

UNICAMP – IMECC  
Departamento de Matemática

## Seminário de Sistemas Dinâmicos e Estocásticos

**Expositor:** S. N. Stelmastchuk (UNICAMP)

**Título:** Uma equivalência entre seções harmônicas e seções que são aplicações harmônicas

**Data:** Sexta-feira, 23 de outubro de 2009, 13h30min

**Local:** Sala 221 do IMECC

**Resumo.** Seja  $M$  uma variedade Riemanniana e  $E$  uma variedade diferenciável com uma conexão simétrica  $\nabla^E$ . Denotemos por  $\nabla^g$  a conexão Levi-civita em  $M$ . Seja  $\pi : E \rightarrow M$  uma submersão e denotemos por  $VE = \text{Ker}(\pi_*)$  o fibrado vertical em  $TE$ . Sabemos que  $\nabla^E$  produz uma distribuição  $HE$  tal que  $TE = VE \oplus HE$ . Denotemos por  $\mathbf{v} : TE \rightarrow VE$  e  $\mathbf{h} : TE \rightarrow HE$  os projetores verticais e horizontais, respectivamente. Denotemos por  $H_x = \pi_*|_{HE}^{-1} : TM \rightarrow HE$  a família de isomorfismos a qual chamamos de levantamento horizontal. Suponha que  $\pi$  seja uma submersão afim com distribuição horizontal, isto é,  $\pi$  satisfaz  $\mathbf{h}\nabla_{H(X)}^E HY = H(\nabla_X^M Y)$  para  $X, Y$  campo de vetores em  $M$ .

Seja  $\sigma$  uma seção de  $\pi$ , isto é,  $\pi \circ \sigma = Id_M$ . Podemos estudar a harmonicidade of  $\sigma$  por dois modos. Primeiro, seja  $\{e_1, \dots, e_n\}$  uma base de campos ortonormais arbitrária. O campo de tensão de  $\sigma$  é dado

$$\tau_\sigma = \sum_{i=1}^n \nabla_{\sigma_* e_i}^E \sigma_* e_i - \sigma_* \nabla_{e_i}^M e_i.$$

Dizemos que  $\sigma$  é aplicação harmônica se  $\tau_\sigma \equiv 0$ . Observamos que  $\nabla^E$  não é necessariamente a conexão de Levi-Civita.

Seja  $\nabla^v$  uma conexão vertical em  $E$ , a saber,  $\nabla_X V = \mathbf{v}\nabla_X^E V$ , onde  $X$  é um campo de vetores e  $V$  é um campo de vetores verticais em  $E$ . Seja  $\mathbf{v}\sigma_*$  a componente vertical de  $\sigma_*$ . Então o campo de tensão vertical é dado por

$$\tau_\sigma^v = \sum_{i=1}^n \nabla_{\mathbf{v}\sigma_* e_i}^v \mathbf{v}\sigma_* e_i - \mathbf{v}\sigma_* \nabla_{e_i}^M e_i.$$

A seção  $\sigma$  é dita seção harmônica se  $\tau_\sigma^v \equiv 0$ .

Nosso objetivo é encontrar condições para assertiva:

$\sigma$  é uma aplicação harmônica se e somente se  $\sigma$  é seção harmônica.

Consulte a programação em [[www.ime.unicamp.br/ssde](http://www.ime.unicamp.br/ssde)].