

ChocOlimpíada de Análise 1 - 2022

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP

Os problemas 1 e 2 podem ser enviados em horários diferentes e as pontuações de ambos são independentes. A data limite para entrega é : 23h:59 do dia 03/10/2022.

Problema 1. (80 pts)

Seja $A \subset \mathbb{R}$ um subconjunto enumerável de \mathbb{R} . Mostre que existe $a \in \mathbb{R}$ tal que

$$(a + A) \cap A = \emptyset,$$

onde $a + A$ denota o conjunto

$$a + A = \{a + b : b \in A\}.$$

Problema 2. (120 pts) Considere uma família \mathcal{C} de circunferências no plano \mathbb{R}^2 , todas elas distintas e com a seguinte propriedade: dadas duas circunferências $C, D \in \mathcal{C}$, C e D não se cruzam (ou seja, elas podem se tangenciar, ser disjuntas ou uma conter a outra, apenas não podem se cruzar). Mostre que o conjunto de pontos do plano que são interseções de pelo menos duas circunferências pertencentes a \mathcal{C} é no contável (ou seja, finito ou enumerável).