

Matemática Discreta - MM220
Terceira Lista
Funções Geradoras

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP
gaponce@ime.unicamp.br
IG: @cafematematico.ponce

Atenção: Quase todos os problemas foram retirados do livro do Plínio.

Problema 1. Encontre a função geradora para a sequência $a_r = 1$.

Problema 2. Encontre a função geradora para a sequência $a_r = r$.

Problema 3. Encontre a função geradora para a sequência $a_r = r^2$.

Problema 4.

)] Encontre a função geradora para a sequência $a_r = r^3$.

Problema 5. Determine o coeficiente de x^7 na expansão de

$$(1 + x + x^2 + x^3 + \dots)^3.$$

Problema 6. Determine o coeficiente de x^3 na expansão de $(1 + 4x)^{1/2}$.

Problema 7. Encontre a sequência (a_r) associada a cada uma das funções geradoras abaixo:

a) $x^2(1 - 3x)^{-1}$.

b) $e^{2x} + x + x^2$.

c) $e^{-x} + 3x$.

d) $1 + (1 - x^2)^{-1}$.

Problema 8. Encontre o coeficiente de x^6 em $(1 - x)^n$, quando $n = 6$ e quando $n = -6$.

Problema 9. Encontre o coeficiente de x^{27} em $(x^3 + x^4 + x^5 + \dots)^6$.

Problema 10. Ao se jogar 4 dados distintos simultaneamente, de quantas maneiras pode-se obter soma 15.

Problema 11. Representantes de três institutos de pesquisa devem formar uma comissão de 9 pesquisadores. De quantos modos se pode formar esta comissão sendo que nenhum instituto deve ter maioria absoluta no grupo?

OBS: Sejam a, b, c as quantidades de pessoas dos grupos A, B e C respectivamente. Entende-se que A possui maioria absoluta se $a > b + c$.

Problema 12. Determine a função geradora ordinária para se calcular o número de soluções em inteiros não-negativos, da equação

$$2x + 3y + 4z + 5w = r.$$

Depois, determine quantas soluções possui a equação:

$$2x + 3y + 4z + 5w = 24.$$

Problema 13. Quantas soluções possui a equação

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = r$$

se cada variável for igual a 0 ou 1 ?

Problema 14. Determine de quantas formas podemos distribuir 11 laranjas e 6 pêras para 3 crianças de modo que cada criança receba pelo menos 3 laranjas e no máximo 2 pêras.

Problema 15. Numa competição, cada um dos quatro juízes deve atribuir notas de 1 a 6 para cada participante. Para ser finalista, um participante deve ter no

mínimo 22 pontos. Encontre o número de maneiras que os juízes têm para atribuir notas de modo que algum dos participante seja finalista.

Problema 16. Encontre a função geradora exponencial para cada uma das sequências

a) $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$

b) $(0, 2, 0, 2, 0, 2, 0, \dots)$

c) $(1, 3, 3^2, 3^3, \dots)$

Problema 17. Encontre a função geradora exponencial para a sequência

$$a_k = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^k.$$

Problema 18. De quantas maneiras podemos distribuir 300 cadeiras idênticas em 4 salas de modo que o número de cadeiras em cada sala seja 20, 40, 60, 80 ou 100 ?

Problema 19. Encontre a função geradora ordinária para o número de partições de n em que todas as partes são ímpares e nenhuma supera 7.

Problema 20. Escreva a função geradora que pode ser usada para se encontrar:

a) O número de partições de 34 com partes restritas a 6, 8, 10 e 20.

b) O número de partições de 13 com partes maiores do que 3.

c) O número de partições de 11 em partes ímpares distintas.