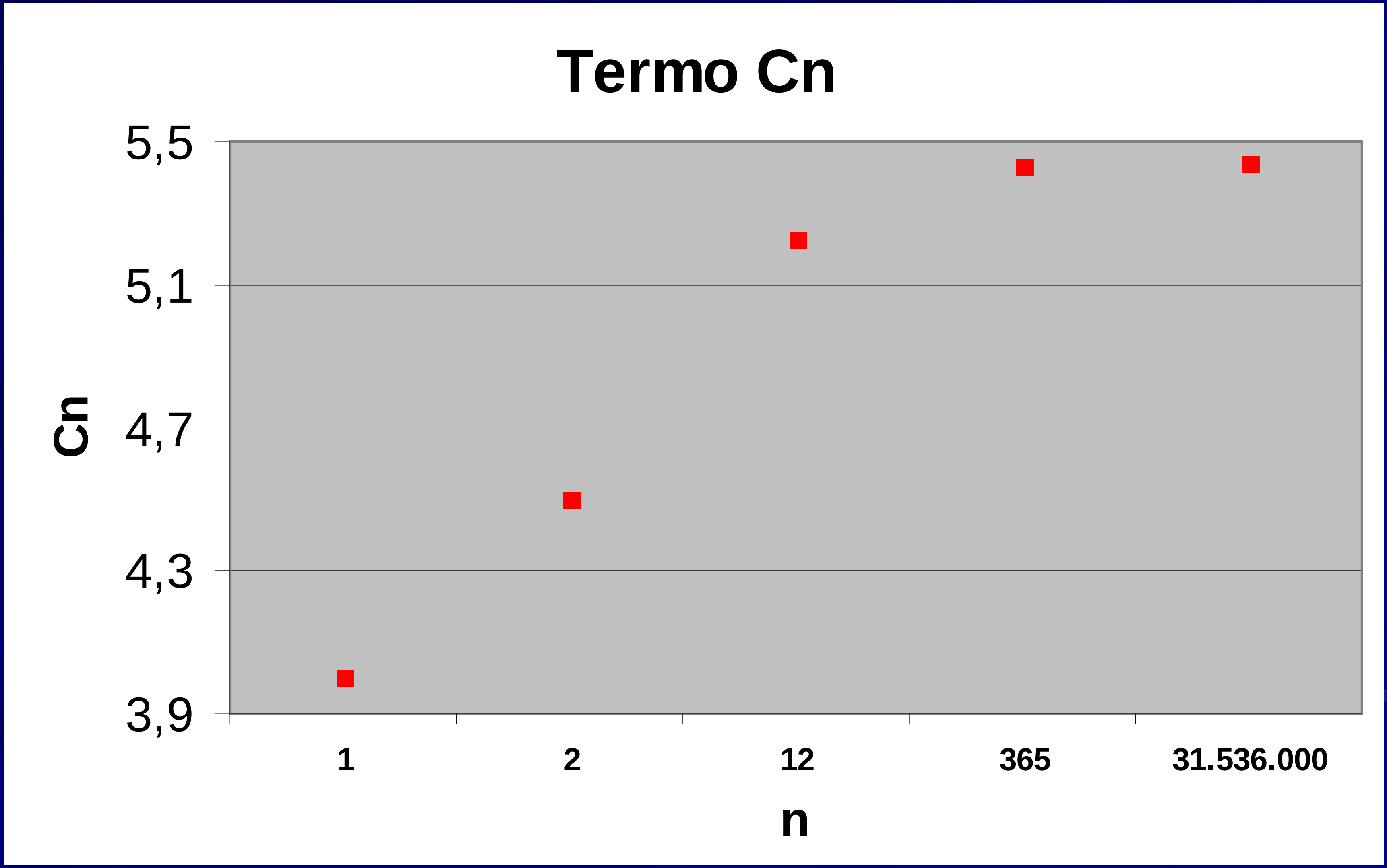
Solução 11

5) Por segundo => r=1/31.536.000: $C=2(1+1/31.536.000)^{31.536.000}=5,43656$

6) Para n vezes ao ano (taxa de 100% ao ano) => r =1/n: $C=2(1+1/n)^{n}$

Para n grande, que é simbolizado por $n\rightarrow\infty$, tem-se $C=2xe=5,43656$

Gráfico da Solução 11 - C_n



- Exemplo 12: Uma população tem taxa de crescimento de 100% ao ano, o qual é atualizado n vezes durante o ano. Qual será sua população ao final de t anos, se havia 2 no início?
- Exemplo 13: Uma população tem taxa de decrescimento de 50% ao ano, o qual é atualizado n vezes durante o ano. Qual será sua população ao final de t anos, se havia 1000 no início?

Nos dois exemplos, considere, também, n grande.

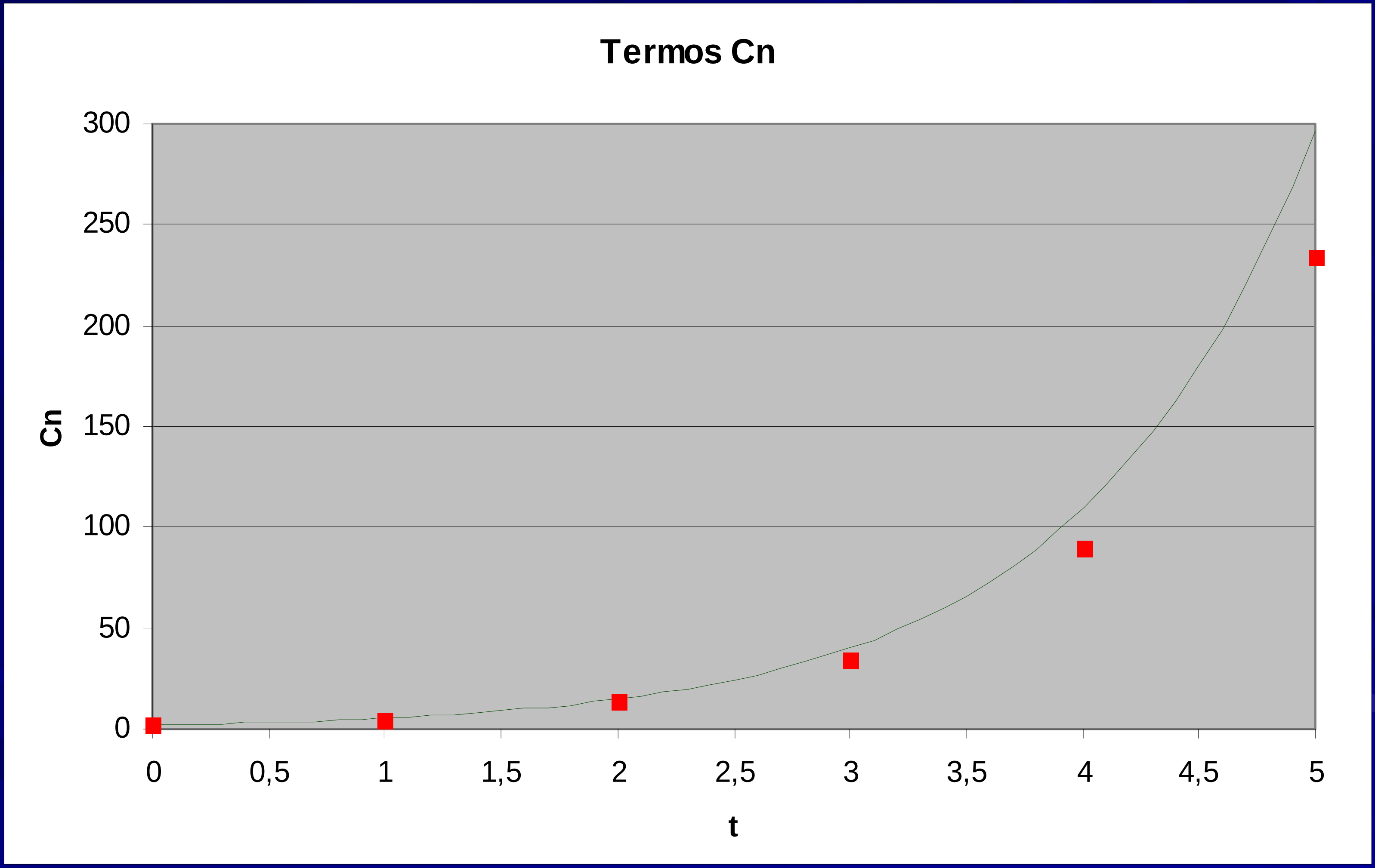
Solução 12

1) No ano t: $C_t=2[(1+1/n)^n]^t$

2) Para n grande, no ano t: $C_t=2e^t$

Próximo gráfico: n=10 (retângulos) e n grande (curva contínua)

Gráfico da Solução 12 - Cn



Solução 13

1) No ano t: C_t=1000x[(1-1/n)^n]^t

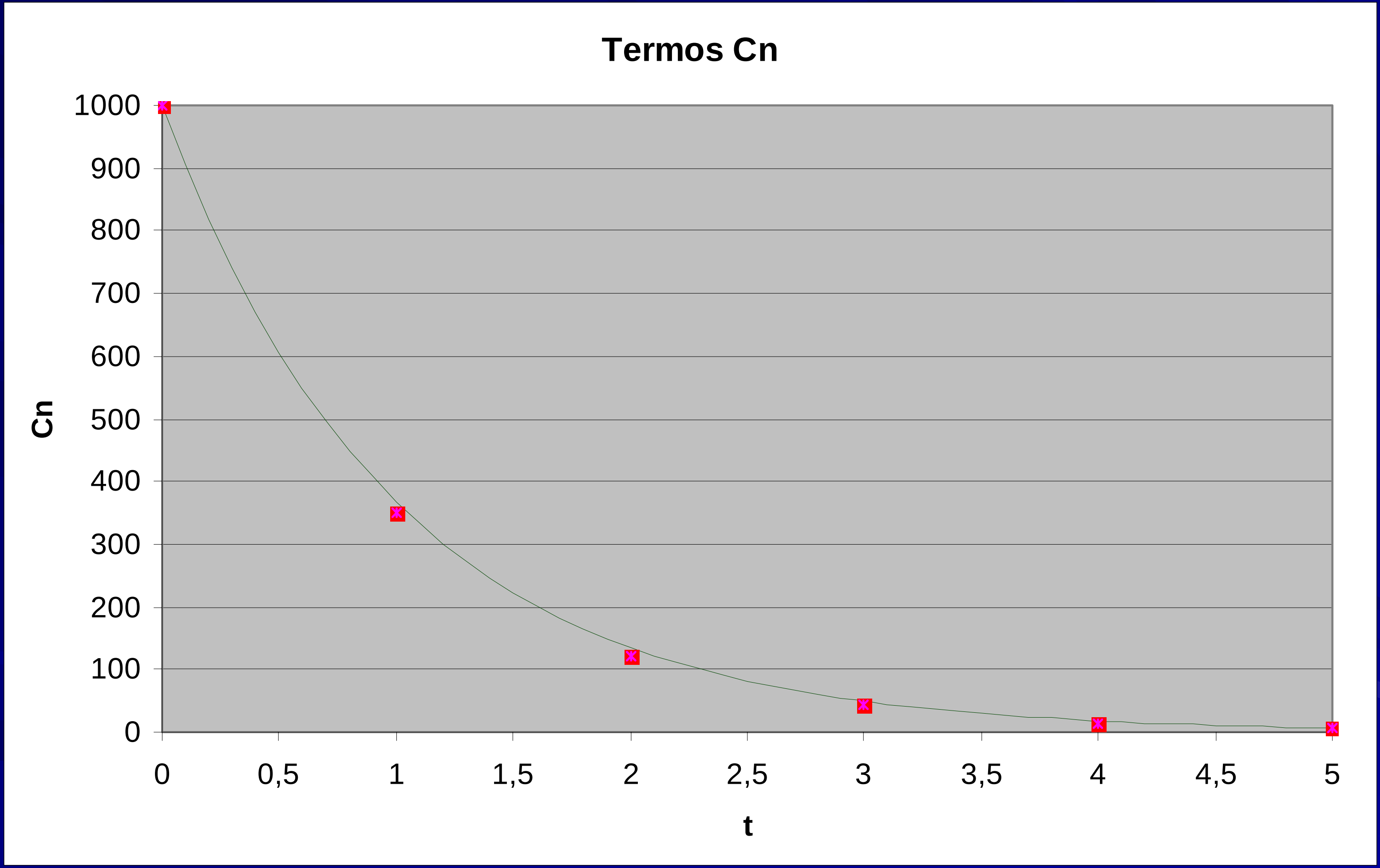
2) Para n grande, no ano t: C_t=1000xe^{-t}

Obs.:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n = e^{-1}$$

Próximo gráfico: n=10 (retângulos) e n grande (curva contínua)

Gráfico da solução 13 - C_n



Tomada de Decisão

Você precisa comprar uma T.V. nova e o vendedor da loja lhe faz duas propostas: adquirir um aparelho de TV por R$ 500,00 à vista ou em 5 parcelas de R$ 110,00. Você tem R$ 550,00 para comprar a televisão. Sabendo que a aplicação do dinheiro no banco dá um rendimento de 1% ao mês, descubra qual a melhor opção:

“comprar à vista ou comprar parcelado e ir aplicando o restante do dinheiro no banco”.

Solução

Para decidir qual a melhor opção, devemos verificar qual o rendimento que obteremos aplicando o dinheiro e comprando de forma parcelada. Sendo assim, temos:

- Primeiro, pagamos R$ 110,00 e ficamos com R$ 440,00 para a aplicação. Isto nos leva a R$ 440,00 + 0,01xR$ 440,00 = R$ 444,40.

- No pagamento da segunda parcela, pagamos novamente R$110,00 e ficamos com R$ 334,40. Com o rendimento, obtemos R$ 337,74.

- No pagamento da terceira parcela, ficamos com R$ 227,74 para a aplicação e com o rendimento, obtemos R$ 230,00.

- No pagamento da quarta parcela, ficamos com R$ 120,00 para a aplicação e com o rendimento, obtemos R$ 121,20.

- No pagamento da quinta parcela, ficamos com saldo de R$ 11,20. Ou seja, pagamos R$ 538,80.

Conclusão: Melhor é pagar à vista, e deixar R$ 50,00 rendendo. Assim, o “rendimento” seria R$ 50,00 + R$ 2,55 = R$ 52,55 se pagar uma única vez R$ 500,00, em vez de R$ 11,20 parcelado.

Parte II – Estatística

Amostragem
Pesquisa de opinião

Conceitos

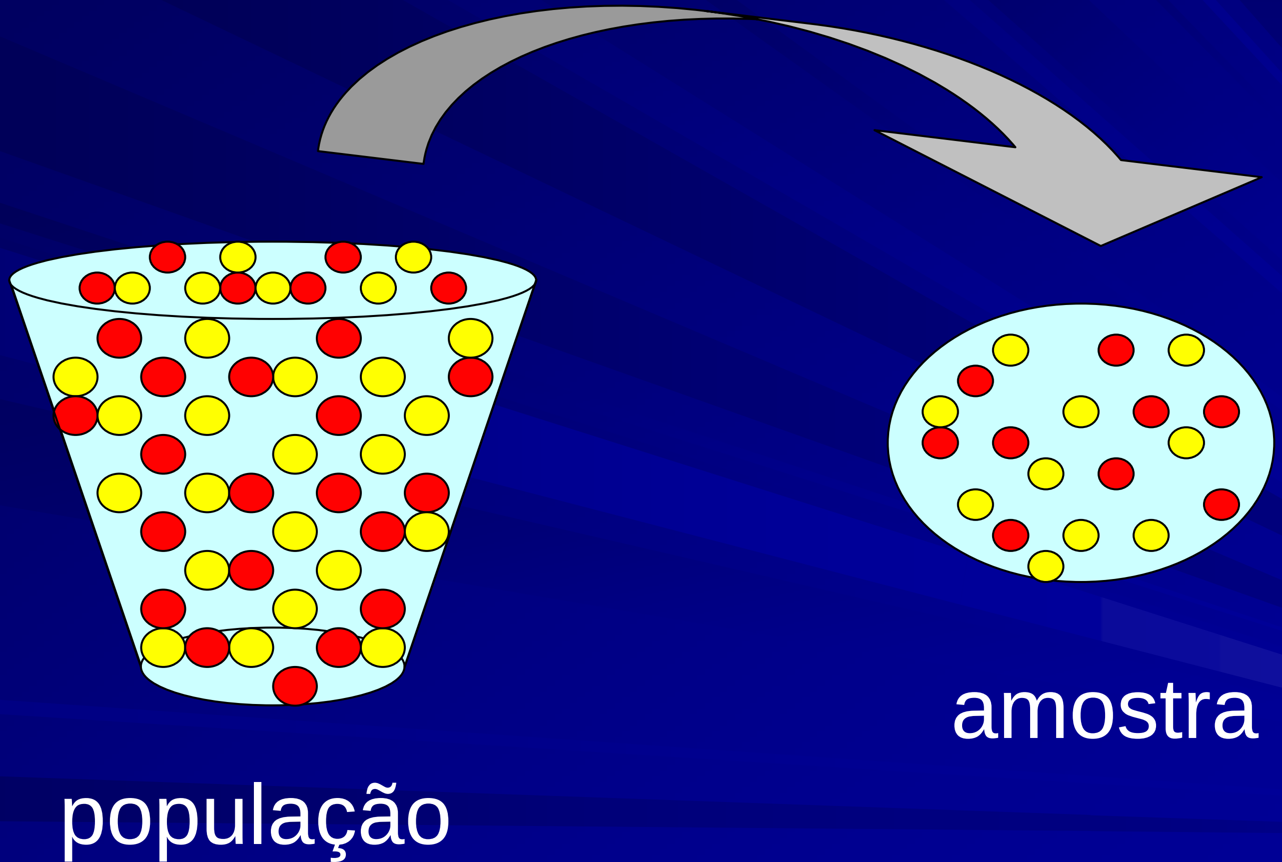
População:

Conjunto de indivíduos ou objetos que apresentam uma ou mais características em comum.

Amostra:

Parte de uma população da qual são estudadas as características.

Exemplo



Amostragem

O objetivo de se fazer amostragem é de assegurar informações importantes a respeito da população sem a necessidade de observá-la na íntegra.

Usa-se amostragem:

- Em pesquisas de opinião, onde não é preciso entrevistar todas as pessoas para ter idéia do resultado

- Em fábricas, controle de qualidade, onde deseja-se saber a porcentagem de peças defeituosas sem ter a necessidade de examinar todas as peças
- entre outros...

Problema

Temos uma urna com 100 bolinhas

X bolinhas vermelhas e Y bolinhas brancas

Qual a proporção de bolinhas vermelhas na urna?

Vamos estimar através de uma amostra.

Atividade

Amostrando de uma urna

(pesquisa de opinião entre duas opções)

Amostra 1

Retiramos 10 bolinhas da urna (amostra) e contamos quantas são vermelhas (uma das opções).

Temos 3 bolas vermelhas.

A proporção de bolinhas vermelhas na amostra é 3/10 = 0,3.

Logo a proporção estimada de bolinhas vermelhas na urna é de 0,3.

Amostra 2

Retiramos outra amostra de 10 bolinhas da urna e contamos quantas são vermelhas.

Temos 4 bolas vermelhas

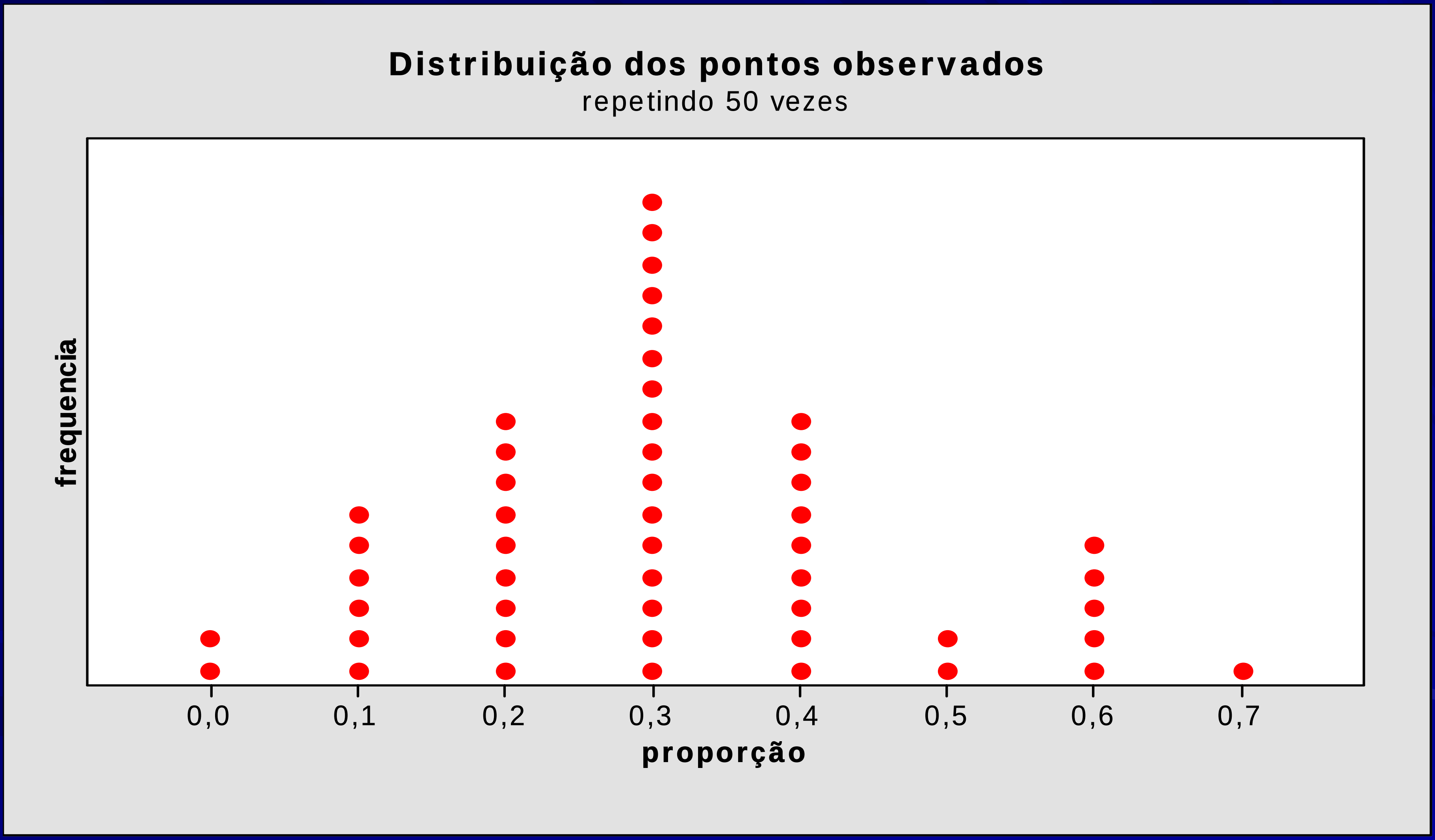
A proporção de bolinhas vermelhas na amostra é $4/10 = 0,4$.

A proporção estimada na urna é de 0,4.

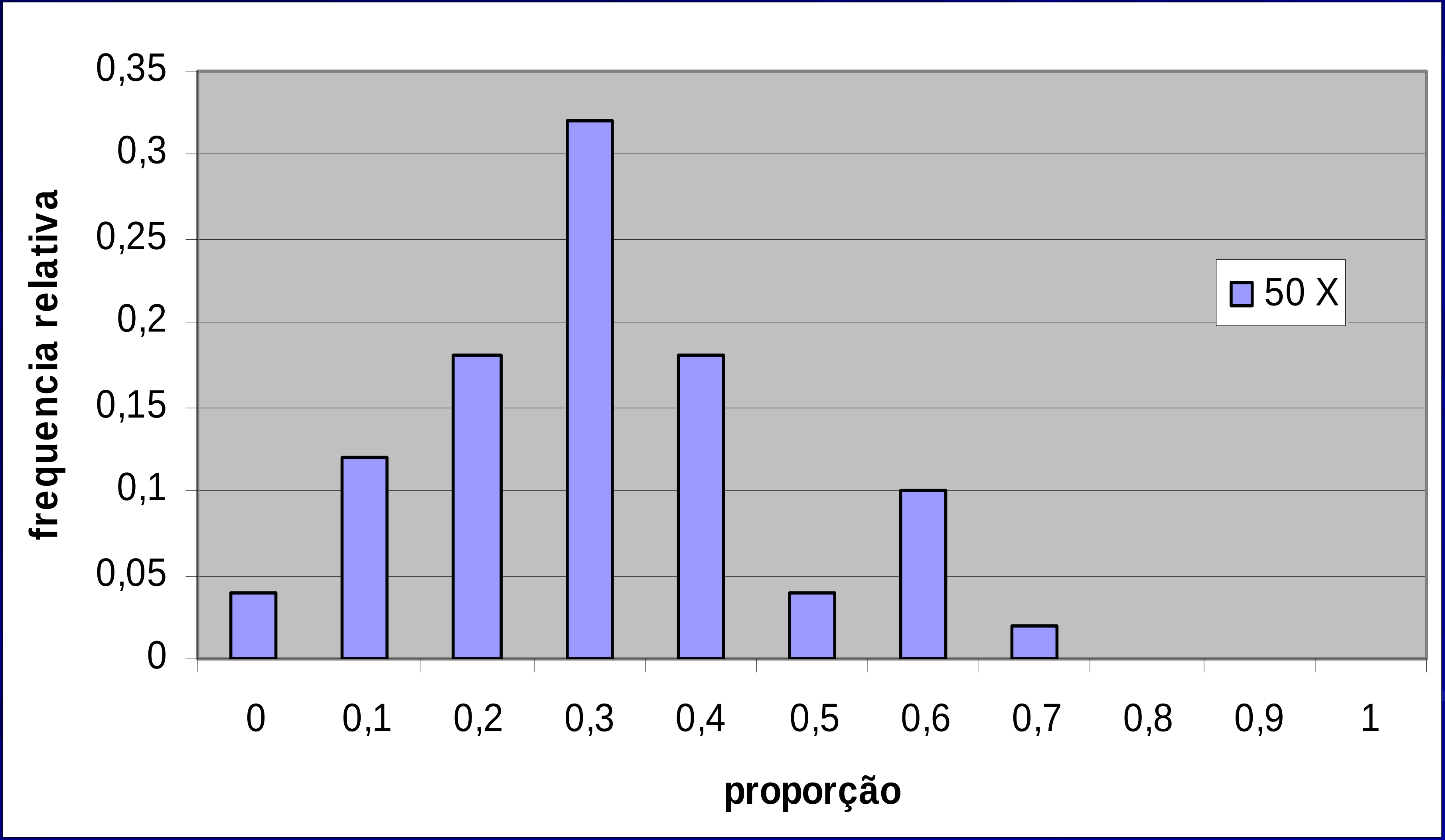
Tabela com a observação de duas amostras

Amostras	# bolinhas vermelhas na amostra	Proporção estimado na urna
Amostra 1	3	0,3
Amostra 2	4	0,4

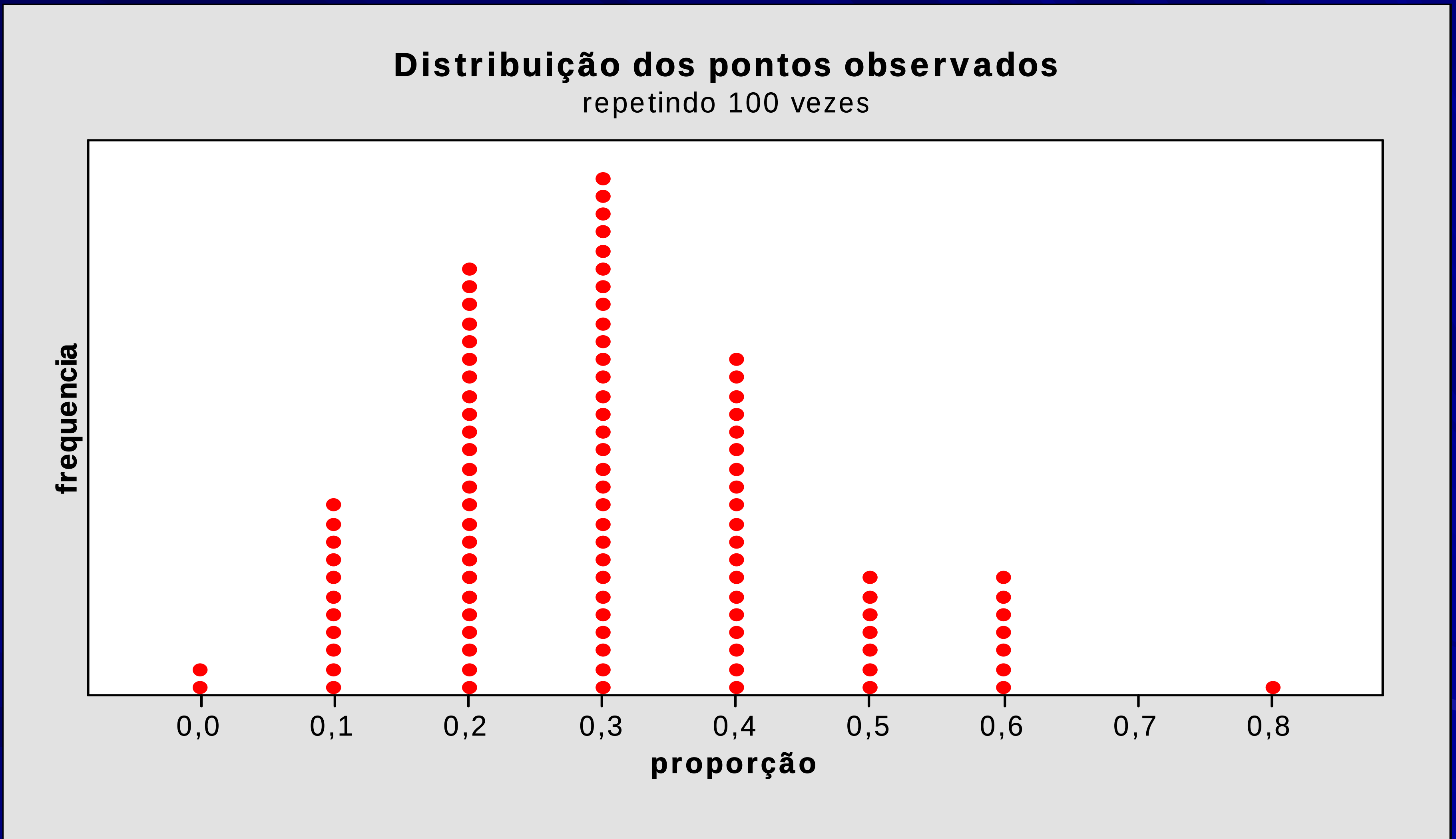
Agora, repetimos esse procedimento 50 vezes



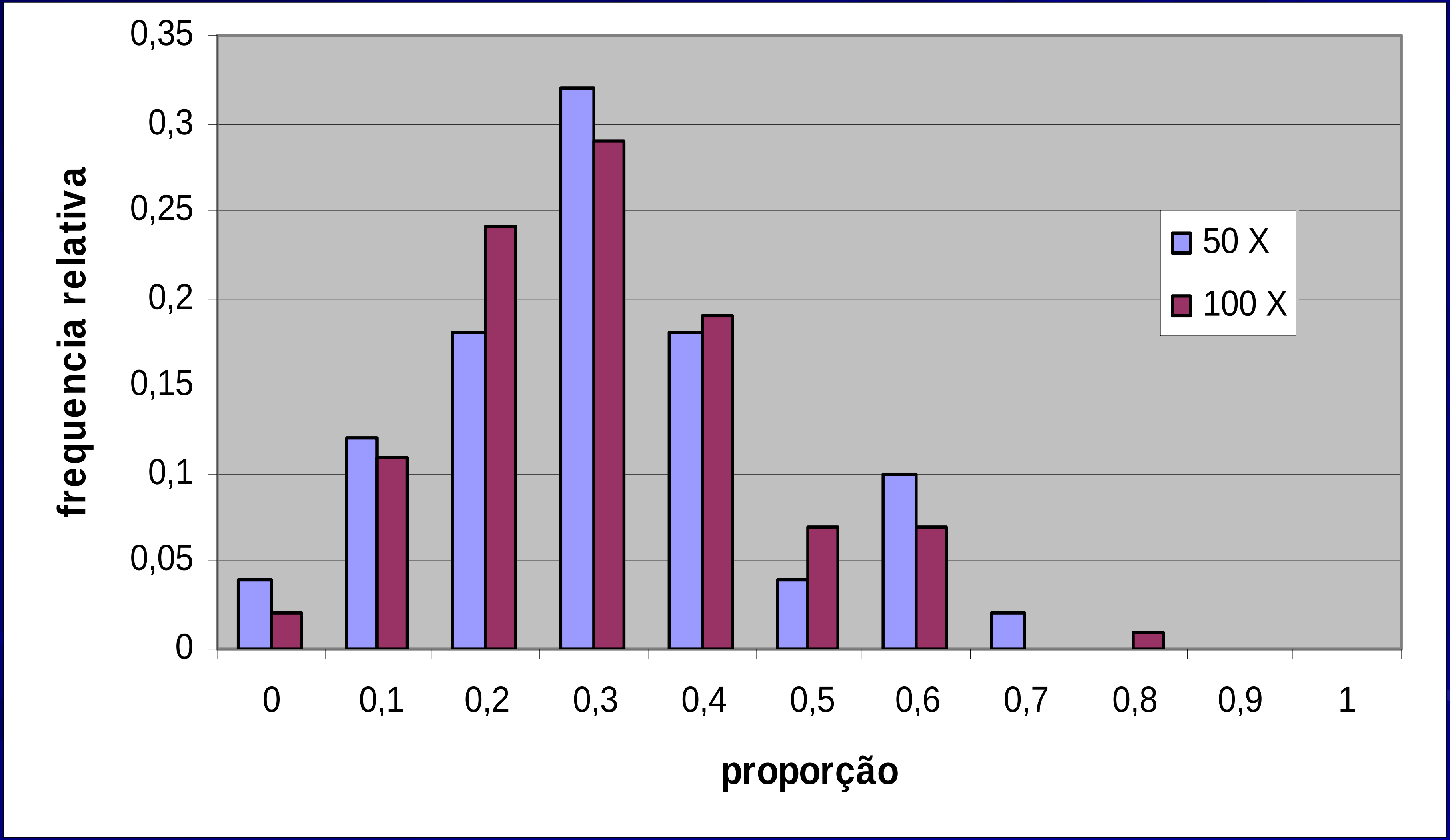
Outra maneira de ver o gráfico



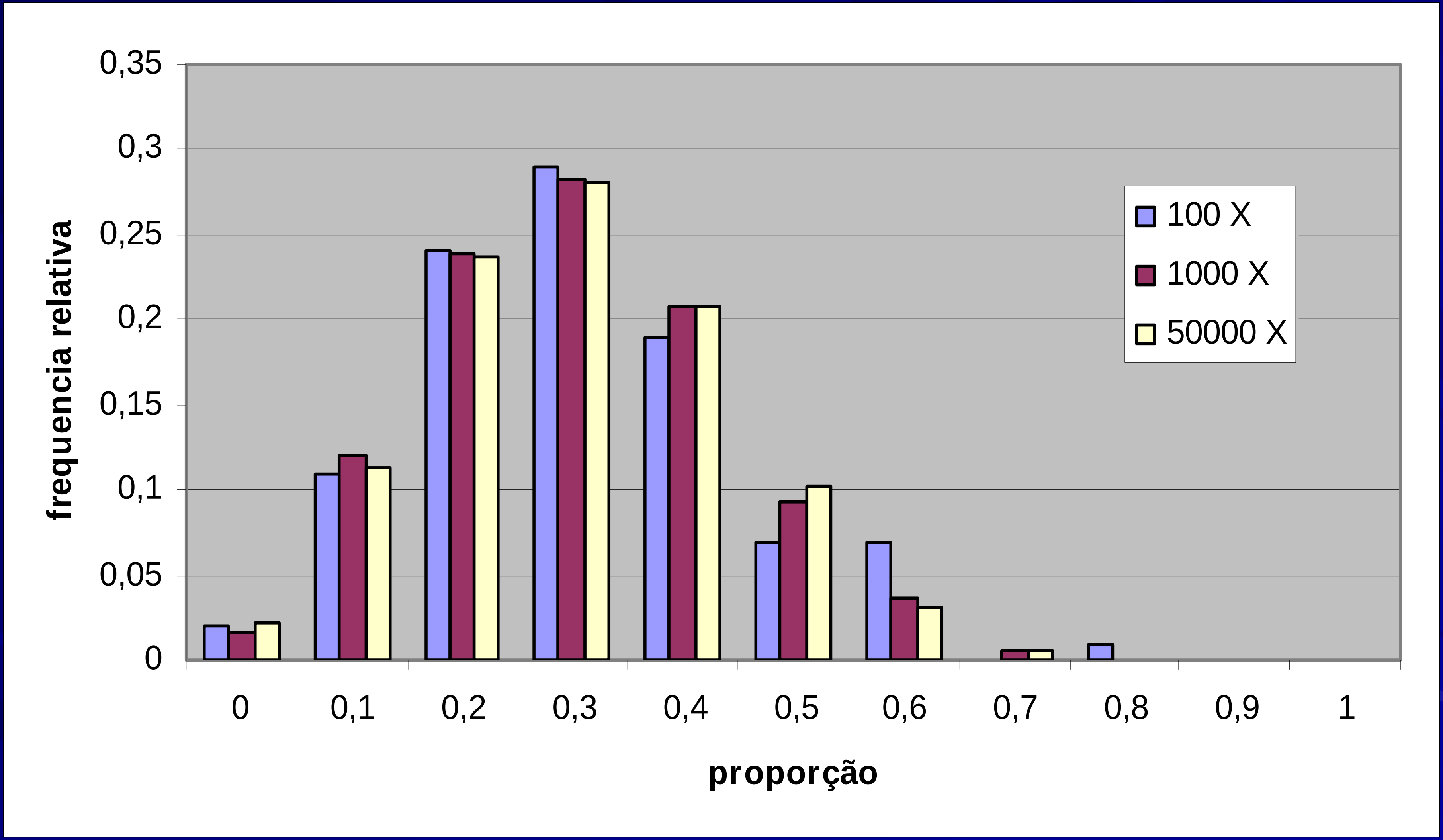
Repetindo esse procedimento 100 vezes temos



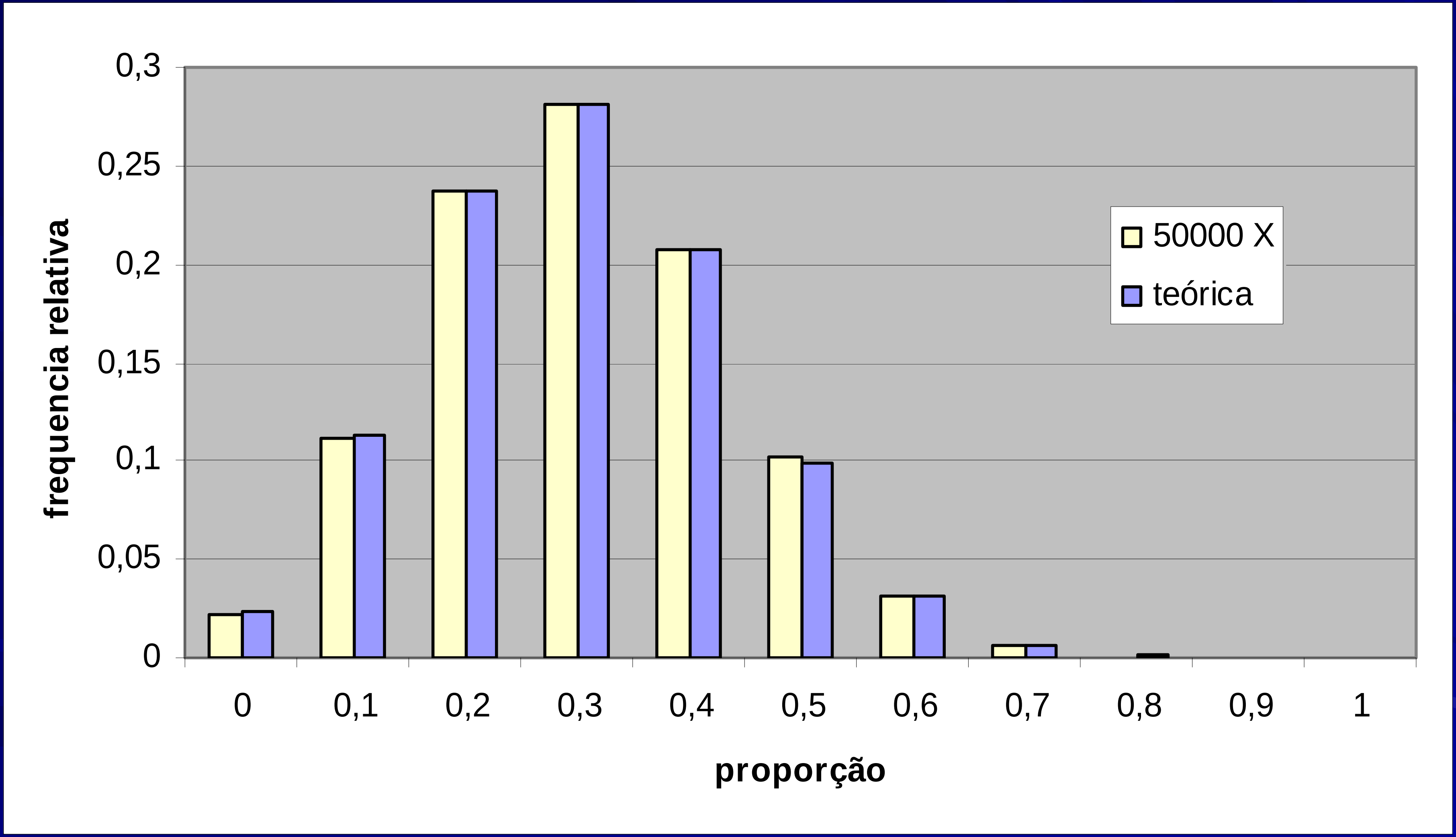
Comparando os resultados de 50 e 100 vezes temos



Comparando 100, 1000 e 50000 vezes



Agora comparando 50000 e a distribuição teórica



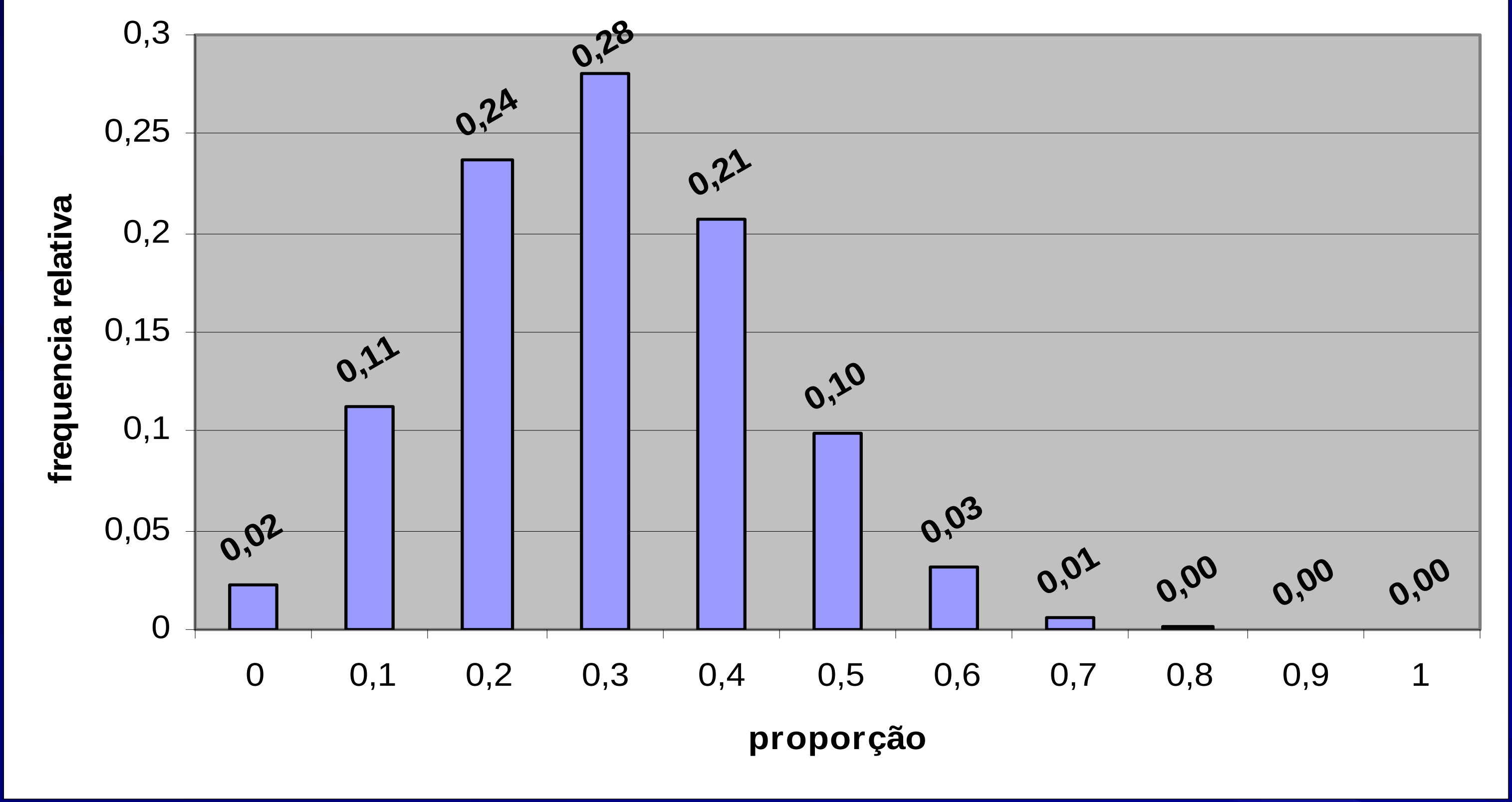
Conclusões

Quando aumentamos bastante o número de experimentos a frequência relativa parece convergir para um valor.

Pode-se mostar que isto ocorre e calcular os valores limites (Cálculo de Probabilidades). Desta forma, não é necessário realizar o experimento. Esta distribuição é chamada distribuição real ou teórica.

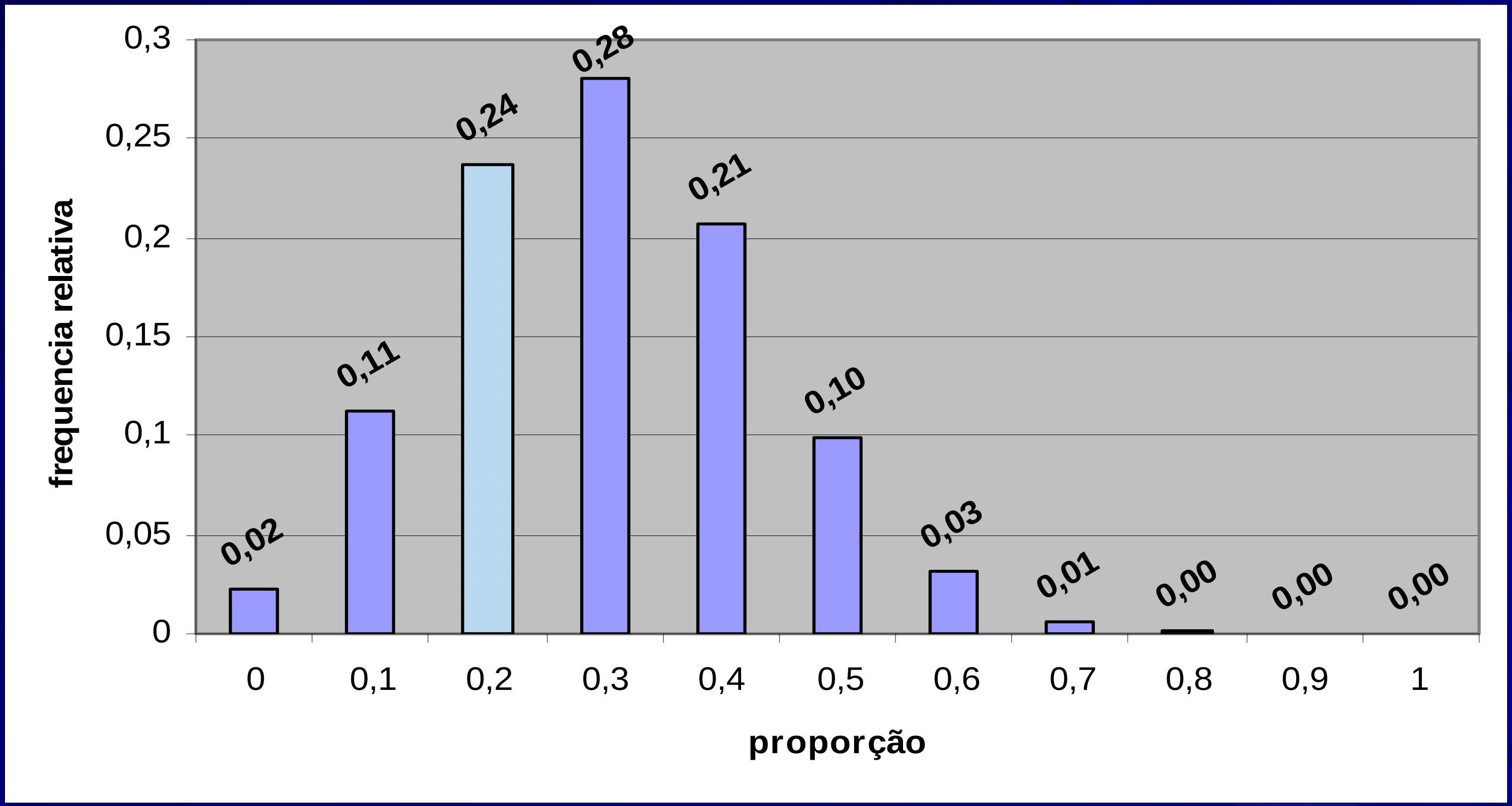
Vamos ver a seguir como podemos utilizar esta distribuição para medir a incerteza ou confiança na estimativa encontrada, ou a ser encontrada, no experimento.

Distribuição teórica com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



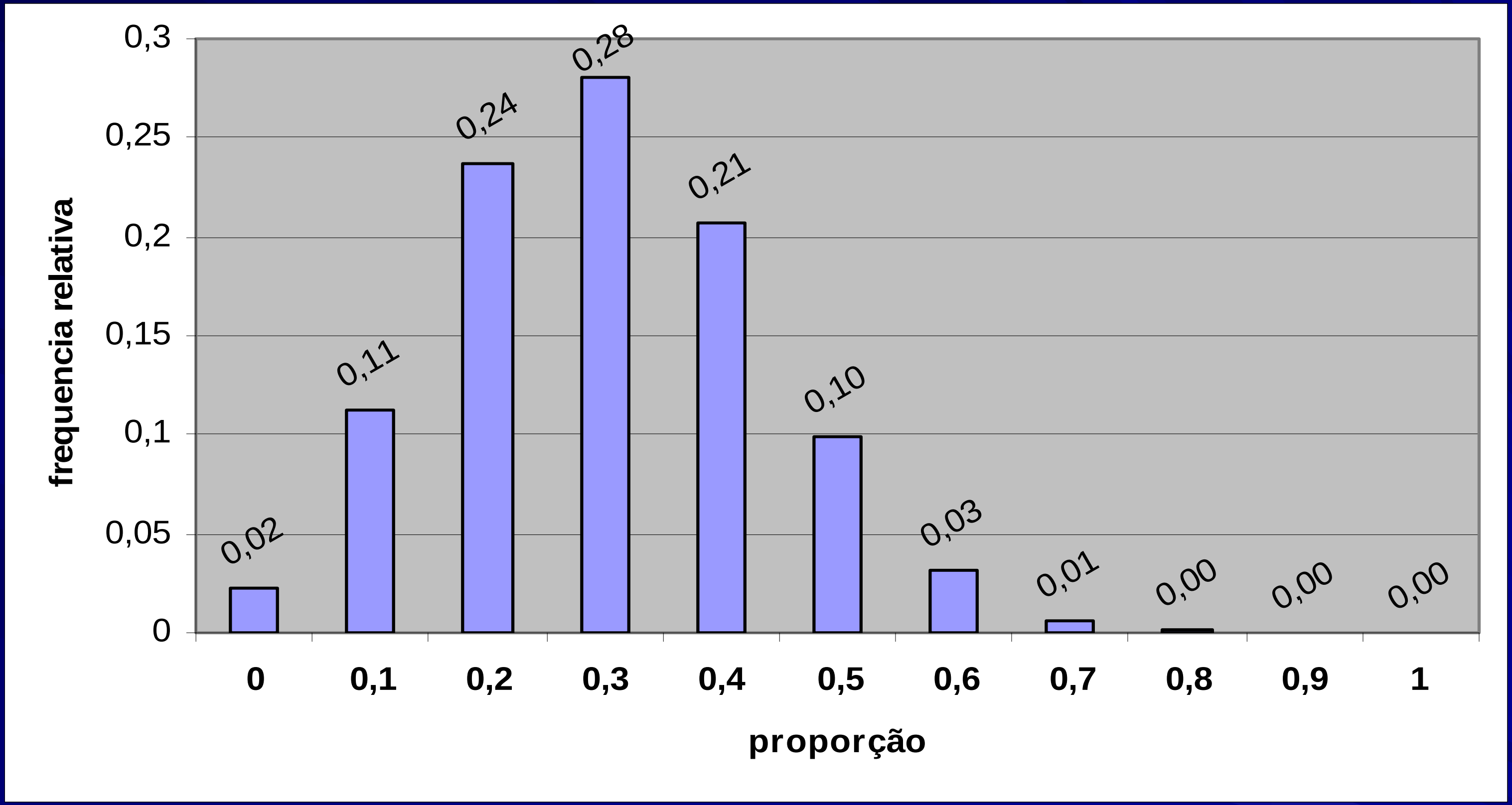
Qual a freqüência relativa (probabilidade) em que você estimaria a proporção verdadeira como 0,2?

Distribuição teórica com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



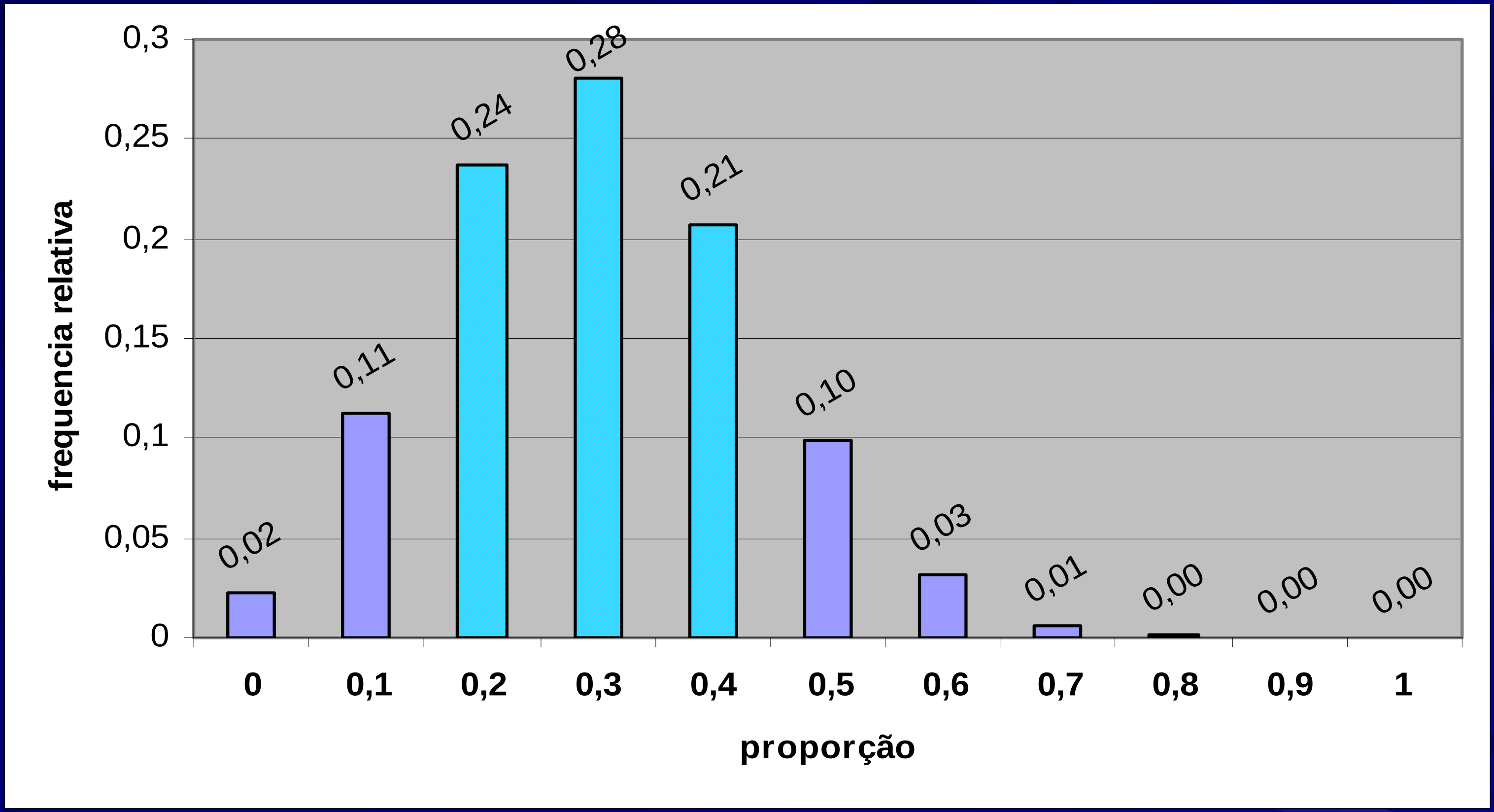
Resposta: A probabilidade de estimar a proporção verdadeira como 0,2 é ***0,24***

Distribuição teórica com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



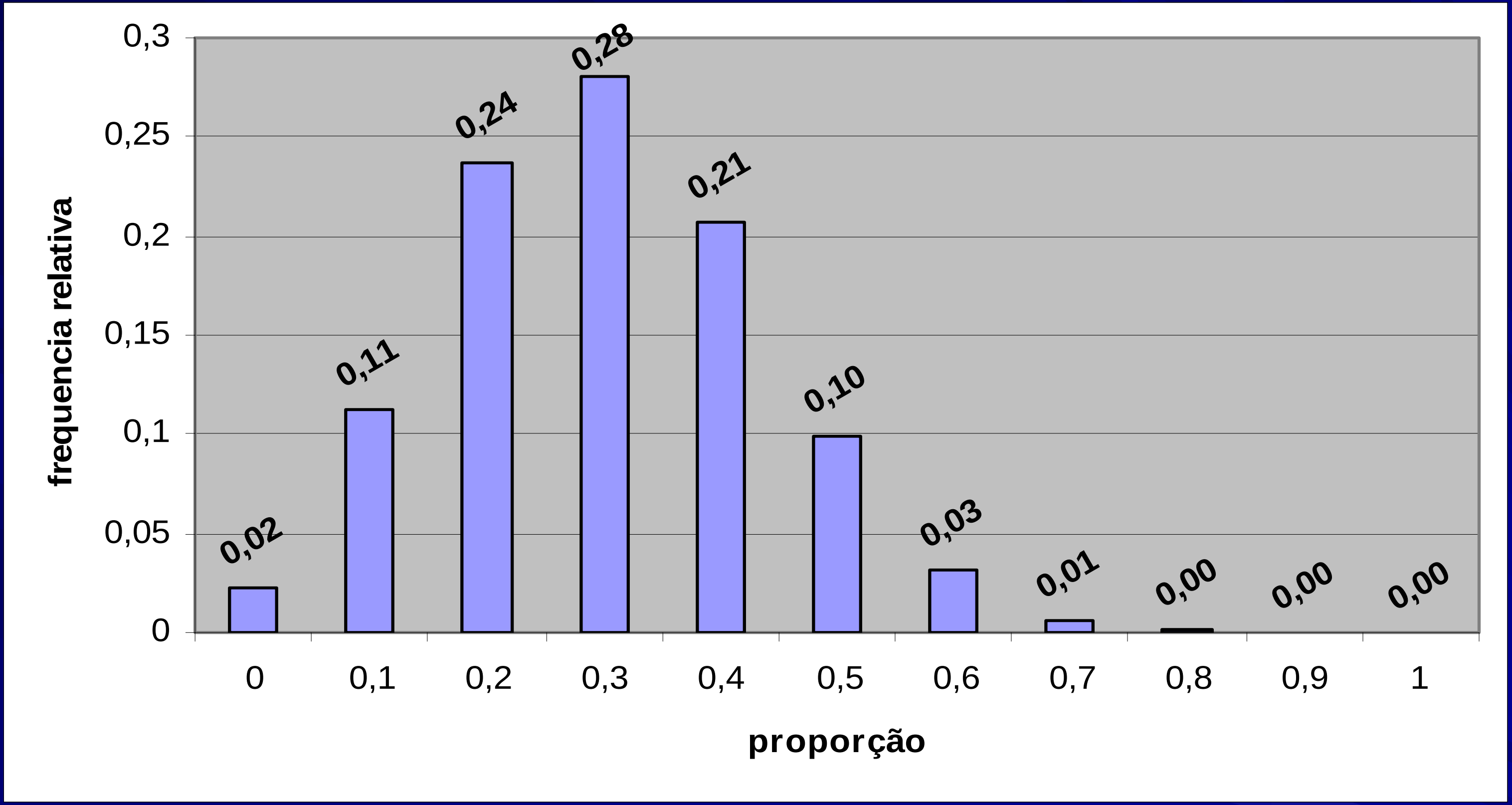
Quando o erro de estimativa é menor ou igual a 0,1?

Distribuição teórica
com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



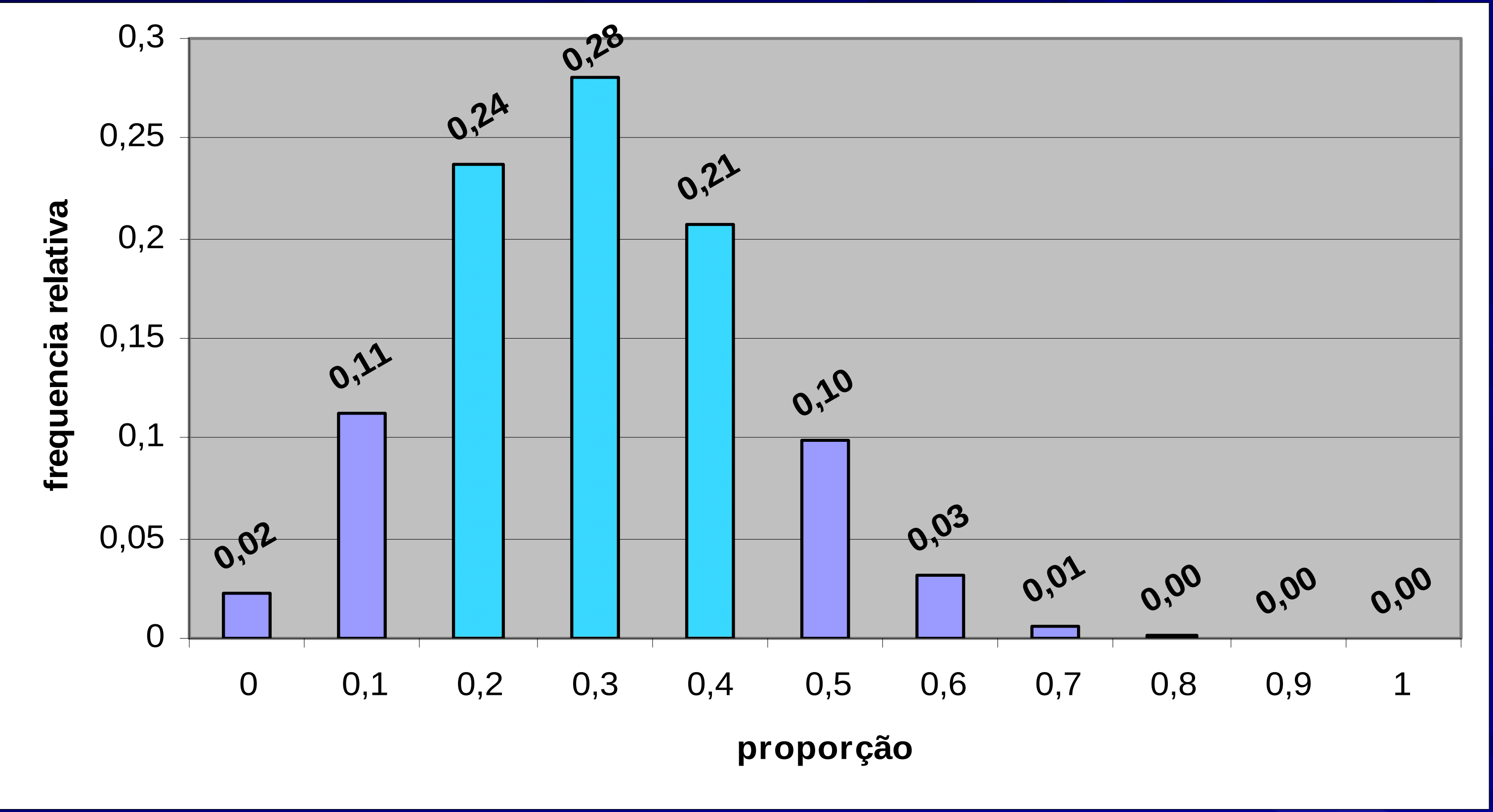
Quando temos 2, 3 ou 4 bolas vermelhas na amostra. Neste caso, as estimativas seriam iguais a 0,2 (erro de 0,1), 0,3 (erro zero) e 0,4 (erro de 0,1), respectivamente.

Distribuição teórica com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



Qual a probabilidade de termos um erro menor ou igual a 0,1?

Distribuição teórica
com p = 0,3 e tamanho da amostra = 10



A probabilidade de termos um erro menor ou igual a 0,1 é de ***0,73***. Isto significa que temos *confiança* de 73% que o erro seja menor ou igual a 0,1.

O que ocorre quando p varia?

Distribuição teórica, p = 0,3 (erro = 0,1)

proporção	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
freqüência	0,023	0,113	0,237	0,281	0,208	0,1	0,031	0,006	0,001	0	0

A probabilidade de o erro ser menor ou igual que 0,1 é de **0,726**. Isto é, temos uma confiança de **72,6%.**

Distribuição teórica, p = 0,5 (erro = 0,1)

proporção	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
freqüência	0,001	0,007	0,038	0,113	0,211	0,26	0,211	0,113	0,038	0,007	0,001

A probabilidade de o erro ser menor ou igual que 0,1 é de **0,682.**
Temos uma confiança de **68,2%.**

Distribuição teórica, p = 0,6 (erro = 0,1)

proporção	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
freqüência	0	0,001	0,008	0,037	0,108	0,208	0,265	0,22	0,115	0,034	0,004

A probabilidade de o erro ser menor ou igual a 0,1 é de **0,693.** Aqui temos uma confiança de **69,3%.**

Conclusão

Vimos que para diferentes valores de **p** temos diferentes confianças, uma vez fixado o erro.

Na prática, não conhecemos o verdadeiro valor de **p**. Como sabemos que confiança temos então?

Em pesquisas de opinião, usa-se a menor confiança (pior caso),com p = 0,5 e então calcula-se o tamanho da amostra.

O tamanho da amostra influencia na confiança?

Para um erro de 0,1 e p =0,5 (pior caso) temos:

Tamanho da amostra	confiança
10	68,2%
30	87,4%
50	97,4%

Observamos que quanto maior o tamanho da amostra, maior a confiança.

Na prática, calcula-se o tamanho da amostra de tal maneira que tenhamos um grau de confiança para um erro pré determinado.

O tamanho da população influi no tamanho da amostra?

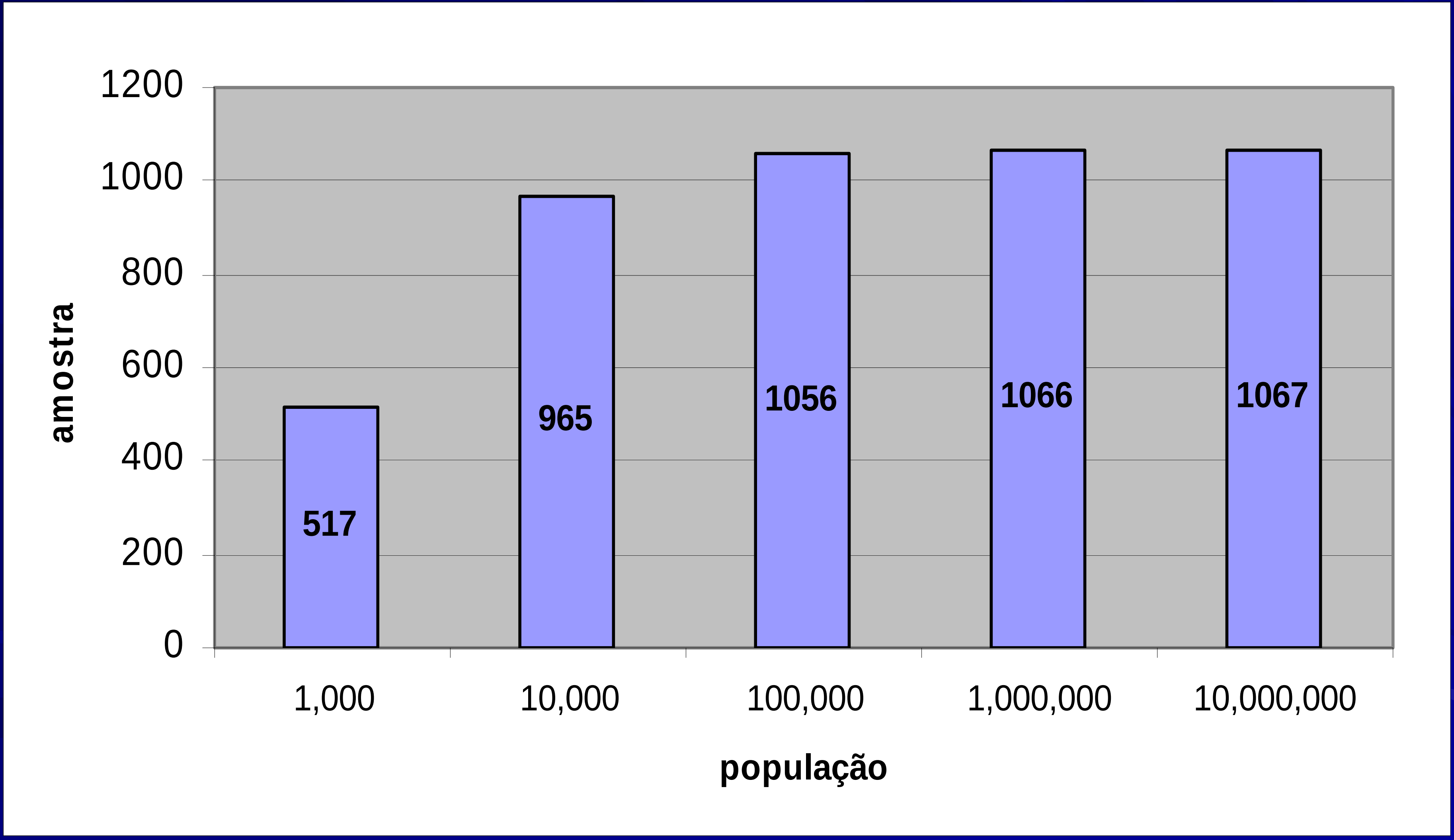
Será que o tamanho da amostra tem de ser diferente para cidades com populações de tamanhos distintos.

Exemplo:

Cidade	População
São Paulo	10.000.000
Campinas	1.000.000
Valinhos	100.000

Fixando um erro de 3% e uma confiança de 95%, quão diferente será o tamanho das amostras?

Tamanho da amostra em relação ao tamanho da população



Assim vemos que para populações grandes não temos muito aumento no tamanho da amostra, sem perda de precisão e confiança.

Cidade	População	Amostra
São Paulo	10.000.000	1067
Campinas	1.000.000	1066
Valinhos	100.000	1056

Conclusão:

Os políticos têm razão quando discordam do tamanho da amostra para São Paulo e Campinas, por exemplo?

Não!!!

Participantes de CAF2006

- Docentes:

Antonio Carlos Gilli Martins, José Luiz Boldrini, Luiz Koodi Hotta, Maurício Henrique Zevallos e Hyun Mo Yang (Coordenador)

- Monitores:

Angelo Miguel Malaquias, Cecília Morais Quinzani, Elaine Cristina F. Pádua Vicente, Marcio Rodrigues Sabino, Roberta Regina Delboni, Tiago de Almeida Cerqueira Lima

Participação especial: Aravid Torres Garduño FC-UNAM, México (Slides 32 a 37)