Introdução à Análise - MA507
Lista 3 - Parte 2

Prof.Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP
gaponce@unicamp.br

1 Teste da comparação

1. Prove que se $\sum a_n$ é uma série convergente então a série $\sum a_n^2$ também é convergente.

2. Sejam $\sum a_n$ uma série convergente de termos positivos e $(b_n)_n$ uma sequência limitada, mostre que $\sum a_n b_n$ também é convergente.

3. Prove que se $a_n \geq 0$ e $\sum a_n^2$ converge, então $\sum \frac{a_n}{n}$ converge.

4. Dentre as séries abaixo, verifique quais convergem e quais divergem:

   a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$.

   b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$.

   c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$.

   d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-23n+9}{4n^3\sqrt{n+7}-2n+\cos^3(n^2)}$.

   e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}\ln n}$.

2 Teste da razão

Para cada uma das séries a seguir, use o teste da razão para verificar sua convergência ou divergencia:

5.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^b a^n, \quad 0 < a < 1.$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}.$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{2^{n^2}}, \quad a > 0.$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!(2+\sin n^2)}{3 \cdot 5 \cdot 7 \ldots \cdot (2n-1)}.$

3 Teste de Leibniz

6. Para cada uma das séries a seguir, use o teste de Leibniz para verificar sua convergência ou divergencia:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}.$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1}.$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n+1}.$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-(-3)^n}{(2n)!-n!}.$