

**Topologia Geral - MA/MM-453 - Prof. Gabriel Ponce**  
Testinho 3

**Instruções:**

- Este testinho pode ser feito individualmente ou em grupos de até 5 integrantes;
- As soluções deverão ser entregues no máximo até 9:40AM do dia 13/06/2019;
- Coloque o nome e RA de todos os integrantes;
- **Justifique bem as soluções. Lembre-se: Parte da nota atribuída à solução será para a escrita.**

**Questão 1:** Seja  $\mathcal{B}$  uma base de filtro em  $X$  e seja

$$\Lambda = \{(a, A) : a \in A \in \mathcal{B}\}.$$

- a) Prove que  $\Lambda$  é um conjunto dirigido se definirmos  $(a, A) \leq (b, B)$  quando  $A \supset B$ . A rede  $x : \Lambda \rightarrow X$  definida por  $x(a, A) = a$  é chamada de *rede gerada por  $\mathcal{B}$* , e é denotada por  $(x_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$ .
- b) Prove que  $\mathcal{B} \rightarrow x$  se, e somente se,  $x_\lambda \rightarrow x$ .
- c) Prove que o filtro gerado por  $\mathcal{B}$  é um ultrafiltro se, e somente se,  $(x_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$  é uma rede universal.

**Questão 2:** Considere  $X$  um espaço topológico. Seja  $\alpha$  um caminho em  $X$  de  $x_0$  a  $x_1$  e  $\beta$  um caminho em  $X$  de  $x_1$  a  $x_2$ . Mostre que se  $\gamma = \alpha \star \beta$  então  $\hat{\gamma} = \hat{\beta} \circ \hat{\alpha}$ .