

**Introdução à Análise - MA507**  
**Prof. Gabriel Ponce**  
**PED: Ygor Arthur Cesar de Jesus**

Terceira Atividade

**RA's :**

1	2.a	2.b	2.c	2.d	Total

**Instruções:**

- Início: **21h:50**, Término: **22h:40min**.
- Os grupos deverão ser formados por exatamente 4 integrantes e todos deverão estar presentes, casos excepcionais devem ser consultados com o professor.
- Coloque o RA (**APENAS**) de todos os integrantes em TODAS as folhas;
- **Justifique bem as soluções. Lembre-se: Parte da nota atribuída à solução será para a escrita;**
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da atividade.

**Questão 1:** Suponha que  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua tal que

$$\text{Im}(f) \subset \{1, 2\}.$$

- a) (4.0) Sem perda de generalidade assuma que  $f(0) = 1$ . Dado  $n \in \mathbb{N}$  qualquer, considere

$$A_n = f^{-1}(\{1\}) \cap [-n, n].$$

Seja  $R = \sup A_n$ , prove que  $R > 0$ .

- b) (4.0) Prove que  $f(R) = 1$ .
- c) (2.0) Prove que  $R = n$ .
- d) (2.0) Conclua que  $f(x) = 1$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Boa atividade!