

Introdução à Análise - MA507
Prof. Gabriel Ponce
PED: Ygor Arthur Cesar de Jesus

Terceira Atividade

RAs :

1	2.a	2.b	2.c	2.d	Total

Instruções:

- Início: **21h:50**, Término: **22h:40min**.
- Os grupos deverão ser formados por exatamente 4 integrantes e todos deverão estar presentes, casos excepcionais devem ser consultados com o professor.
- Coloque o RA (**APENAS**) de todos os integrantes em TODAS as folhas;
- **Justifique bem as soluções. Lembre-se: Parte da nota atribuída à solução será para a escrita;**
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da atividade.

Questão 1: Suponha que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua tal que

$$\text{Im}(f) \subset \{1, 2\}.$$

- a) (4.0) Sem perda de generalidade assuma que $f(0) = 1$. Dado $n \in \mathbb{N}$ qualquer, considere

$$A_n = f^{-1}(\{1\}) \cap [-n, n].$$

Seja $R = \sup A_n$, prove que $R > 0$.

- b) (4.0) Prove que $f(R) = 1$.
c) (2.0) Prove que $R = n$.
d) (2.0) Conclua que $f(x) = 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Boa atividade!