Matemática Discreta - MA220

Lista - Combinatória

OBS: Todos os exercícios foram adaptados de questões de vestibulares

01. (Fgv 2005) Um fundo de investimento disponibiliza números inteiros de cotas aos interessados nessa aplicação financeira. No primeiro dia de negociação desse fundo, verifica-se que 5 investidores compraram cotas, e que foi vendido um total de 9 cotas. Em tais condições, o número de maneiras diferentes de alocação das 9 cotas entre os 5 investidores é igual a

    a) 56.
    b) 70.
    c) 86.
    d) 120.
    e) 126.

02. (Uel 2003) Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. O total de funções injetoras de A para B é:

    a) 10.
    b) 15.
    c) 60.
    d) 120.
    e) 125.

03. (Cesgranrio 2002) Um brinquedo comum em parques de diversões é o "bicho-da-seda", que consiste em um carro com cinco bancos para duas pessoas cada e que descreve sobre trilhos, em alta velocidade, uma trajetória circular. Suponha que haja cinco adultos, cada um deles acompanhado de uma criança, e que, em cada banco do carro, devam acomodar-se uma criança e o seu responsável. De quantos modos podem as dez pessoas ocupar os cinco bancos?

    a) 14400.

b) 3840.

c) 1680.

d) 240.

e) 120.

04. (Uel 2006) Na formação de uma Comissão Parlamentar de Inquérito (CPI), cada partido indica um certo número de membros, de acordo com o tamanho de sua representação no Congresso Nacional. Faltam apenas dois partidos para indicar seus membros. O partido A tem 40 deputados e deve indicar 3 membros, enquanto o partido B tem 15 deputados e deve indicar 1 membro. Assinale a alternativa que apresenta o número de possibilidades diferentes para a composição dos membros desses dois partidos nessa CPI.

a) 55.

b) $(40 - 3) \cdot (15 - 1)$.

c) $\left[\frac{40!}{(37! \cdot 3!)}\right] \cdot 15$

d) $40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 15$.

e) $40! \cdot 37! \cdot 15!$.

05. (Ueg 2005) A UEG realiza seu Processo Seletivo em dois dias. As oito disciplinas, Língua Portuguesa- Literatura Brasileira, Língua Estrangeira Moderna, Biologia, Matemática, História, Geografia, Química e Física, são distribuídas em duas provas objetivas, com quatro disciplinas por dia. No Processo Seletivo 2005/2, a distribuição é a seguinte:

– Primeiro dia: Língua Portuguesa-Literatura Brasileira, Língua Estrangeira Moderna, Biologia e Matemática;

– Segundo dia: História, Geografia, Química e Física.

A UEG poderia distribuir as disciplinas para as duas provas objetivas, com quatro por dia, de:

a) 1.680 modos diferentes.

b) 256 modos diferentes.

c) 140 modos diferentes.

d) 128 modos diferentes.

e) 70 modos diferentes.

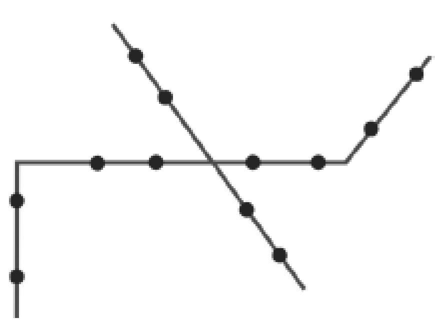
06. (Ufv 2004) Um farmacêutico dispõe de 4 tipos de vitaminas e 3 tipos de sais minerais e deseja combinar 3 desses nutrientes para obter um composto químico. O número de compostos que poderão ser preparados usando-se, no máximo, 2 tipos de sais minerais é:

a) 32.
b) 28.
c) 34.
d) 26.
e) 30.

07. (Fuvest 2017) Cláudia, Paulo, Rodrigo e Ana brincam entre si de amigo-secreto (ou amigo-oculto). Cada nome é escrito em um pedaço de papel, que é colocado em uma urna, e cada participante retira um deles ao acaso. A probabilidade de que nenhum participante retire seu próprio nome é:

a) $\frac{1}{4}$.
b) $\frac{7}{24}$.
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{3}{8}$.
e) $\frac{5}{12}$.

08. (Uel 2006) Doze pontos são assinalados sobre quatro segmentos de reta de forma que três pontos sobre três segmentos distintos nunca são colineares, como na figura.



O número de triângulos distintos que podem ser desenhados com os vértices nos pontos assinalados é:

a) 200.
b) 204.
c) 208.
d) 212.
e) 220.

09. (ENEM 2009) Doze times se inscreveram em um tomeio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de:

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
d) duas combinações.
e) dois arranjos.

10. (ENEM 2021) Um diretor esportivo organiza um campeonato no qual haverá disputa de times em turno e retumo, isto 6, cada time jogará duas vezes com todos os outros, totalizando 380 partidas a serem disputadas.

Aquantidade de times (x) que faz parte desse campeonato pode ser calculada pela equação:

a) $x = 380 - x^2$.
b) $x^2 - x = 380$.
c) $x^2 = 380$.
d) $2x - x = 380$.
e) $2x = 380$.

11. (ENEM 2020) Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

    O e-mail terá a forma *******@site.com.br e será de tal modo que as três letras "*edu*" apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

    Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

    De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

    a) 59.
    b) 60.
    c) 118.
    d) 119.
    e) 120.

12. (ENEM 2020) Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem "TOM MARVOLO RIDDLE" gerou a frase "IAM LORD VOLDEMORT".

    Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase "I AM POTTER", de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

    Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por:

    a) $9!$.
    b) $4! \cdot 5!$.
    c) $2 \cdot 4! \cdot 5!$
    d) $\frac{9!}{2}$.
    e) $\frac{4! \cdot 5!}{2}$.

13. (ENEM 2019) Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

    De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

    a) 69.

b) 70.

c) 90.

d) 104.

e) 105.

14. (ENEM 2017) Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

    Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

    a) $\frac{10 \cdot 2}{3^{10}}$

    b) $\frac{10 \cdot 2^{9}}{3^{10}}$

    c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$

    d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

    e) $\frac{2}{3^{10}}$

15. (ENEM 2012) O designer português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses simbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem estar associados aos simbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

    De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

    a) 14.

    b) 18.

    c) 20.

    d) 21.

e) 23.

16. (ENEM 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos: um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

    Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um, aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

    O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:

    a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
    b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
    c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
    d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
    e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

17. (ENEM 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.

    Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75913 é

    a) 24.
    b) 31.
    c) 32.
    d) 88.
    e) 89.

18. (ENEM 2011) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu

restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados a seguir.

Museus Nacionais: Masp - São Paulo, MAM - São Paulo, Ipiranga - São Paulo e Imperial - Petrópolis.

Museus Internacionais: Louvre - Paris, Prado - Madri, British Museum - Londres e Metropolitan - Nova York.

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

a) 6.

b) 8.

c) 20.

d) 24.

e) 36.

19. (ITA) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b, c?

    a) 1692.

    b) 1572.

    c) 1520.

    d) 1512.

    e) 1392.

20. (ITA) Uma escola oferece 5 diferentes classes de línguas, 4 diferentes classes de ciências e 3 diferentes classes de matemática. De quantas maneiras é possível escolher 2 classes, não ambas do mesmo assunto?

    a) 64.

    b) 50.

    c) 21.

    d) 36.

    e) 47.

21. (ITA) Reduzidos os termos semelhantes, quantos termos existem no desenvolvimento de $(a+b+c+d+e)^{17}$?

a) $C_{21,5}$.
b) $C_{17,5}$.
c) $C_{12,5}$.
d) $2 \cdot C_{21,5}$.
e) $2 \cdot C_{17,5}$.

22. (ITA) Se colocarmos em ordem crescente todos os números de 5 algarismos distintos obtidos com 1, 3, 4, 6 e 7, a posição do número 61473 é:

a) 76°.
b) 78°.
c) 80°.
d) 82°.
e) 84°.

23. (ITA 2018) São dadas duas caixas, uma delas contém três bolas brancas e duas pretas e a outra contém duas bolas brancas e uma preta. Retira-se, ao acaso, uma bola de cada caixa. Se P_1 é a probabilidade de que pelo menos uma bola seja preta e P_2 a probabilidade de as duas bolas serem da mesma cor, então $P_1 + P_2$ vale:

a) $\dfrac{\sqrt{8}}{15}$.
b) $\dfrac{\sqrt{7}}{15}$.
c) $\dfrac{\sqrt{6}}{15}$.
d) 1.
e) $\dfrac{\sqrt{17}}{15}$.

24. (ITA) Considere os números de 2 a 6 algarismos distintos formados utilizando-se apenas 1, 2, 4, 5, 7 e 8. Quantos destes números são ímpares e começam com um dígito par?

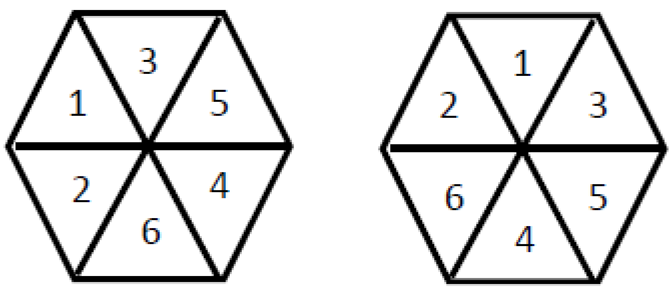
a) 375.
b) 465.

c) 545.

d) 585.

e) 625.

25. (IME 2016) Um hexágono é dividido em 6 triângulos equiláteros. De quantas formas podemos colocar os números de 1 a 6 em cada triângulo, sem repetição, de maneira que a soma dos números em três triângulos adjacentes seja sempre múltiplo de 3? Soluções obtidas por rotação ou reflexão são diferentes, portanto as figuras abaixo mostram duas soluções distintas.



a) 12.

b) 24.

c) 36.

d) 48.

e) 96.

26. (ITA 2016) Pintam-se N cubos iguais utilizando-se 6 cores diferentes, uma para cada face. Considerando que cada cubo pode ser perfeitamente distinguido dos demais, o maior valor possível de N é igual a

a) 10.

b) 15.

c) 20.

d) 25.

e) 30.

27. (IME 2013) Sabe-se que o valor do sexto termo da expansão em binômio de Newton de

$$\left(2^{\log_2^{\sqrt{9^{(x-1)}+7}}} + \frac{1}{2^{\frac{1}{5}\log_2^{\left(3^{(x-1)}+1\right)}}}\right)^7$$

É 84. O valor da soma dos possíveis valores de 0 é

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

28. (UNICAMP 2009) Pedro precisa comprar x borrachas, y lápis e z canetas. Após fazer um levantamento em duas papelarias, Pedro descobriu que a papelaria A cobra $R\$$ 23,00 pelo conjunto de borrachas, lápis e canetas, enquanto a papelaria B cobra $R\$$ 25,00 pelo mesmo material. Em seu levantamento, Pedro descobriu que a papelaria A cobra $R\$$ 1,00 pela borracha, $R\$$ 2,00 pelo lápis e $R\$$ 3,00 pela caneta e que a papelaria B cobra $R\$$ 1,00 pela borracha, $R\$$ 1,00 pelo lápis e $R\$$ 4,00 pela caneta.

a) Forneça o número de lápis e de borrachas que Pedro precisa comprar em função do número de canetas que ele pretende adquirir.
b) Levando em conta que $x > 1$, $y > 1$ e $z > 1$, e que essas três variáveis são inteiras, determine todas as possíveis quantidades de lápis, borrachas e canetas que Pedro deseja comprar.

29. (ENEM 2017) Um dado não tendencioso de seis faces será lançado duas vezes. A probabilidade de que o maior valor obtido nos lançamentos seja menor do que 3 é igual a

a) $\frac{1}{3}$.
b) $\frac{1}{5}$.
c) $\frac{1}{7}$.
d) $\frac{1}{9}$.

30. (UNICAMP 2021) O numero de anagramas da palavra $REFLORESTAMENTO$ que começam com a sequência $FLORES$ é

a) 9!.

b) $\frac{9!}{2}$.

c) $\frac{9!}{2!\cdot 2!}$.

d) $\frac{9!}{2!\cdot 2!\cdot 2!}$.

31. (UNICAMP 2015) O número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo para que possamos garantir que nele há pelo menos três pessoas nascidas no mesmo dia da semana é igual a

a) 21.

b) 20.

c) 15.

d) 14.

32. (UNICAMP 2020) Um atleta participa de um torneio composto por três provas. Em cada prova, a probabilidade de ele ganhar é de $\frac{2}{3}$, independentemente do resultado das outras provas. Para vencer o torneio, é preciso ganhar pelo menos duas provas. A probabilidade de o atleta vencer o torneio é igual a

a) $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{4}{9}$.

c) $\frac{20}{27}$.

d) $\frac{16}{81}$.

33. (UNICAMP 2020) Cinco pessoas devem ficar em pé, uma ao lado da outra, para tirar uma fotografia, sendo que duas delas se recusam a ficar lado a lado. O número de posições distintas para as cinco pessoas serem fotografadas juntas é igual a

a) 84

b) 72.

c) 96.

d) 120.

34. (UNICAMP 2018) Lançando-se determinada moeda tendenciosa, a probabilidade de sair cara é o dobro da probabilidade de sair coroa. Em dois lançamentos dessa moeda, a probabilidade de sair o mesmo resultado é igual a

a) $\frac{1}{2}$.

b) $\frac{5}{9}$.

c) $\frac{2}{3}$.

d) $\frac{3}{5}$.

35. (UNICAMP 2019) O sistema de segurança de um aeroporto consiste de duas inspeções. Na primeira delas, a probabilidade de um passageiro ser inspecionado é de $\frac{3}{5}$. Na segunda, a probabilidade se reduz para $\frac{1}{4}$. A probabilidade de um passageiro ser inspecionado pelo menos uma vez é igual a

a) $\frac{17}{20}$.

b) $\frac{7}{10}$.

c) $\frac{3}{10}$.

d) $\frac{3}{20}$.

36. (UNICAMP 2012) O grêmio estudantil do Colégio Alvorada é composto por 6 alunos e 8 alunas. Na última reunião do grêmio, decidiu-se formar uma comissão de 3 rapazes e 5 moças para a organização das olimpíadas do colégio. De quantos modos diferentes pode-se formar essa comissão?

a) 6720.

b) 100800.

c) 806400.

d) 1120.

37. (UNICAMP 2013) Para acomodar a crescente quantidade de veículos, estuda-se mudar as placas, atualmente com três letras e quatro algarismos numéricos, exemplo: ABC 123, para quatro letras e três algarismos numéricos, exemplo: $ABCD$ 123.

    Considere o alfabeto com 26 letras e os algarismos de O a 9. O aumento obtido com essa modificação em relação ao número máximo de placas em vigor seria:

    a) inferior ao dobro.

    b) superior ao dobro e inferior ao triplo.

    c) superior ao triplo e inferior ao quádruplo.

    d) mais que o quádruplo.

38. (UNICAMP 2008) Seja C o conjunto dos números (no sistema decimal) formados usando-se apenas o algarismo 1, ou seja $C = \{1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, ...\}$

    a) Verifique se o conjunto C contém números que são divisíveis por 9 e se contém números divisíveis por 6. Exiba o menor número divisível por 9, se houver. Repita o procedimento em relação ao 6.

    b) Escolhendo ao acaso um número m de C, e sabendo que esse número tem, no máximo, 1000 algarismos, qual a probabilidade de m ser divisível por 9?

39. (UNICAMP 2009) A figura abaixo representa um dado na forma de um tetraedro regular com os vértices numerados de 1 a 4. Em um lançamento desse dado, deve ser observado o número estampado no vértice superior.

a) Considere a soma dos números obtidos em dois lançamentos de um dado tetraédrico. Determine de quantas maneiras essa soma pode resultar em um número primo.

b) Seja p_n, a probabilidade de se observar o número n no lançamento de um dado tetraédrico tendencioso para o qual $p_1 = 2p_2 = 3p_3 = 4p_4$. Calcule essas quatro probabilidades.

40. (UNICAMP 2011) O perfil lipídico é um exame médico que avalia a dosagem dos quatro tipos principais de gorduras (lipídios) no sangue: colesterol total (CT), colesterol HDL (conhecido como "bom colesterol"), colesterol LDL (o "mau colesterol") e triglicérides (TG). Os valores desses quatro indicadores estão relacionados pela fórmula de Friedewald: $CT = LDL + HDL + \frac{TG}{5}$. A tabela abaixo mostra os valores normais dos lipídios sanguíneos para um adulto, segundo o laboratório SangueBom.

Indicador	Valoras normais
CT	até 200 mg/dl
LDL	até 130 mg/dl
HDL	entre 40 e 60 mg/dl
TG	até 150 mg/dl

a) O perfil lipídico de Pedro revelou que sua dosagem de colesterol total era igual a 198 mg/dl, e que a de triglicérides era igual a 130 mg/ml. Sabendo que todos os seus indicadores estavam normais, qual o intervalo possível para o seu nível de LDL?

b) Acidentalmente, o laboratório SangueBom deixou de etiquetar as amostras de sangue de cinco pessoas. Determine de quantos modos diferentes seria possível relacionar essas amostras às pessoas, sem qualquer informação adicional. Na tentativa de evitar que todos os exames fossem refeitos, o laboratório analisou o tipo sanguíneo das amostras, e detectou que três delas eram de sangue $O+$ e as duas restantes eram de sangue $A+$. Nesse caso, supondo que cada pessoa indicasse seu tipo sanguíneo, de quantas maneiras diferentes seria possível relacionar as amostras de sangue às pessoas?